

过程哲学视域下的 现代数学课程之思维转向

The thought transformation of modern mathematics
curriculum in process philosophy

单妍炎 著

 北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

过程哲学视域下的 现代数学课程之思维转向

The thought transformation of modern mathematics
curriculum in process philosophy

单妍炎 著



北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目 (CIP) 数据

过程哲学视域下的现代数学课程之思维转向 / 单妍炎著. —北京: 北京理工大学出版社, 2017. 6

ISBN 978 - 7 - 5682 - 4216 - 5

I. ①过… II. ①单… III. ①数学教学 - 研究 IV. ①O1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 145241 号

出版发行 / 北京理工大学出版社有限责任公司

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010) 68914775 (总编室)

(010) 82562903 (教材售后服务热线)

(010) 68948351 (其他图书服务热线)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 保定市中画美凯印刷有限公司

开 本 / 710 毫米 × 1000 毫米 1/16

印 张 / 13

字 数 / 175 千字

版 次 / 2017 年 6 月第 1 版 2017 年 6 月第 1 次印刷

定 价 / 39.00 元

责任编辑 / 封 雪

文案编辑 / 封 雪

责任校对 / 孟祥敬

责任印制 / 李志强

作者简介



单妍炎(1983 —),女,汉族,籍贯河南安阳。自2005年以来,作者一直从事数学及数学教育的相关研究工作。2008/10-2009/09获日本文部省交换留学生奖学金,2013年6月主持内蒙古工业大学校级教改项目“线性代数双语教学与传统教学方法比较研究”,2015/09-2015/12获批台湾师范大学短期交流生项目,2016年8月在全国大学数学微课设计大赛中获得华北赛区一等奖。并先后在正式刊物上发表《西部高校大学数学双语教学进展》《认知范式转换下的数学本质》《数学知识社会学下学习理论框架新观》等论文十余篇,参与省部级研究项目两项。



投稿邮箱: xueshu@bitpress.com.cn
咨询电话: (010) 68911947 68911085



策划编辑: 刘兴春
责任编辑: 李丁一
封面设计: OICA 原创任玮

前 言

自2012年国家教育部颁布《全日制义务教育数学课程标准（修订稿）》，明确提出“四基”和“四能”以来，将数学课程置于社会发展的大环境下进行考察，内容的选择不再单纯考虑数学学科自身的特点，而更多地关注数学的跨学科性与应用性，对现今的数学教育产生了莫大的冲击。随着数学新课程出现的新课程观和新教学观，强调持续发展中的主体建构和不断改变的社会文化环境间交互作用产生的心智变化历程。过程哲学视域下的现代数学课程，在不同程度上恰恰表达了不再把数学课堂作为实存去认识，而是作为一种动态的、过程的、生成性存在去理解的教育哲学。数学课程的生成本身就是价值导引和创造的过程，其价值意义在于：透过文化和实用的观点，促进学生对数学多元价值的认同，使学生在课堂上获得多元而均衡的价值观，以积极的动能来表达学习者理解甚至转化数学世界的强烈诉求，推动数学课堂结构的更新和教育主体的解放。依据现代生物学和自组织系统，有机体被描述为一个有组织的单元或功能整体，它强调了一种整体的关系和过程，所有的部分只有在这种整体关系中才具有存在意义。

在过程课程理论视野中，过程性不仅仅是课程的一种属性，它对于课程来说具有本体论上的意义和价值。过程是课程的存在和发展方式，课程是一种过程性的存在。作为自组织系统的数学课程蕴含着多种文化成分，各种数学文化构成及其彼此间的有机联系即是数学课程的文化结构。数学课程的生成并非将数学文化强加给学生，而是透过学习共同体，使学生把事实、观念、价值、态度或情感，从一个人或

一个团体传达给他者，以有意义的方式重建有价值的数学文化元素的过程。因此，教师在数学课堂上的教学，不能把焦点仅放在数学知识本身与计算过程的呈现上，而忽略了数学价值的凸显。数学课堂中教师、学生在数学文化的价值体系、表意象征、符号资源等方面存在着差异，这恰是数学课堂上文化冲突的内源性基础。生成性的数学课程不是纯粹的“数学世界”，而是师生生活世界的一部分；不是回避或压制文化冲突，而是不同的数学文化在有限的时间范畴内，主体按自身的文化属性去表达；是充分利用数学文化的冲突与对抗促使其进一步地融合与创生。

数学课程以外社会系统的稳定和发展以及关联系统功能的发挥，是其存在和发展的前提条件和基本依据。在理解数学课堂上教与学的诸多现象时，研究者虽欲把握数学课程的真实样貌，却往往陷入只侧重数学文化积极性作用的窠臼，而淡化了数学课堂作为保存和创新数学文化的主要场域，赋有传达和转化数学价值观、数学信念的同时，还兼具文化生成的功能。过程哲学视域下的现代数学课程思维的转向，对数学教育内容、方法和教育制度提供了一种反思的观点。摒弃以往那种仅仅从“结构成分分析”的角度去理解文化自身价值功用的偏狭，无疑会有助于我们纵观全局地把握数学课程的本真。

目 录

导论	1
第一章 绪论	5
1.1 从胡塞尔早期数学哲学中的几何根源谈起	8
1.2 后现代主义对数学课程观的理解与批判	12
1.3 数学课程观：超越现代性的新发展	19
第二章 “实体式思维”下的数学课程观	26
2.1 实体与实体式思维	26
2.2 “实体式思维”下的数学课程观	28
第三章 怀特海的“过程哲学”与后现代课程观	32
3.1 怀特海对实体的批判	34
3.2 过程哲学与后现代课程观	38
3.3 过程哲学视阈下对自然“数学化”的理解及其批判	47
3.4 怀特海的数学教育思想及对课程观的启示	59
第四章 数学知识范式的转换	64
4.1 人类知识的形成	65
4.2 数学在人类知识形成中的地位	68
4.3 数学知识的形成与范式转换	71
4.4 从科学与人文融合、连结的视角看数学课程观	84
第五章 数学教育中的“过程课程观”	90
5.1 现代教育思维转变下的“过程”	90
5.2 “过程课程观”的应有之义	94
5.3 数学教育中“过程课程观”的合理定位	99

第六章 超越怀特海过程思想的数学课程观	151
6.1 变革是世界观的改变	152
6.2 过程哲学视域下的数学课程观	155
结束语	178
附录	180
参考文献	195

导 论

“直观”概念是胡塞尔现象学中“一切原则之原则”，其最主要的特点就是本质性。作为一种获得知识的先验方法，“本质直观”概念的获得，与前现象学时期胡塞尔对几何学与近代物理学本质的探究密不可分。以“直观”直接把握事物的本质，胡塞尔数学哲学思维方式的巨大变革背后体现出其深刻的几何学渊源。数学本身是一门语言，语言都须诉诸直觉，数学中有些名词或关系，不能用更基本的数学词汇来定义或解释，所以出现了少数的未定义名词、公设或设准，必须诉诸人类靠着基因或是社会化所获得的直觉。胡塞尔“本质直观”的基本思想就是指通过“本质还原”，借由自由想象变异法使人们凭直觉获得知识的本质。作为一种获得知识的先验性方法，本质直观概念的获得为胡塞尔赢得了关于起源研究的新领域，在其早期数学哲学乃至整个现象学运动中都处于核心的地位。他把现象学看作是一种“新本质学”，关注一般的物和普遍的性质，直观中的被给予者必须在其被给予的方式中加以准确的把握。现象学的任务就在于描述一般科学理论的“所与性”，我们不仅可以在感性知觉中看到个别的事物或事件，也可以通过一种非感性的直观看见本质。通过“本质直观”概念的发展，胡塞尔进行了一种高阶的观念化抽象，用来表示一种可以纳入观念中的、个体最独特的存在。在对流形中群理论进行现象学分析时，胡塞尔还讨论了群的“所与性”，并把群理论视为本质直观的一种实现途径。以至于在某种意义上，我们可以说，胡塞尔“本质直观”的概念部分地根基于他对现代几何的群理论研究。

作为人类最重要的资产之一，几何学代表着一种观念化的、自足而无限的空间，是人类天赋本能的一种延伸，生活在空间中的我们虽然有着内部的和外部的经验。但是，一直以来，人们对于空间概念的本质及其每一细节的描述分析，并没有获得一致的理解。前现象学时期的胡塞尔意识到，纯粹几何空间主要依赖于“几何直观”，却忽略了概念的起源。知觉的首要客体是空间中的物质客体，空间是与空间物的统握一起被共同统握的，空间结构并不能直接地获得。进一步地讲，胡塞尔认为黎曼关于空间中“流形”的理论仅仅从纯形式概念本身来阐明是不够的，更需要在各种不同的空间概念中做出区隔，并对每一个特定的几何结构进行本质上的描述。于是，胡塞尔试图从心理学、逻辑学和哲学三个层面进阶地实现对空间的划分和概念本质的考察。通过对描述心理学与发生心理学的区分，空间的心理学研究得以关联到空间表征的缘起与发展；而空间的逻辑学与哲学研究交织在一起，通过认识目的与空间表征之间的对应关系，进行逻辑上的操作和哲学上的反思。1907年在“物与空间”的演讲中，胡塞尔发展了一种综合的“层层递进”的模型，来描述可视域与经验个体之间的结构，以及在几何学的视觉感知中会出现的一系列现象。

对于一个在不同的方向上具有不同颜色的客体而言，随着时间和空间的变化，在人们的视觉中其着色的形式会不断地发生改变(图0-1)。其中， $K_1, \dots, K_o$ 分别表示客体在空间中各个方向上的不同视角， $t^1, \dots, t^A$ 表示观察的次数。图中右上方矩阵中的每一行，表示从一个特定的视角或者运动的状态 K_i 客体变化的颜色。矩阵中的元素 C_i^j ，表示在时刻 j 从视角 i 人们所观察到的客体的颜色。其对角线则表示，从不同的视角人们观察到的颜色的变化

视角 K_1	$C_1^1, C_1^2, \dots, C_1^A, \dots$
视角 K_2	$C_2^1, C_2^2, \dots, C_2^A, \dots$
.....	
视角 K_o	$C_o^1, C_o^2, \dots, C_o^A, \dots$
次数	$t^1, t^2, \dots, t^A, \dots$

图0-1 客体变化的构成^①

① 摘取至胡塞尔1907年“物与空间”演讲的末尾。

曲线。视觉系统生成人们看到的事物，胡塞尔认为，模型中所涉及时间与空间的“知觉的二维流形”，并不需要特别的训练就可以达到。从对空间中“流形”的形态与结构几何直观的研究开始，胡塞尔逐步开启自身对空间现象学的基本思考，并把现象学与数学、逻辑学正式区别开来。

不同于直观主义者的观点，胡塞尔的本质观是对西方传统哲学观的一种挑战，他认为本质和现象不再是二分的，从根本上来讲，现象就是本质，本质就是现象，我们所直观到的其实就是本质。前现象学时期的胡塞尔睿智地从希尔伯特的公理化理论中，抓取出理想的欧几里得形式，并开始注重科学理论的方法论研究。从数学与逻辑学的理论渊源出发，胡塞尔引入逻辑概念和逻辑规则，捕捉到存在于科学的“本来意义”和“表面意义”之间的模糊性，对传统的二分法提出挑战，逐步“拔掉”传统西方哲学中本质和现象之间设置的“障碍”，奠基出本质直观思想的理论地平。

从现代的角度来看，胡塞尔的流形概念就是一种扩展了的空间理论的解释。现象学数学路径以悬置和还原的方式，使人们对数学的历史起源进行追溯，运用欧几里得几何来描述可视域的结构，把点、线、面看作是流形的特例，在有限流形中运用客体来描述无限的视觉经验中的对象。通过无限化的方法把演绎的数学方法，从众多的方法论工具中得以凸显，继而应用于现象学分析。数学对象在胡塞尔的哲学思想中是享有特权的，因为数学对象是观念的。“它的存在穷尽在它的完全透明的现象性中，然而它又具有绝对的客观性，也就是说，它完全摆脱了经验主观性，仅仅是显现之物而已。因此，它总是已经被还原到其现象的含义上。对纯粹意识而言，它的存在从一开始就是对象的存在。”^① 需要指出的是，胡塞尔关于几何学这一理念对象的阐述，并不像对数的概念的论证那样丰富，它们大都出现在《胡塞尔全集》第21卷以及许多他未出版的手稿中。从胡塞尔早期哲学思想的脉络中，

^① 雅克·德里达著，方向红译。胡塞尔《几何学的起源》引论[M]。南京：南京大学出版社，2004，5。

我们可以通过他对空间中“黎曼-赫尔姆霍兹”理论观点的转变、综合方法的偏爱以及对“本质”和“源头”的关注,来进一步确认其阶段性思想并对其进行合理的定位。胡塞尔在对高斯、黎曼、赫尔姆霍兹、希尔伯特、格拉斯曼等一批数学家有关几何学处理方法的研究中,开始对近代哲学进行意向的和历史的沉思,以期最终获得哲学的意义、方法和开端。这些都为后期系统地回溯并追问几何学最源初的意义、对数学概念进行回问与还原以及对人的历史性性质之深刻思考打下了坚实的基石。同时,胡塞尔从“观念性”的几何学出发,欲使本质直观成为一种普遍的通用的方法,运用于经验判断和纯粹意识。但是,后两者在性质上与几何学并不相同,本质直观学说会遭遇到自身的理论困境。至此,我们可以看到,胡塞尔的思想虽然有自身的时代局限性,对当时数学思想的理解有时也难免有偏差和漏洞,但是从其对数学对象到生活空间的关注与“回归事物本身”的哲学处理来看,胡塞尔旨在揭示现象繁衍的无穷内在性,这些使得认知现象学的规划成为可能,从而现象学获得了与哲学相符的意义与特征。

后现代主义者就是采用胡塞尔现象学的方法,将所有事物放入括号内,予以存而不论。利用现象学还原,以平常心看待周围的事物,不受主观意念的预设和扭曲,使事物以本原的面貌得以呈现。与激进建构主义不同的是,后现代主义以一种强烈的反思的精神,承认教师和学习者的平等地位,不再用中心一词来限定和挟持任何一方,主张在语言和体验中了解和学习数学。任何一种哲学思潮,都会对也只能对数学课程和教学产生一定限度的影响。新世纪伊始,数学教育正跨越旧有的认知传授的教学风貌,以数学是解题、沟通、推理、联结的新数学观,试图描绘着现今数学教育的新愿景。解构新文本观提供了另一种迥异于认知心理学基础的教学视野,教师若从其积极面来考察,撷取它所蕴含的那种创造和跃进的新生命与丰沛能量,重视学生、教材、课程等内在潜藏的无限延展的新可能性,在这个“去中心”“主体消解”和“文本解构”的多元文化时代,数学教育会从内部发力真正明白自己的定位与需求,为数学课程实践变革找到适合的方法论。

第一章 绪 论

虽然数学思维有很多用途，但不能漫无限制地使用，人类心灵正是数学无法掌握的事物之一。

——布莱士·帕斯卡 (Blaise Pascal, 1623—1662)

数学的本质在于从现实物理世界的观察、经验和直觉中，发展出脱离真实世界的抽象化特性，此特征为自然、社会和人文提供了不竭的前进动力。但是，数学的运用也是有限制的，并非一切事物都可以按照从公设、公理到定理的演绎模型去刻画。正如上面所说，法国数学家帕斯卡（1623—1662 年）在赞赏数学尤其是几何学精神的同时，也深刻地洞悉到数学的适用范围和认识局限。在帕斯卡看来，形而上学、逻辑学和几何学都无法解开人的奥秘。这与胡塞尔所断言的欧洲科学危机之一，即丧失了生活意义的判断是极其相近的。帕斯卡在“几何学精神”之外，还提出了“微妙的精神”^①。一直以来，人们对几何这门“关于空间和现实世界真理”的学科的本质及其研究方法，都没有达成统一的见解。古希腊时期的柏拉图认为，几何概念与数一样不具有物质性。而亚里士多德则认为数和几何形状，都是需要通过抽象思维方能被人们所认识的一种实物的属性。中国明代的徐光启则认为：人具上资而意理疏莽，即上资无用；人具中才而心思缜密，即中才有用；能通几何之学，缜密甚矣，故率天下之人而归于实用者，

^① 黄秦安. 自然“数学化”的现象学诠释及意义追问 [J]. 北京大学学报 (哲学社会科学版), 2015, 3: 93.

是或其所由之道也。17 世纪的欧洲，已经接替中东成为数学思想的中心，在关于时间与空间的几何学方面也取得了巨大的进展。“笛卡儿与费马引进解析几何学以后的百余年里，代数的和分析的方法统治了几何学，几乎排斥了综合的方法^①。”解析几何把代数和几何有机地结合起来，像一本字典一样，使得人们可以在公式与图形之间不断地来回互译。从某种程度上来说，几何变成了代数，几何的使用演变为算术的转换。但是，尽管笛卡儿的坐标几何为现代科技和物理学带来了革命，其用代数方法来研究曲线的主要思想，却仍然并不被与他同时代的一批数学家所接受。他们认为，坐标几何主要是用来解决作图问题，还远远称不上是一个巨大的技术成就，甚至就连莱布尼茨也曾批评笛卡儿的工作实质上是一种倒退。到了 19 世纪，在代数的和分析的方法统治了几何学百余年之后，解析几何开始遭到更严重的批评与挑战。不同学派之间对到底应该用“解析”的，还是“综合”的方法来研究几何学，展开了激烈的争论。“到底解析几何学是不是几何学？因为方法和结果的实质都是代数，它们的几何意义都是隐蔽的……分析学以其形式过程全部略去了几何学所不断采取的小步骤。分析学的快速而且也许是渗透的步伐，不显露已经完成了的事情的意义。起点与终点之间的联系是不清楚的。”^②这些质疑与论战促使综合的几何学家们，力求从结果中找到某种普遍的原理，并重申纯粹几何学在数学中的作用。同时，纯粹几何学的发展以及人们对科学研究中的内在的、本质的方法的关注，使得数学家们希望通过几何学上的表征，让复数的存在获得合法性。正如弗雷格曾指出的，复数的几何表示是在分析的基础之上，引入的一种“外来因素”。^③

1890 年的胡塞尔同样需要在解析与综合——这两条通往内蕴几何

① 莫里斯·克莱因著，邓东皋，张恭庆等译. 古今数学思想·第三册 [M]. 上海：上海科学技术出版社，2014，1：20-21.

② 莫里斯·克莱因著，邓东皋，张恭庆等译. 古今数学思想·第三册 [M]. 上海：上海科学技术出版社，2014，1：20-21.

③ 谢利民. 论胡塞尔早期的数学哲学与现象学突破 [J]. 南京大学学报（哲学·人文科学·社会科学），2014，1：149.

学路径之间做出取舍。高斯把空间作为一个整体进行考虑，开辟了欧几里得空间中曲面的内蕴几何学；黎曼依靠分析，采用微分几何的途径开始了空间局部性质的研究。胡塞尔则认为当时解析几何的发展，已经不能完成恰当地分析“空间”概念的任务。解析几何的运用，给空间的表示带来了一些人为的、不恰当的限制。同时，胡塞尔对赫尔姆霍兹的观点提出了不同的意见，他认为解析的方法并不像赫尔姆霍兹所说的那样“不需要证明上的直观”。1891年，胡塞尔在与弗雷格的通信中，讨论了逻辑学问题。在《算术逻辑》中，胡塞尔也进一步表明“只要算术与几何的这种关系还没有完全地被清除，就不要试图通过数值上的分析来回答几何中的主要问题。”^①这一时期的胡塞尔认为：空间并不能通过解析几何来恰当地描述；解析的方法虽然使得人们获得了几何上的结果，却也是通过预设了一些特定事实的“直观”实现的。

对汉诺威大地的测量工作，使高斯及其追随者对空间的形状有了新的理解，并对欧几里得几何的真实性和必然适用性产生了怀疑。一旦一种新的假想几何的存在成为可能，它就会远离普遍性，并依赖于平坦的空间概念。黎曼和赫尔姆霍兹从既定事实和假设出发，开始思考物理世界中欧氏几何与非欧几何的有效性问题。他们像鲍耶、罗巴切夫斯基一样，开始真正地思考新几何，认为几何是许多不同种空间的数学，其中只有一个是我们生活的平坦的欧氏空间。后来，黎曼逐步放弃了对维数的所有限制，运用想象力使得高维几何得以出现。时至今日，在几何、数论和数学的其他一些分支中，黎曼的想法仍然是令人困惑与惊奇的。但是，1890—1891年的胡塞尔，在其演讲中第一次讨论了几何中有关算术与分析的有争议的问题，并对空间中的“黎曼—赫尔姆霍兹”理论提出了批评。在出版的相关讲义中，胡塞尔以欧氏几何的发展概观、平行公设问题和非欧几何的发现作为开端，详细讨论了高斯的曲率理论，并对黎曼的流形概念提出了异议。他声称

^① 谢利民. 论胡塞尔早期的数学哲学与现象学突破 [J]. 南京大学学报 (哲学·人文科学·社会科学), 2014, 1: 149.

黎曼的曲率理论并不是高斯理论的一般化形式，在黎曼几何中，欧氏几何只是几何学中的一种任意形态；黎曼的理论只具有数学上的价值，却没有哲学上的价值。^① 虽然从现在的观点来看，胡塞尔还并未完全理解高斯与黎曼思想中的实证主义精髓，但总的来说，他坚持认为：在曲面流形中，数学只是预设了概念的存在，曲面的概念是逻辑地而不是数学地被定义的。后来，直至挪威数学家索菲斯·李运用变换群对空间中的赫尔姆霍兹理论加以解决，才部分地改变了胡塞尔对“黎曼-赫尔姆霍兹”观点的看法。

作为著名的生理学家和物理学家，赫尔姆霍兹反对先验论而支持经验论。他从非欧几何的存在以及能够进行测量这些事实出发，得出结论：物理空间是非欧几何，物理空间的结构问题是经验性研究的问题。^② 而胡塞尔却犀利地指出：在赫氏理论中，曲率的连续性和它特殊的取值来自于经验的事实和纯粹的、简单的感官觉察，而不是科学实践。也就是说，经验主义承载着一种对概念和事实的未经检验的负担。经验主义者从未经阐明的、先入为主的意见出发，曲解了“所与者”的性质，并将其不正确地予以“理论化”。胡塞尔是这样进行推理的：假如空间中的曲率是不连续的，即使连续概念的显像依旧存在，我们仍然对任意维度中的位移的改变一无所知。物理空间的直观表征，不能依赖于其对事实的修正，而且，我们对空间的觉知受未意识到的物理因素的影响，事物本身永远不可能被经验到，除非作为历经其无穷无尽经验后始终稳定的存在者。^③ 现代主义的绝对论者所颂扬的——数学可以详尽勾勒出真实世界模样——似乎遭到了前所未有的质疑和挑战。

1.1 从胡塞尔早期数学哲学中的几何根源谈起

胡塞尔早期数学哲学思想中对综合方法的偏爱，得益于其对 19 世

① Mirja Helena Hartimo. From geometry to phenomenology [J]. Synthese, 2008, 162: 225 - 233.

② 何湘玲. 赫尔姆霍兹的数学哲学思想研究 [D]. 湘潭: 湘潭大学哲学院, 2008: 5.

③ 德尔默·莫兰, 约瑟夫·科恩著, 李幼蒸译. 胡塞尔词典 [M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2013, 12.