

# 薄板结构在流体中的 振动与声辐射

任惠娟 著



科学出版社

# 薄板结构在流体中的振动与声辐射

任惠娟 著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

当结构在流体介质中振动时，会向周围介质中辐射声能量。结构的模态辐射效率和平均辐射效率是描述结构声辐射性能的重要参数，其中平均辐射效率作为工程技术人员在结构声学设计中最为关心的参数之一，在噪声控制领域具有实际意义。本书针对圆板、矩形板和密加筋矩形板等典型结构，以其平均辐射效率为表征参量，详细介绍其在轻质流体（以空气为例）和重质流体（以水为例）中的振动和声辐射问题。

本书可作为声学及相关专业研究人员和工程技术人员的参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

薄板结构在流体中的振动与声辐射/任惠娟著. —北京：科学出版社，  
2017.9

ISBN 978-7-03-054460-5

I .①薄… II .①任… III .①薄板—振动—声辐射 IV .①TB532

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 222020 号

责任编辑：宋无汗 杨丹 赵微微 / 责任校对：郭瑞芝

责任印制：张伟 / 封面设计：陈敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

北京中石油彩色印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2017 年 9 月第 一 版 开本：720×1000 B5

2017 年 9 月第一次印刷 印张：9 1/2

字数：190 000

定价：80.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

## 前　　言

结构处于流体介质中并受到动力设备的激励时，将向周围的介质中辐射噪声。噪声不仅会影响工作人员的身心健康，还会造成设备的疲劳和损坏，临水舰船结构减振降噪性能的优劣更是直接关系其生命力和战斗力，因此流体介质中结构的振动和声辐射研究一直受到众多学者的关注。

本书针对空气介质中的圆板结构，建立其模态辐射效率计算模型，之后结合模态叠加法，推导固定、简支及自由等三种典型边界条件下圆板的平均辐射效率公式，为空气介质中圆板的噪声预报提供理论依据。

在空气中圆板振动与声辐射研究的基础上，本书进一步开展临水圆板及临水矩形板的声辐射机理和规律研究，推导临水圆板和矩形板的模态附加质量和模态附加阻尼因子表达式，提出临水振动结构平均辐射效率的附加质量和附加阻尼修正方法，分析附加质量和附加阻尼因子对其平均辐射效率的影响规律。

临水结构的自然频率与其在空气中的自然频率之比是由结构的 AVMI 因子决定的。本书将临水圆板的模态附加质量研究成果与临水圆板的 AVMI 因子研究相结合，快速解得临水圆板的 NAVMI 因子值，从而方便得到其自然频率。

本书以空气中加筋矩形板结构为研究对象，结合其正交各向异性等效理论，开展加筋矩形板的振动响应及平均声辐射效率研究，分析其平均辐射效率的影响因素。

为了证明以上研究成果的有效性，通过系列实验对研究内容进行了实验验证：测试空气介质中简支、自由边界圆板和简支边界加筋矩形板，以及水介质中自由边界圆板的平均声辐射效率，并将实验结果与理论结果进行对比，结果表明二者一致性良好，从而有效地说明了本书理论分析的正确性。

本书获咸阳师范学院学术著作出版基金、咸阳师范学院重点学科（物理学）建设项目及陕西省自然科学基金的大力资助。本书的研究成果凝聚着西北工业大学航海学院盛美萍教授的大量心血，在此向她表示衷心的感谢和诚挚的敬意。另外，也感谢科学出版社的大力支持。

由于作者水平有限，书中疏漏之处在所难免，敬请各位读者批评指正！

作　者

2017 年 5 月

# 目 录

## 前言

第1章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 结构振动声辐射的常用研究方法概述	2
1.3 板结构振动声辐射研究现状	4
1.4 研究内容简介	8
第2章 空气介质中圆板的声辐射研究	10
2.1 引言	10
2.2 空气介质中平板结构的受迫振动响应	10
2.2.1 空气介质中圆板的受迫振动响应	12
2.2.2 空气介质中矩形板的受迫振动响应	13
2.3 自由振动圆板的频率方程及其特征根	13
2.3.1 固定边界圆板的频率方程及其特征根	14
2.3.2 简支边界圆板的频率方程及其特征根	15
2.3.3 自由边界圆板的频率方程及其特征根	15
2.4 弯曲振动圆板的模态辐射效率	18
2.4.1 圆板的模态声功率	18
2.4.2 圆板的模态均方振速	19
2.4.3 圆板的模态辐射效率	21
2.4.4 圆板模态辐射效率的影响因素分析	26
2.5 圆板的平均辐射效率研究	29
2.5.1 圆板平均辐射效率	29
2.5.2 平均辐射效率的影响因素分析	32
2.6 本章小结	36
第3章 水介质中圆板的声辐射研究	38
3.1 引言	38
3.2 临水圆板的振动响应	39
3.3 临水圆板的模态辐射效率	40
3.4 临水振动圆板的附加质量研究	42

3.4.1 临水振动圆板的附加质量 .....	42
3.4.2 临水振动圆板附加面密度对比分析 .....	46
3.5 临水振动圆板的附加阻尼研究 .....	49
3.5.1 临水振动圆板的附加阻尼 .....	50
3.5.2 振动圆板附加阻尼对比分析 .....	53
3.6 临水振动圆板的平均辐射效率研究 .....	59
3.6.1 临水振动圆板的平均辐射效率 .....	59
3.6.2 水介质对圆板的平均辐射效率影响分析 .....	62
3.6.3 圆板平均辐射效率的对比分析 .....	64
3.6.4 临水振动圆板平均辐射效率的两种附加质量修正法比较 .....	69
3.7 本章小结 .....	71
<b>第 4 章 水介质中矩形板的声辐射研究 .....</b>	<b>73</b>
4.1 引言 .....	73
4.2 临水振动矩形板的振动响应 .....	73
4.3 矩形板的模态辐射效率 .....	74
4.3.1 空气介质中振动矩形板的模态辐射效率 .....	74
4.3.2 临水振动矩形板的模态辐射效率 .....	79
4.4 临水振动矩形板的附加质量研究 .....	80
4.4.1 临水振动矩形板的附加质量 .....	80
4.4.2 临水矩形板附加质量与波数变换法附加质量计算结果对比 .....	82
4.4.3 振动矩形板的附加面密度对比分析 .....	83
4.5 临水振动矩形板的附加阻尼研究 .....	84
4.5.1 临水振动矩形板的附加阻尼因子 .....	84
4.5.2 振动矩形板附加阻尼对比分析 .....	86
4.6 临水振动矩形板的平均辐射效率研究 .....	89
4.6.1 临水振动矩形板的平均辐射效率 .....	89
4.6.2 水介质对矩形板的平均辐射效率影响分析 .....	90
4.6.3 矩形板的平均辐射效率对比分析 .....	91
4.6.4 临水振动矩形板平均辐射效率的两种附加质量修正法比较 .....	93
4.7 本章小结 .....	94
<b>第 5 章 临水弯曲振动圆板的 NAVMI 因子研究 .....</b>	<b>96</b>
5.1 引言 .....	96
5.2 临水圆板的 AVMI 因子及 NAVMI 因子的附加质量表示法 .....	96
5.3 临水圆板的 NAVMI 因子及其自然频率的数值计算结果 .....	98
5.4 本章小结 .....	100

第 6 章 空气介质中加筋矩形板的声辐射研究 .....	101
6.1 引言 .....	101
6.2 正交各向异性板的受迫振动响应 .....	101
6.3 加筋矩形板与正交各向异性板的等效参数 .....	103
6.4 加筋矩形板的辐射效率 .....	105
6.4.1 正交各向异性板的模态声功率及其平均值 .....	106
6.4.2 等效正交各向异性板的模态均方振速及其平均值 .....	107
6.4.3 等效正交各向异性板的模态辐射效率 .....	107
6.4.4 等效正交各向异性板的平均辐射效率 .....	107
6.5 加筋矩形板辐射效率数值仿真 .....	108
6.5.1 加筋矩形板的均方振速 .....	108
6.5.2 加筋矩形板的平均辐射效率 .....	109
6.5.3 结构参数对加筋矩形板平均辐射效率的影响 .....	111
6.6 本章小结 .....	114
第 7 章 流体中板结构辐射效率实验研究 .....	115
7.1 引言 .....	115
7.2 实验原理 .....	115
7.2.1 结构的声功率级 .....	116
7.2.2 结构表面振速级 .....	116
7.3 实验方案 .....	117
7.3.1 实验场地、实验模型及特制的实验用具 .....	117
7.3.2 实验测试系统 .....	119
7.3.3 声压测点和加速度测点的分布 .....	120
7.4 实验测试及实验结果 .....	123
7.4.1 空气中简支边界圆板的平均辐射效率测试 .....	123
7.4.2 空气中自由边界圆板的平均辐射效率测试 .....	125
7.4.3 空空气中简支边界加筋方板的平均辐射效率测试 .....	127
7.4.4 临水自由边界圆板的平均辐射效率测试 .....	129
7.5 本章小结 .....	132
第 8 章 研究工作总结及未来研究展望 .....	133
8.1 研究工作总结 .....	133
8.2 未来研究展望 .....	135
参考文献 .....	137

# 第1章 绪论

## 1.1 引言

结构处于轻质流体（如空气）或重质流体（如水）中并受到动力设备的激励时，将向周围的介质中辐射噪声。对于飞机和汽车等设备，噪声不仅会影响工作人员的身心健康，造成设备的疲劳和损坏，严重时还会酿成事故，对人民的生命财产造成威胁，因此空气中结构的振动声辐射研究一直受到众多学者的关注。临水结构的振动声辐射研究在船舶及海洋工程领域则具有更重要的理论意义及广阔的应用前景。例如，在舰船的早期设计阶段考虑振动声辐射问题，完成其振动声辐射的动态设计，使其达到低振动、低噪声的设计要求，从而提高舰船的战斗力和生命力，这就要求能够在设计阶段对结构的振动声辐射做出准确预报。

有效的噪声预报和控制技术是建立在完备的声辐射理论研究之上的。一般来说，在机械噪声控制中要计算一个复杂形状的物体振动引起的声辐射是比较困难的，但复杂物体可以看作由一些简单的典型结构部件通过不同的连接方式组合而成。例如，汽车和舰船可以看成各类平板、加筋矩形板及圆柱壳等典型结构组合而成。通过简单结构的分析研究获得的一些新的研究方法和研究理论可用于指导复杂结构的分析研究，因此对于一些简单的典型结构，如圆形或矩形板结构和加筋矩形板结构，研究其在轻质和重质流体中的声辐射机理和规律，对于进一步研究形状更为复杂的其他结构具有重要的意义。

当结构在介质中振动时，会向周围介质中辐射声能量。辐射效率是描述结构声辐射性能的重要参数，分为模态辐射效率和平均辐射效率两类。结构的模态辐射效率表示各阶模态的声辐射能力，平均辐射效率则从整体上反映了振动结构向周围介质辐射声的能力。在工程技术领域，结构的平均辐射效率更具有实际意义。

振动结构在介质中激发并形成稳定声场的同时，也会受到声场的反作用。当结构周围的介质为空气时，这一反作用较小，空气介质对于结构的声振特性几乎没有影响，因此研究空气介质中结构的振动声辐射时一般不考虑声场和结构之间的耦合作用。圆板和加筋矩形板是工程结构中常见的结构形式，与空气介质中矩形板的声辐射研究相比，这两种结构在空气介质中的声辐射研究则滞后得多。本

书将针对这两种结构，建立其在空气介质中的结构噪声预报模型，为这两种结构后续的临水振动声辐射研究奠定基础。

当结构在重质流体中振动时，声场对结构的反作用远远大于其在空气中的情形，这一反作用严重影响着结构的声振特性，使得重质流体中结构的自然频率和辐射效率较轻质流体均发生明显改变。一般情况下，对于重质流体中的振动结构，研究其声振特性时常采用有限元法及边界元法来处理，但这两种方法需要花费大量的时间和精力来建模和计算，并且这两种方法不能有效揭示重质流体对于结构振动与声辐射影响的物理本质，因此有必要寻求一种新的思路和方法，既能避免有限元法和边界元法的缺点，又能巧妙地反映重质流体介质对于结构振动声辐射的影响特点，并从机理上对重质流体介质中结构的声振特性进行剖析。本书提出的重质流体介质中振动结构的附加质量和附加阻尼修正理论正是对这一思路的有益探索。

## 1.2 结构振动声辐射的常用研究方法概述

研究结构振动声辐射的常用方法有：解析法、有限元法、边界元法、耦合的有限元与边界元法、统计能量分析法及能量有限元法等。

受数学发展水平的限制，解析法主要采用严格弹性理论及薄壳理论<sup>[1-4]</sup>来解决简单结构如矩形板、球壳及圆柱壳等对称结构的振动和声辐射问题。

对于工程中的各种复杂结构，解析法已不再适用。随着计算机技术的不断发展，数值计算法发挥着越来越大的作用，有限元法<sup>[5-10]</sup>是常用的数值算法之一。有限元法的基本思想是将问题求解区域划分为有限个单元，单元之间仅靠节点连接。单元能按不同的连接方式进行组合，且单元本身可以有不同的形状，因此可以构造几何形状复杂的求解域。另外，单元内部各点的待求量可由单元节点量通过选定的函数关系差值得到。于是，节点量成为新的未知量（及自由度），一个连续的无限自由度问题成为一个离散的有限自由度问题。由于单元形状简单，易于由能量关系或平衡关系建立节点量之间的方程式，便于将各单元方程组合在一起形成求解域的总体代数方程组，代入边界条件后即可对方程组求解。如果单元满足收敛要求，那么单元格划分越细，计算结果越接近精确解。有限元法主要适用于分析结构在低频段的振动声辐射问题，随着计算频率的不断上升，结构和介质的离散尺寸越来越小，离散单元越来越多，计算量越来越大，有限元法便不再适用。

边界元法<sup>[11-20]</sup>也是研究结构振动与声辐射的常用数值方法。它把所研究问题

的微分方程转化成边界上的积分方程，然后将边界离散化成有限个单元，得到只含边界上节点未知量的方程组进行求解。边界元法和有限元法虽然都将系统离散成许多小单元，并用节点参数描述节点内分布，但二者还是有区别的。有限元法的线性方程组来源于对物理微分控制方程（如拉格朗日方程、波动方程等）的近似，而边界元法的线性方程组来源于对边界条件（如边界积分方程）的近似。边界元法在计算外部无限域流体介质声场问题时，不需要对整体流体域进行离散，也无须人为地设定边界区域，因此已发展成为计算外部流体无限域声场问题的有效手段。

对于无界区域上的偏微分方程边值问题，耦合的有限元与边界元法<sup>[21-31]</sup>具有独到的特点和优势。因为这种方法既能发挥边界元法在处理特殊边界无界区域方面的优势，又能发挥有限元法在处理复杂有界区域方面的长处，从而在同一问题的处理中使边界元法和有限元法相互取长补短，各展优势。目前，耦合的有限元与边界元法广泛用于中低频激励作用下临水复杂结构的振动声辐射研究。

统计能量分析（statistical energy analysis, SEA）法最早是由 Lyon<sup>[32]</sup> 和 Smith<sup>[33]</sup> 等提出的。他们提出了 SEA 的基本参数，建立了模态子系统的能量平均方程，并由此奠定了 SEA 的基础。经典 SEA 法的基本假设就是处理线性、保守、弱耦合的双振子系统在稳态随机激励下的动态响应，随后发展成为处理线性、保守、弱耦合系统的工程手段。Lyon 于 1975 年出版的《动态系统的统计能量分析》对 SEA 早年的发展进行了总结，并预测了未来的发展方向。此后，很多学者从各自的角度出发，对 SEA 进行了研究和发展<sup>[34-42]</sup>。统计能量分析，正如其名称本身所指出的那样，它最关心的物理量是能量，其他物理量如速度、声压等都能从能量获得。这种方法的最大特点是所用物理量是空间和时间的统计平均值，用以反映结构振动和辐射声场的平均水平。SEA 法的基本参数是：结构或声空间的内损耗因子、模态密度、结构之间的耦合损耗因子。其中，耦合损耗因子是统计能量分析特有的参数，它表示结构之间、声空间之间以及结构和声空间之间由于相互耦合而产生的功率流特征。经典 SEA 法一般适用于有足够的模态的结构分析，即适用于高频分析，但对于船舶、舰艇等实际大型结构，因其具有延展性、尺寸较大、低频段模态较为密集，所以这种方法在低频分析中也有一定潜力。

能量有限元法<sup>[43-50]</sup>的核心思路是以能量密度为控制方程的变量，视能量以波动形式在结构中传递。而且，能量流动方程式类似的二阶偏微分方程很容易用现有的离散技术进行数值模拟。以能量有限元法为基础，文献[51]提出了能量边界元法。与传统的边界元法相比，能量边界元法忽略了表面声压和振速的相位，将能量有限元法得到的表面声能进行  $1/3$  倍频程的频率平均作为能量边界元的边界

条件。文献[51]指出，能量边界元法是处理高频下流固耦合问题统计能量分析的替代方法。

以上方法为结构振动声辐射分析中的几种常用方法，这些方法各有利弊。使用时原则上应依据结构的频率特性、所关心的频段范围、结构的复杂程度等因素进行合理的选择。

### 1.3 板结构振动声辐射研究现状

结构在介质中振动时将会向周围介质辐射声能量，声功率的大小由结构的面积、均方振速、周围介质的种类及结构的平均辐射效率决定。结构的模态辐射效率表示各阶模态的声辐射能力，反映了结构的固有特性，而结构的平均辐射效率是由各阶模态辐射效率决定的，它从整体上反映了振动结构的声辐射能力。在工程设计中，如果能够预先得知结构的平均辐射效率，便能很方便地确定结构辐射的声功率。长期以来，关于结构辐射效率的研究从未间断。

矩形板作为工程结构的常见形式之一，其空气中的声辐射问题一直得到众多学者的关注<sup>[52-58]</sup>。对于嵌在无限大障板中矩形板的声辐射问题最早使用瑞利积分获得。20世纪60年代，Maidanik<sup>[52]</sup>提出了计算整个频段的模态辐射阻抗的近似公式，后来 Wallace<sup>[53]</sup>采用将声强对半球面积分的方法，获得了矩形简支板的模态辐射效率，并给出了形式简单的近似计算公式，这一公式由于计算简便而得到了广泛的应用。Li<sup>[54]</sup>则采用解析方法研究了矩形板的自辐射阻抗和互辐射阻抗，并以波数幂级数的形式给出了矩形板中频段的模态辐射阻抗表达式。在平均辐射效率方面，Maidanik<sup>[52]</sup>最早采用功率流和统计能量分析法研究矩形板的平均辐射效率。后来，Leppington 等<sup>[57]</sup>在 Maidanik 工作基础上进行了进一步研究，指出 Maidanik 过高地估计了矩形板在共振频率处板的辐射效率，并给出了修正后的结果。Xie 等<sup>[58]</sup>在 Wallace<sup>[53]</sup>工作的基础上，研究了点简谐激励下简支矩形板的声辐射情况，在对激励力的作用位置进行面平均后发现交叉模态对于板的辐射声功率贡献为零，并给出了条形板的平均辐射效率计算公式。国内关于矩形板的声辐射研究大多采用有限元法或边界元法：尹岗等<sup>[59]</sup>利用有限元法得到矩形简支薄板低频的模态辐射效率及结构辐射效率。赵其昌等<sup>[60]</sup>采用有限元法对矩形薄板在周期力作用下进行小振幅弯曲振动时的声辐射进行了数值计算，结果表明低频段辐射效率很低，中高频段辐射效率较高。李林凌等<sup>[61]</sup>采用有限元法研究了薄板在不同介质中的振动及声辐射特性，研究表明介质的密度越大，薄板结构的第一阶频率越小，薄板的各阶振型不受介质密度的影响。黎胜等<sup>[28]</sup>采用有限元法和边界元法

建立了轻质流体介质中复杂结构声辐射分析模型，并以简支矩形板为例，计算了其模态辐射效率、辐射声功率级及激励力位置对于声功率和辐射效率的影响。另外，王志等<sup>[62]</sup>通过分析平板辐射阻抗矩阵的特征值得到平板的一组速度分布及辐射效率，并根据辐射效率的大小确定对应的速度分布辐射声功率的强弱。姜哲<sup>[63]</sup>根据点辐射阻抗概念，在忽略各模态之间耦合的基础上，对复杂结构的辐射效率计算公式进行了讨论。以上关于矩形板的振动和声辐射研究为圆板的振动和声辐射研究提供了重要的参考，并为本书的临水矩形板振动和声辐射研究奠定了基础。

与矩形板在空气中的振动声辐射研究相比，圆板的振动声辐射研究相对落后得多。对于置于无限大障板上的轴对称弯曲振动圆板，Levine<sup>[64]</sup>研究了其边界钳定时的模态辐射效率，并给出了高频段辐射效率的计算公式。Rdzanek<sup>[65]</sup>研究了弹性支撑的圆板在各种不同边界条件下的声辐射情况。Hansen 等<sup>[66]</sup>研究了边界钳定圆板的前几个低阶模态的辐射效率，并指出了一种新的辐射效率测量方法。Lin 等<sup>[67-71]</sup>研究了轴对称弯曲振动圆板在不同边界条件下的等效质量和等效顺度系数，推导了板的频率方程，并给出了板的等效线路、声压分布及远场的指向性图。最值得注意的是 Honda 等<sup>[72]</sup>使用典型的薄板理论及改进的薄板理论（Mindlin 板理论）研究了边界钳定并嵌在无限大障板上的圆板的辐射效率。Honda 在采用典型板理论研究时，通过将声强对球面积分获得了圆板的辐射声功率。然而 Honda 仅给出了固定边界圆板的模态辐射效率计算公式，但该公式使用起来很不方便，不便于进行理论或工程计算。总之，关于圆板模态辐射效率的研究主要集中在固定边界条件下及低阶模态上，而且不便于进行计算，对于简支及自由边界圆板的模态辐射效率研究则非常少见，关于圆板的平均辐射效率研究则更是几乎未见文献报道。为了进一步研究固定、简支及自由边界圆板的平均辐射效率，必须先研究其各阶模态全频段上的辐射效率计算方法，显然这还有大量的工作需要完成。

对加筋矩形板的声辐射研究，早期主要是以无限大具有相同加强筋的薄板为研究对象<sup>[73,74]</sup>。Moyne 等<sup>[75]</sup>认为加强筋对加筋矩形板的声辐射有振动效应、声源效应及声障效应三种影响，并采用间接边界元法研究了加强筋的声源效应，指出加强筋对加筋矩形板声辐射的声源效应和声障效应可分别用  $E$  准则和  $\lambda/6$  准则来评估。目前大多数研究<sup>[76-79]</sup>基本上还是采用瑞利积分来计算加筋矩形板的声辐射，也就是在计算声辐射时按照板来计算，即仅考虑加强筋的振动效应，而其声源效应和声障效应则予以忽略。对实际的有限尺寸的加筋矩形板，张升明等<sup>[80]</sup>采用有限元法和边界元法，以距板中心垂直距离 1m 处的声压级为标准，在相同模态条件下计算分析了无限障板中加筋矩形板的结构参数与加筋矩形板振动噪声的关

系。姚本炎等<sup>[81]</sup>以四边简支单向对称加筋矩形板为研究对象，通过将薄板沿加强筋划分成两个简单单元，运用反力法将加强筋的作用等效在板上，利用单元的连续性条件，研究了加筋矩形板的声辐射性能。陈晓利等<sup>[82]</sup>结合导纳和功率流法对加筋矩形板的振动特性进行了研究，得到了筋的存在对原有结构振动特性影响的基本规律。王敏庆等<sup>[83]</sup>通过最速下降积分法得到了加筋矩形板结构在板受到力激励下远场中的振动响应和功率流分布表达式。Mace<sup>[73,84]</sup>对于无限流场作用下有平行加强筋和垂直加强筋的板结构在点激励下声辐射进行了研究，并借助波数变换和稳相法来表述远场声压。黎胜等<sup>[77]</sup>采用有限元法和边界元法，对加筋矩形板结构的声辐射进行了计算分析，研究了加筋矩形板的结构参数、边界条件、流体介质等因素对于板的辐射声功率的影响。吴文伟等<sup>[85]</sup>在波数域上求解流体介质中具有相同加强筋平板在集中力作用下的声辐射，获得了辐射声压的解析表达式。以上文献为加筋矩形板的振动声辐射研究做了有益的探索。事实上，当加筋矩形板满足密加筋条件时，该加筋矩形板便可等效为正交各向异性板，其振动声辐射行为将可以用正交各向异性板的相关理论进行分析计算，本书将从这一角度对空气中加筋矩形板的振动声辐射行为做些有益的探讨。

众所周知，当结构在水中振动时，水的加载效应会对结构的振动和声辐射产生影响，其中结构声辐射研究的主要困难在于对流固耦合问题的处理<sup>[86-88]</sup>。早期的矩形简支板结构辐射阻抗的计算方法由 Davies<sup>[89]</sup>提供，主要通过对流固控制方程进行波数转换处理，并结合真空中板的模态表示出了辐射阻抗，后来 Pope 等<sup>[90]</sup>进一步发展了 Davies 的工作。Sandman<sup>[87,91]</sup>还给出了其他有关辐射阻抗的计算方法，但其涉及复杂的数值积分，不仅计算量大，而且仅适用于简支边界的平板。Rumerman<sup>[92]</sup>研究了重质流体载荷作用下板的辐射效率，指出当流体载荷参数  $\mu \gg 1$ （即流体为重质流体）时，将轻质流体中板辐射效率的计算方法用于计算重质流体中的板将会导致辐射效率的计算结果偏大。Nelisse 等<sup>[93]</sup>采用瑞利-里茨方法，用一组特定的三角函数作为基函数求解了有、无障板条件下矩形板在水中的辐射效率。Berry<sup>[94]</sup>从流固耦合方程出发，研究了弹性边界条件下流体载荷板的声辐射问题。黎胜<sup>[95]</sup>采用有限元法和瑞利积分耦合法对考虑流体加载效应的板结构声辐射损耗因子和辐射效率进行了分析计算。程钊<sup>[43]</sup>在分析和推导空气中矩形板平均辐射效率工程公式的基础上，认为水负载对振动矩形板的振动声辐射的影响表现为产生了附加质量，借用了无限大板的附加质量公式作为临水矩形板的附加面密度公式，并对空气中矩形板的平均辐射效率经验公式进行了附加质量修正，从而得到了临水矩形板的平均辐射效率。随着计算机技术的不断发展，临水结构的振动声辐射问题大多采用耦合的有限元与边界元法进行求解。Smith 等<sup>[96]</sup>采用

边界积分方程求出声辐射阻抗后将流体的负荷考虑到结构有限元方程中再进行求解。Everstine 等<sup>[22]</sup>将边界元法和有限元分析程序 (Nastran) 相结合，并采用一个高效的求解器求解大型流固耦合问题。崔宏武等<sup>[97]</sup>基于耦合有限元与边界元法，使用四边形常数元对临水三维结构的振动声辐射进行了数值计算。以上关于临水结构的振动声辐射研究为临水工程结构设计提供了一定的参考，然而水介质是如何对结构的振动声辐射产生影响？其影响的机理又是什么？这些问题目前还不是很清楚，因此有必要寻求一种新的思路和方法来分析和求解临水结构的振动声辐射问题，这种方法要能够反映出水介质对于结构振动的影响特点，并能从机理上对其声振特性进行剖析。

在水的加载效应下，结构的自然频率与在空气中的完全不同。Everstine<sup>[98]</sup>还采用耦合的有限元与边界元法计算了流体加载下结构的低阶固有频率。Chang 等<sup>[99]</sup>在假定板的干湿模态挠度相等的条件下，利用二维傅里叶变换求解了单侧临水并置于无限大障板上的简支及固定矩形板的振动频率。石焕文等<sup>[100]</sup>从能量守恒出发，采用有限元法计算了水中方板的自然频率及辐射效率。赵键<sup>[101]</sup>将流体动压项合并到面分布载荷中去，用边界元法计算了简支矩形板在水中的振动频率。对于临水圆板而言，Rayleigh 等<sup>[102]</sup>最先研究了嵌于无限大障板中圆板的惯性增量。在 Rayleigh 的研究基础上，Lamb<sup>[103]</sup>针对临水嵌于无限大障板上的固定边界圆板，通过求解速度势计算了临水圆板的自然频率，但其研究仅限于基础模态。后来 Lamb 的结果被 Powell 等<sup>[104]</sup>通过实验给予了验证。作为 Lamb 工作的延续，McLachlan<sup>[105]</sup>及 Peake 等<sup>[106]</sup>沿袭 Lamb 的方法，各自研究了临水嵌于无限大障板中自由边界圆板及固定、简支边界圆板基础模态的自然频率。Montero de Espinosa<sup>[107]</sup>在板半径远小于流体声波波长的条件下，计算了水中圆板轴对称模态的振动频率。对于临水振动的板结构，AVMI 因子 (the added virtual mass incremental factor) 被定义为水的参考动能与板的参考动能之比<sup>[108-110]</sup>，该因子决定临水振动结构的自然频率与空气中该结构的自然频率之比。NAVMI 因子 (the non-dimensionalized added virtual mass incremental factor) 为 AVMI 因子对于板的结构参数和流体密度的归一化因子，反映了临水振动板的自然属性。Kwak 等通过积分变换法，分别求解了临水无障板自由液面中的圆板<sup>[108,109]</sup>及临水嵌于无限大障板中的圆板<sup>[110]</sup>在固定、简支及自由边界条件下的 NAVMI 因子，为快速求解临水圆板的自然频率提供了可能。以上研究为临水圆板的自然频率做了有益的探索，但其求解过程涉及复杂的边值问题，计算过程较为烦琐，并且物理意义不明显，因此有必要寻求一种新的方法求解临水圆板的 NAVMI 因子。

## 1.4 研究内容简介

本书主要包括以下三部分内容：①研究空气介质中圆板和加筋矩形板的模态辐射效率及平均辐射效率，并对其影响因素进行分析研究；②建立临水结构振动声辐射研究的附加质量与附加阻尼分析模型，并采用该模型研究临水矩形板和临水圆板的平均辐射效率与临水圆板的自然频率；③开展空气和临水结构辐射效率的实验验证。

本书各章的主要内容如下。

第 1 章：绪论。主要介绍本书的研究意义、结构振动声辐射的常用研究方法、流体中矩形板、圆板及加筋矩形板的研究现状，并指出其中存在的问题。

第 2 章：空气介质中圆板的声辐射研究。从振动响应出发，采用将声强对辐射面积分的方法，推导固定、简支及自由边界条件下圆板的模态辐射效率公式，在此基础上进一步推导其平均辐射效率公式，并对平均辐射效率的影响因素进行分析。

第 3 章：水介质中圆板的声辐射研究。从临水声场对结构的反作用出发，推导临水圆板结构的附加质量和附加阻尼表达式；从水介质对圆板结构的质量和阻尼产生影响的角度，对空气中圆板结构的平均辐射效率公式进行修正，从而得到临水圆板结构的平均辐射效率公式。

第 4 章：水介质中矩形板的声辐射研究。与临水圆板的振动和声辐射研究思路相同，推导临水矩形板结构的模态附加质量和模态附加阻尼表达式，并将该矩形板模态附加质量同有关文献的计算结果进行对比，结果表明对于高阶模态，第 4 章的模态附加质量公式与仅适用于高阶模态的文献公式计算结果一致性良好，由于第 4 章的方法也适用于低阶模态附加质量的计算，因而较文献公式其适用范围更广；从水介质对矩形板结构的质量和阻尼产生影响的角度，对空气中矩形板结构的平均辐射效率公式进行修正，从而得到临水矩形板结构的平均辐射效率公式。

第 5 章：临水弯曲振动圆板的 NAVMI 因子研究。从临水弯曲振动圆板的附加质量出发，根据临水结构的 NAVMI 因子定义，结合第 3 章临水圆板的附加质量研究成果，推导临水圆板 NAVMI 因子的附加质量表达式，得到圆板的 AVMI 因子等于其模态附加质量与板质量之比这一结论，并将其数值计算结果与有关文献进行对比，结果表明二者一致性良好，充分说明第 5 章 NAVMI 因子附加质量算法的正确性。

第6章：空气介质中加筋矩形板的声辐射研究。根据加筋矩形板的正交各向异性等效理论，开展加筋矩形板的振动响应及平均辐射效率研究，并对比分析平均辐射效率的影响因素。

第7章：流体中板结构辐射效率实验研究。开展空气介质中简支边圆板、简支边界加筋方板的平均辐射效率实验研究，以及临水自由边界圆板的平均辐射效率实验研究，并将实验测试结果与理论计算结果进行对比。

第8章：研究工作总结及未来研究展望。对全书的研究内容和创新点进行总结，并结合本书的工作内容指出空气中圆板辐射效率及临水结构振动声辐射未来的研究方向。

## 第2章 空气介质中圆板的声辐射研究

### 2.1 引言

矩形板和圆板是工程中常见的两种结构形式。长期以来，矩形板在空气中的振动声辐射研究一直受到人们的关注，并且取得了瞩目的成就，其在空气中的平均辐射效率公式一直得到广泛的应用。与矩形板的振动声辐射研究相比，圆板的振动声辐射研究相对落后得多。圆板的声辐射研究主要集中在固定边界条件下的模态辐射效率研究上，对于简支及自由边界的模态辐射效率研究和固定、简支及自由边界条件下的平均辐射效率研究，则几乎未见文献报道。

事实上，由于边界形状的特殊性，圆板的弯曲振动较矩形板复杂得多，并且圆板弯曲振动的振型函数在不同的边界条件下有不同的表达形式，这也使得圆板的声辐射特性研究显得更为复杂。文献[72]采用将声强对半球面积分的方法获得了固定边界条件下圆板的模态声功率，继而得到固定边界条件下圆板的模态辐射效率，但其给出的模态辐射效率的表达式形式较为复杂，不便其他研究者进行计算。

本章从点简谐力激励下圆板的弯曲振动响应入手，在获得固定、简支及自由边界圆板各阶模态弯曲振动频率方程特征根的基础上，采用将声强对辐射面求积分的方法求得其模态辐射声功率，继而得到其模态辐射效率解析表达式。本章给出的圆板模态辐射效率的解析表达式为显式，便于对以上三种典型边界条件下圆板的模态辐射效率进行计算。为了说明本章方法的有效性，将计算结果与有关文献进行对比。

在圆板模态辐射效率的研究基础上，本章进一步研究其平均辐射效率，并且分析模态辐射效率和平均辐射效率的特点及其影响因素。本章的研究一方面为圆板在空气介质中的声辐射预报提供了理论依据，另一方面也为进一步研究临水圆板的振动和声辐射奠定基础。

### 2.2 空气介质中平板结构的受迫振动响应

当平板在外激励作用下振动时，其挠度可用 Love 方程<sup>[11]</sup>进行描述。