



普通高等教育“十三五”规划教材

计算机控制系统 ——分析、设计与实现技术

李东升 朱文兴 高 瑞 编著



科学出版社

普通高等教育“十三五”规划教材

计算机控制系统 ——分析、设计与实现技术

李东升 朱文兴 高 瑞 编著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书以信息流为线索，以 LabVIEW 软件为工具，对计算机控制系统的分析、设计和实现技术进行全面系统地介绍，以求读者能够对计算机控制系统形成完整的认知。

全书主要内容共 9 章。基础篇（第 1、2 章）介绍学习计算机控制系统必须掌握的基础知识，对信号采样与重构问题进行适当讲解；分析篇（第 3、4 章）介绍计算机控制系统的分析方法，讨论 LabVIEW 软件在系统分析过程中的应用；设计篇（第 5、6 章）介绍计算机控制系统的 LabVIEW 辅助设计方法，特别强调计算机控制系统设计与模拟控制系统设计的不同之处；实现篇（第 7~9 章）介绍计算机控制器的实例化方法，重点讨论工程实现过程中经常遇到的一般性问题及基本对策。

本书兼顾计算机控制系统与模拟控制系统的关系，强调计算机辅助技术的使用，体系新颖，重点突出，可作为普通高等院校自动化类或相关专业本科“计算机控制”课程教材或教学参考书，也可供相关工程技术人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

计算机控制系统：分析、设计与实现技术 / 李东升，朱文兴，高瑞编著.
—北京：科学出版社，2017.12
普通高等教育“十三五”规划教材
ISBN 978-7-03-055809-1
I.①计… II.①李… ②朱… ③高… III.①计算机控制系统-高等学校-教材 IV.①TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 301019 号

责任编辑：余 江 张丽花 / 责任校对：郭瑞芝
责任印制：吴兆东 / 封面设计：迷底书装

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

北京申石油彩色印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2017 年 12 月第一版 开本：787×1092 1/16
2017 年 12 月第一次印刷 印张：13

字数：312 000

定价：49.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前　　言

计算机控制系统是在硬件基础上构建的并发实时软件系统，是自动控制理论与计算机技术、网络通信技术相融合的产物。本书考虑控制工程的实际需要，以信息流为线索，借助美国国家仪器（National Instruments）公司的 LabVIEW 软件，从模拟控制出发，介绍计算机控制系统的分析和设计理论；并以此为基础，从并发实时系统设计的角度讨论计算机控制器的工程实现技术。

全书围绕“信息流”组织材料，分基础篇、分析篇、设计篇和实现篇四个部分，主要介绍以下内容：

- (1) 基础篇是全书的基础，概要介绍学习计算机控制系统必须掌握的基本内容，强调计算机控制和模拟控制因信息表现形式不同而产生的本质差异；
- (2) 分析篇是设计计算机控制器的前提，主要讨论计算机控制系统的建模技术和分析方法，强调采样周期对系统性能的影响；
- (3) 设计篇是全书的核心，主要讨论计算机控制器的具体构造方法，强调计算机控制器设计与模拟控制器设计的不同之处；
- (4) 实现篇是设计篇的延伸，主要是从并发实时系统设计的角度阐述计算机控制器的实例化过程，重点讨论实例化过程中所采取的软硬件技术，以及为解决实例化过程引入的不确定性而采取的技术措施。

本书坚持以计算机控制为主导，尝试从信息处理的角度阐述计算机控制。各章均使用 LabVIEW 软件进行辅助分析、设计和实现，力求将计算机控制系统的理论分析和工程实现统一到同一个软件平台，使学生从不同角度、不同层次认识计算机控制系统不同设计阶段、不同分析方法、不同实现技术之间的联系，进而形成对计算机控制系统的完整认知。

选择 LabVIEW 为辅助设计软件，主要考虑了以下方面：

- (1) LabVIEW 是基于信号流的编程软件，与本书写作思想一致；
- (2) LabVIEW 的系统仿真能力不逊于 MATLAB，其设备驱动能力则远超 MATLAB（绝大多数设备供应商均提供 LabVIEW 驱动程序），可以确保在同一个平台下完成计算机控制分析、设计和实现的全过程；
- (3) LabVIEW 采用图形化编程，直观形象，便于讲解实时、并发、组件等概念；
- (4) LabVIEW 简单易学，既支持 PC，又支持嵌入式应用，可以提供更灵活的选择，便于揭示计算机控制的本质。

本书配有电子课件，并提供独具特色的图形化仿真试验平台，供读者在学习过程中仿真运行教材内容相关实验。为了帮助读者更好地使用本书，作者还制作了部分教学难点、演示实验的辅助电子资源，用户可扫描相应二维码查看。

本书第 1 章、第 7~9 章由李东升编写，第 2 章由樊民革编写，第 3、4 章由朱文兴编写，第 5、6 章由高瑞编写。朱文兴还编写了 0.2 节、附录 D 和附录 E，高瑞还编写了

0.1 节和附录 B, 樊民革还编写了附录 A 和附录 C。李东升还编写了全书二维码对应的内容, 并核对统稿。

衷心感谢科学出版社编辑在本书出版过程中所付出的努力, 感谢作者家人的理解和支持。

由于作者水平有限, 书中难免有疏漏之处, 欢迎广大读者批评指正。

(作者联系方式: lidongsheng@sdu.edu.cn)

作 者

2017年9月

目 录

| | |
|---------------------------|---|
| 第 0 章 预备知识..... | 1 |
| 0.1 Z 变换 | 1 |
| 0.2 LabVIEW 控制设计与仿真 | 9 |

基 础 篇

| | |
|------------------------|----|
| 第 1 章 引言 | 25 |
| 1.1 计算机控制概述 | 25 |
| 1.2 计算机控制系统的典型形式 | 30 |
| 1.3 计算机控制系统的构成要素 | 37 |
| 1.4 本书内容说明 | 40 |
| 第 2 章 信号的采样与重构 | 43 |
| 2.1 计算机控制系统的信号形式 | 43 |
| 2.2 信号采样 | 44 |
| 2.3 信号重构 | 49 |
| 2.4 采样保持器 | 51 |

分 析 篇

| | |
|--------------------------|----|
| 第 3 章 计算机控制系统的数学描述 | 54 |
| 3.1 差分方程 | 54 |
| 3.2 脉冲传递函数 | 55 |
| 3.3 闭环系统的脉冲传递函数 | 57 |
| 第 4 章 计算机控制系统的性能 | 61 |
| 4.1 指令响应 | 61 |
| 4.2 性能分析 | 64 |

设 计 篇

| | |
|---------------------|-----|
| 第 5 章 模拟设计方法 | 73 |
| 5.1 模拟化设计 | 73 |
| 5.2 离散化方法 | 74 |
| 5.3 数字 PID 控制 | 84 |
| 第 6 章 数字设计方法 | 95 |
| 6.1 数字化设计 | 95 |
| 6.2 极点配置与状态估计 | 101 |

实 现 篇

| | |
|----------------------------------|-----|
| 第 7 章 从函数到算法 | 113 |
| 7.1 可控实现形式 | 113 |
| 7.2 数值精度问题 | 115 |
| 7.3 时延问题 | 122 |
| 第 8 章 硬件约束 | 128 |
| 8.1 组件、接口和信号 | 128 |
| 8.2 运算设备 | 132 |
| 8.3 通用 I/O 接口 | 134 |
| 8.4 处理不一致的数据 | 143 |
| 第 9 章 并发实时调度 | 151 |
| 9.1 计算机控制系统的需求分析 | 151 |
| 9.2 计算机控制系统的架构设计 | 155 |
| 9.3 并发实时调度 | 162 |
| 9.4 可靠性模式 | 168 |
| 参考文献 | 176 |
| 附录 A 数据手册简介 | 177 |
| A.1 首页 | 177 |
| A.2 极限参数 | 177 |
| A.3 电气规格 | 179 |
| A.4 应用提示 | 181 |
| A.5 术语 | 183 |
| A.6 引脚封装 | 183 |
| A.7 机械规格 | 184 |
| 附录 B 常用拉普拉斯变换和 Z 变换表 | 185 |
| 附录 C NI ELVIS 简介 | 186 |
| 附录 D LabVIEW CDS 模块控件索引 | 189 |
| D.1 创建模型控件 | 189 |
| D.2 模型分析控件 | 189 |
| D.3 绘图控件 | 190 |
| 附录 E LabVIEW CDS 模块常用函数索引 | 191 |
| E.1 常用仿真函数 | 191 |
| E.2 常用设计函数 | 193 |
| E.3 常用 PID 控制器函数 | 198 |
| 二维码内容索引 | 199 |

第0章 预备知识

0.1 Z 变换

Z变换是求解线性差分方程的便利数学工具。它可以把任意数值序列映射为复变量函数，以分析由线性时不变差分方程描述的任意类型系统。例如，可以用Z变换分析离散概率问题，此时，数值序列表示的是离散的概率值；或者可以用Z变换分析离散数字系统，此时，数值序列表示的是连续系统的采样值。

0.1.1 定义

考虑离散数值序列 $\{f(k)\}$ ($k=0, 1, 2, \dots$)，它的Z变换定义为

$$Z[f(k)] = F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k)z^{-k} = f(0) + f(1)z^{-1} + f(2)z^{-2} + \dots \quad (0-1)$$

式中， z 是复变量； $Z[f(k)]$ 或 $F(z)$ 是 $\{f(k)\}$ 的Z变换，表示将数值序列 $\{f(k)\}$ 映射为以 $\{f(k)\}$ 为系数的幂级数之和的变换操作。

式(0-1)定义的是 $\{f(k)\}$ 的单边Z变换，假设 $\{f(k)\}$ 在 $k < 0$ 时恒等于0。若该假设不成立，即 $\{f(k)\}$ 在 $k < 0$ 时有非零值存在，则其Z变换可以定义为

$$Z[f(k)] = F(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k)z^{-k} \quad (0-2)$$

式(0-2)称为 $\{f(k)\}$ 的双边Z变换。

对于因果序列，双边Z变换的结果和单边Z变换的结果相同，仅仅是求和下限从 $k=0$ 扩展到了 $k=-\infty$ 。

0.1.2 收敛域

对于任意给定的离散数值序列 $\{f(k)\}$ ，使 $F(z)=Z[f(k)]$ 收敛的所有 z 值的集合称为收敛域(ROC: Region of Convergence)。也就是说，收敛域是满足 $\sum_{k=-\infty}^{\infty} |f(k)z^{-k}| < \infty$ 的 z 值的全体。

收敛域不同，不同数值序列的Z变换也有可能相同。因此，在确定Z变换时，必须指明收敛域。但是，对于工程问题，收敛域的重要性并没有特别突出地表现出来。所以，本书在讨论Z变换时，一般不讨论收敛域。

0.1.3 性质

理解Z变换的一些基本定理对于熟悉和掌握Z变换方法，分析离散系统非常重要。下面一些性质如无特殊说明，既适应于单边Z变换，也适应于双边Z变换。

Z变换的基本定理见表0-1，这些定理一般均可用Z变换定义来证明。

表 0-1 Z 变换的性质

| 定理 | | 描述 |
|----------------|---|-------------------------------|
| 线性定理 | $Z[f_1(k) \pm f_2(k)] = F_1(z) \pm F_2(z)$ $Z[af(k)] = aF(z)$ | 实数域数值序列线性变换等于其复数域 Z 变换的线性变换 |
| 左位移 (超前) 定理 | $Z[f(k+l)] = z^l \left[F(z) - \sum_{k=0}^{l-1} f(k)z^{-k} \right]$ | 数值序列在实数域的超前或滞后等效于其复数域 Z 变换的平移 |
| 右位移 (延迟) 定理 | $Z[f(k-l) \cdot l(k-l)] = z^{-l} F(z)$ | |
| 复位移定理 | $Z[e^{\tau akT} f(k)] = F(ze^{\pm aT})$ | 数值序列在实数域的缩放等效于其复数域 Z 变换步长的扩张 |
| 初值定理 | $f(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} F(z)$ | 实数域数值序列的初始值即其复数域 Z 变换的趋势值 |
| 终值定理 | $f(\infty) = \lim_{k \rightarrow \infty} f(k) = \lim_{z \rightarrow 1} (1-z^{-1}) F(z)$ | 实数域数值序列的趋势值及其复数域 Z 变换的初始值 |
| 实卷积定理 | $Z[f_1(k) * f_2(k)] = F_1(z) \cdot F_2(z)$ | 实数域数值序列的卷积等于各自复数域 Z 变换的乘积 |
| 求和 | $Z \left[\sum_{i=0}^k f(i) \right] = \frac{1}{1-z^{-1}} F(z)$ | 实数域数值序列有限项的和等于其复数域 Z 变换的低通滤波 |

以下选择一些常用的定理进行证明。

1) 实位移定理

(1) 右位移(延迟)定理。

若 $Z[f(k)] = F(z)$ ，则 $Z[f(k-l)] = z^{-l} F(z)$ ，式中， l 是正整数。

证明 根据定义

$$Z[f(k-l)] = \sum_{k=0}^{\infty} f(k-l)z^{-k} = z^{-l} \sum_{k=0}^{\infty} f(k)z^{-(k-l)}$$

令 $k-l=m$ ，则

$$Z[f(k-l)] = z^{-l} \sum_{m=-l}^{\infty} f(m)z^{-m}$$

根据物理可实现性， $m < 0$ 时 $f(m)$ 为零，所以上式成为

$$Z[f(k-l)] = z^{-l} \sum_{m=0}^{\infty} f(m)z^{-m} = z^{-l} F(z) \quad (0-3)$$

位移定理的时域描述如图 0-1 所示。

从图中可以看出，复频域信号经过一个 z^l 的纯超前环节，相当于其时域特性向前移动 l 步；经过一个 z^{-l} 的纯滞后环节，相当于其时域特性向后移动 l 步。

(2) 左位移(超前)定理。

若 $Z[f(k)] = F(z)$ ，则

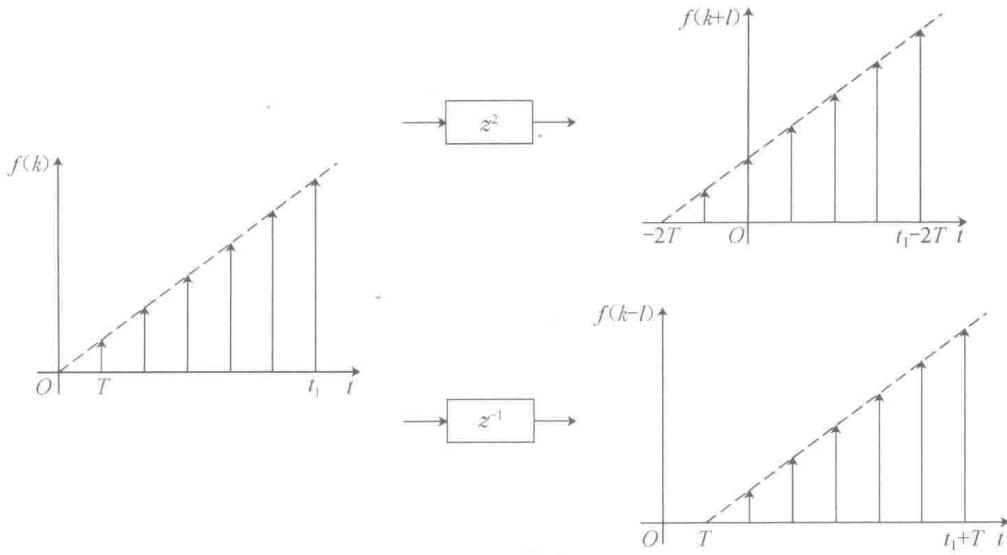


图 0-1 位移定理的时域图形描述

$$Z[f(k+l)] = z^l \left[F(z) - \sum_{k=0}^{l-1} f(k)z^{-k} \right]$$

证明 根据定义有

$$Z[f(k+l)] = \sum_{k=0}^{\infty} f(k+l)z^{-k}$$

令 $k+l=r$ ，则

$$\begin{aligned} Z[f(k+l)] &= \sum_{r=l}^{\infty} f(r)z^{-(r-l)} = z^l \sum_{r=l}^{\infty} f(r)z^{-r} \\ &= z^l \left[\sum_{r=0}^{\infty} f(r)z^{-r} - \sum_{r=0}^{l-1} f(r)z^{-r} \right] = z^l \left[F(z) - \sum_{k=0}^{l-1} f(k)z^{-k} \right] \end{aligned} \quad (0-4)$$

当 $f(0)=f(1)=f(2)=\dots=f(l-1)=0$ 时，即在零初始条件下，超前定理成为

$$Z[f(k+l)] = z^l F(z) \quad (0-4)'$$

2) 复位移定理

若函数 $f(k)$ 有 Z 变换 $F(z)$ ，则

$$Z[e^{\mp akT} f(k)] = F(z e^{\pm aT})$$

式中， a 是大于 0 的常数。

证明 根据 Z 变换的定义有

$$Z[e^{\mp akT} f(k)] = \sum_{k=0}^{\infty} f(k) e^{\mp akT} z^{-k}$$

令 $z_1 = z e^{\pm aT}$ ，则上式可写成

$$Z[e^{\mp akT} f(k)] = \sum_{k=0}^{\infty} f(k) z_1^{-k} = F(z_1)$$

代入 $z_1 = ze^{\pm aT}$ ，得

$$Z[e^{\mp akT} f(k)] = F(ze^{\pm aT}) \quad (0-5)$$

3) 初值定理

如果函数 $f(k)$ 的 Z 变换为 $F(z)$ ，且存在极限 $\lim_{z \rightarrow \infty} F(z)$ ，则

$$\lim_{k \rightarrow 0} f(k) = \lim_{z \rightarrow \infty} F(z)$$

或者写成

$$f(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} F(z)$$

证明 根据 Z 变换定义， $F(z)$ 可写成

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k) z^{-k} = f(0) + f(1)z^{-1} + f(2)z^{-2} + \dots$$

当 z 趋于无穷时，上式的两端取极限，得

$$\lim_{z \rightarrow \infty} F(z) = f(0) = \lim_{k \rightarrow 0} f(k) \quad (0-6)$$

4) 终值定理

假定 $f(k)$ 的 Z 变换为 $F(z)$ ，并假定函数 $(1-z^{-1})F(z)$ 在 z 平面上的单位圆上或圆外没有极点，则

$$\lim_{k \rightarrow \infty} f(k) = \lim_{z \rightarrow 1} (1-z^{-1})F(z)$$

证明 考虑有限序列

$$\sum_{k=0}^n f(k) z^{-k} = f(0) + f(1)z^{-1} + \dots + f(n)z^{-n} \quad (0-7)$$

和

$$\sum_{k=0}^n f(k-1) z^{-k} = f(-1) + f(0)z^{-1} + f(1)z^{-2} + \dots + f(n-1)z^{-n} \quad (0-8)$$

假定 $k < 0$ 时，所有的 $f(k) = 0$ ，式 (0-8) 可以写为

$$\sum_{k=0}^n f(k-1) z^{-k} = z^{-1} \sum_{k=0}^{n-1} f(k) z^{-k} \quad (0-9)$$

令 z 趋于 1，对式 (0-7) 与式 (0-9) 之差取极限，得

$$\lim_{z \rightarrow 1} \left[\sum_{k=0}^n f(k) z^{-k} - z^{-1} \sum_{k=0}^{n-1} f(k) z^{-k} \right] = \sum_{k=0}^n f(k) - \sum_{k=0}^{n-1} f(k) = f(n) \quad (0-10)$$

在式(0-10)中取 $n \rightarrow \infty$ 时的极限, 得

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \lim_{z \rightarrow 1} \left[\sum_{k=0}^n f(k) z^{-k} - z^{-1} \sum_{k=0}^{n-1} f(k) z^{-k} \right] \right\} \quad (0-11)$$

改变取极限的次序, 并考虑到上式方括号中两个级数和均为 $F(z)$ (当 $n \rightarrow \infty$ 时), 则

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(n) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) F(z) \quad (0-12)$$

终值定理的另一种常用形式是

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(n) = \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1) F(z) \quad (0-13)$$

必须注意, 终值定理成立的条件是 $(1 - z^{-1}) F(z)$ 在单位圆上和圆外没有极点, 即脉冲函数序列应当是收敛的。否则, 求出的终值将是错误的。

例如, 函数 $F(z) = \frac{z}{z-2}$, 其对应的脉冲序列函数为 $f(k) = 2^k$, 当 $k \rightarrow \infty$ 时发散; 但可以直接应用终值定理得

$$f(k) \Big|_{k \rightarrow \infty} = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \frac{z}{z-2} = 0$$

很明显, 计算结果与实际情况相矛盾。这是函数 $F(z)$ 不满足终值定理的条件所致。

0.1.4 计算方法

求取离散时间函数的 Z 变换有多种方法, 本节主要介绍定义求取法、部分分式法和查表法。

1) 定义求取法

按定义求 Z 变换, 实质上是将级数展开进行级数求和。通常仅适用于简单函数的 Z 变换求取。

【例题 0-1】 用定义法求 $f(k) = \begin{cases} a^k & k \text{ 为偶数} \\ b^k & k \text{ 为奇数} \end{cases}$ 的 Z 变换。其中 a, b 是常数。

解 由 Z 变换定义, 有

$$\begin{aligned} F(z) &= \sum_{k=0}^{\infty} f(k) z^{-k} = 1 + bz^{-1} + a^2 z^{-2} + b^3 z^{-3} + a^4 z^{-4} + \dots \\ &= (1 + a^2 z^{-2} + a^4 z^{-4} + \dots) + (bz^{-1} + b^3 z^{-3} + \dots) \end{aligned}$$

2) 部分分式法

在自动控制领域, 人们习惯于在拉普拉斯变换域描述系统特征。当系统的拉普拉斯变换式已知时, 其 Z 变换可以利用部分分式法获得, 具体做法如下。

假设 $F(s)$ 的一般式为

$$F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \quad (0-14)$$

(1) 当 $A(s) = 0$ 无重根时, $F(s)$ 可以写为 n 个部分分式之和, 即

$$F(s) = \frac{C_1}{s - s_1} + \frac{C_2}{s - s_2} + \cdots + \frac{C_i}{s - s_i} + \cdots + \frac{C_n}{s - s_n} \quad (0-15)$$

系数 C_i 可按式 (0-16) 求得, 即

$$C_i = (s - s_i) \cdot F(s) \Big|_{s=s_i} \quad (0-16)$$

(2) 当 $A(s)=0$ 有重根时, 设 s_1 为 r 阶重根, $s_{r+1}, s_{r+2}, \dots, s_n$ 为单根, 则 $F(s)$ 可以展成如下部分分式之和, 即

$$F(s) = \frac{C_r}{(s - s_1)^r} + \frac{C_{r-1}}{(s - s_1)^{r-1}} + \cdots + \frac{C_1}{s - s_1} + \frac{C_{r+1}}{s - s_{r+1}} + \cdots + \frac{C_n}{s - s_n} \quad (0-17)$$

式中, C_{r+1}, \dots, C_n 为单根部分分式的待定系数, 可按式 (0-16) 计算; 而重根项待定系数 C_1, C_2, \dots, C_r 的计算公式如下

$$\left\{ \begin{array}{l} C_r = (s - s_1)^r F(s) \Big|_{s=s_1} \\ C_{r-1} = \frac{d}{ds} \left[(s - s_1)^r F(s) \right] \Big|_{s=s_1} \\ \dots \\ C_{r-j} = \frac{1}{j!} \frac{d^j}{ds^j} \left[(s - s_1)^r F(s) \right] \Big|_{s=s_1} \\ \dots \\ C_1 = \frac{1}{(r-1)!} \frac{d^{r-1}}{ds^{r-1}} \left[(s - s_1)^r F(s) \right] \Big|_{s=s_1} \end{array} \right. \quad (0-18)$$

【例题 0-2】 求 $F(s) = \frac{1}{s(s+2)}$ 的 Z 变换。

解 已知

$$F(s) = \frac{1/2}{s} - \frac{1/2}{s+2}$$

对应的时域连续函数

$$f(t) = \frac{1}{2}u(t) - \frac{1}{2}e^{-2t}$$

离散化有

$$f(kT) = \frac{1}{2}u(kT) - \frac{1}{2}e^{-2kT}$$

求 Z 变换, 有

$$F(z) = \frac{1}{2} \frac{z}{z-1} - \frac{1}{2} \frac{z}{z-e^{-2T}}$$

实际上, 可以直接从拉普拉斯变换式求出 Z 变换式, 略去中间求时域函数的过程。

3) 查表法

最实用的求 Z 变换的方法是利用时域函数或其对应的拉普拉斯变换式直接查 Z 变换表

(见附录 B)。对于表内查不到的较复杂的原函数，可将对应拉普拉斯变换式进行部分分式分解后再查表。

【例题 0-3】 已知 $L[y(t)] = Y(s) = \frac{a}{s^2 + a^2}$ ，求其 Z 变换 $F(z)$ 。

解 查表得

$$Y(s) = \frac{a}{s^2 + a^2} = \frac{a}{(s + ja)(s - ja)} = -\frac{1}{2j(s + ja)} + \frac{1}{2j(s - ja)}$$

所以

$$Y(z) = -\frac{z}{2j(z - e^{-jaT})} + \frac{z}{2j(z - e^{jaT})} = \frac{z \sin(aT)}{z^2 - 2z \cos(aT) + 1}$$

0.1.5 逆运算

Z 变换的逆运算称为 Z 反变换，表示为

$$Z^{-1}[F(z)] = \frac{1}{2\pi j} \oint_{\Gamma} F(z) z^{k-1} dz = f(k)$$

式中， Γ 是 ROC 内环绕原点的某逆时针方向闭合围线。

下面讨论工程中常用的 Z 反变换求取方法：长除法和部分分式法。

1) 长除法

长除法又称幂级数展开法。根据 Z 变换的定义，若 Z 变换式用幂级数表示，则 z^{-k} 前的加权系数即为 $f(k)$ ，即

$$F(z) = f(0) + f(1)z^{-1} + f(2)z^{-2} + \dots + f(k)z^{-k} + \dots$$

【例题 0-4】 已知 $F(z) = \frac{11z^2 - 15z + 6}{z^3 - 4z^2 + 5z - 2}$ ，求 $f(k)$ 。

解 利用长除法

$$\begin{array}{r} & \overline{11z^{-1} + 29z^{-2} + 67z^{-3} + \dots} \\ z^3 - 4z^2 + 5z - 2 \Big) & 11z^2 - 15z + 6 \\ & \underline{11z^2 - 44z + 55 - 22z^{-1}} \\ & \underline{29z - 49 + 22z^{-1}} \\ & \underline{29z - 116 + 145z^{-1} - 58z^{-2}} \\ & \underline{67 - 123z^{-1} + 58z^{-2}} \\ & \underline{67 - 268z^{-1} + 335z^{-2} - 134z^{-3}} \\ & \dots \end{array}$$

由此得

$$f(k) = 11\delta(t - T) + 29\delta(t - 2T) + 67\delta(t - 3T) + 145\delta(t - 4T) + \dots$$

用长除法求 Z 反变换的缺点是计算较繁，难以得到 $f(k)$ 的通式；优点则是计算难度小，

用计算机编程实现也不复杂，而且工程上只需计算有限项数即可。

2) 部分分式法

工程上最常用的方法是查表法。若 $F(z)$ 较复杂，则首先必须进行部分分式展开，以使展开式的各项能从表中查到。经常碰到 Z 变换式 $F(z)$ 是 z 的有理分式，对此，可以将 $F(z)/z$ 展开成部分分式，然后各项乘以 z ，再查表。这样做是因为绝大部分 Z 变换式的分子中均含有一个 z 因子。

首先，假定 $F(z)$ 的所有极点是一阶非重极点，则

$$\frac{F(z)}{z} = \frac{A_1}{z - z_1} + \frac{A_2}{z - z_2} + \cdots + \frac{A_n}{z - z_n}$$

式中， $z_i (i=1, 2, \dots, n)$ 是 $F(z)$ 的极点，系数 A_i 可由下式求出

$$A_i = (z - z_i) \left. \frac{F(z)}{z} \right|_{z=z_i} \quad i=1, 2, \dots, n$$

两端同乘以 z ，得

$$F(z) = \frac{A_1 z}{z - z_1} + \frac{A_2 z}{z - z_2} + \cdots + \frac{A_n z}{z - z_n}$$

从 Z 变换表中查得每一项的 Z 反变换，得

$$f(k) = A_1 z_1^k + A_2 z_2^k + \cdots + A_n z_n^k = \sum_{i=1}^n A_i z_i^k$$

当 $F(z)$ 有重根时，部分分式形式及系数计算参见式(0-16)和式(0-18)。

【例题 0-5】 求 $F(z) = \frac{-3z^2 + z}{z^2 - 2z + 1} = \frac{(z - 3z^2)}{(z - 1)^2}$ 的 Z 反变换。

解 部分分式展开

$$\frac{F(z)}{z} = -\frac{2}{(z - 1)^2} - \frac{3}{z - 1}$$

查表得

$$f(k) = -2k - 3u(k)$$

式中

$$u(k) = \begin{cases} 1 & k \geq 0 \\ 0 & k < 0 \end{cases}$$

0.1.6 与拉普拉斯变换的关系

显而易见， Z 变换的形式、性质和应用目标与拉普拉斯变换高度近似，二者之间的关系类似于连续傅里叶变换与离散傅里叶变换之间的关系。

图 0-2 中，在 s 平面任取一点 $s=\sigma+j\omega$ ，设其在 z 平面的映射为 $z=re^{j\theta}$ 。根据极坐标与直角坐标的关系可得 $z=e^{sT}$ 。将坐标变换代入得

$$z = e^{sT} = e^{(\sigma+j\omega)T} = e^{\sigma T} e^{j\omega T}$$

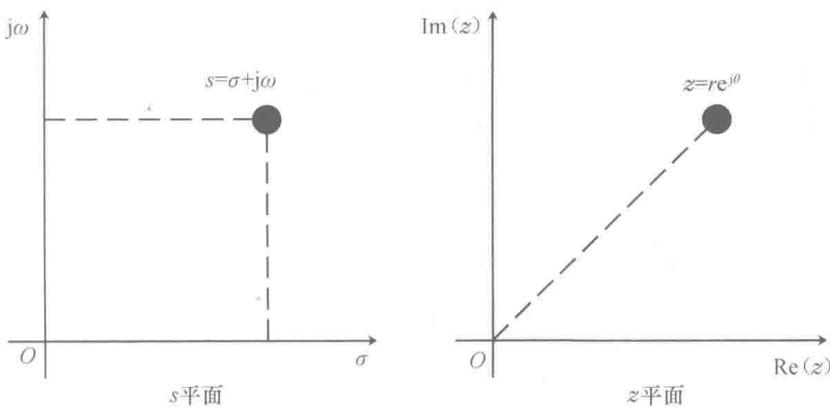


图 0-2 s 平面与 z 平面的映射

可见, Z 变换的极坐标中, 半径 $r = e^{\sigma T}$, 辐角 $\theta = \omega T = 2\pi \frac{\omega}{\omega_s}$ 。由此容易得到以下结论。

(1) s 平面的原点 $\begin{cases} \sigma=0 \\ \omega=0 \end{cases}$ 映射为 z 平面上的点 $\begin{cases} r=1 \\ \theta=0 \end{cases}$, 即 $z=1$ 。

(2) s 平面映射为 z 平面, 映射关系见表 0-2。

表 0-2 s 平面到 z 平面的映射

| s 平面 | 左半平面 ($\sigma < 0$) | 虚轴 ($\sigma = 0$) | 右半平面 ($\sigma > 0$) | 点由左向右平移 (ω 为常数且 $\sigma: -\infty \rightarrow +\infty$) |
|--------|--------------------------|------------------------|--------------------------|--|
| z 平面 | 单位圆内 ($r < 1$) | 单位圆上 ($r = 1$) | 单位圆外 ($r > 1$) | 点沿半径背离原点平移 (θ 为常数且 $r: 0 \rightarrow +\infty$) |

(3) s 平面的实轴 ($\omega=0$) 映射为 z 平面的正实轴 ($\theta=0$)。

(4) z 平面到 s 平面的映射不是单值的。

总的来说, 如同拉普拉斯变换在连续时间系统分析中起到桥梁作用一样, Z 变换在离散时间系统分析中也具有类似作用。它可以看作离散傅里叶变换的推广, 在概念上相当于把线性频率轴“缠绕”于单位圆。

0.2 LabVIEW 控制设计与仿真

0.2.1 虚拟仪器和 LabVIEW

虚拟仪器 (Virtual Instrument, VI) 是在通用计算机的硬件开放架构上, 由应用软件创建用户自定义测控功能的计算机系统。它有虚拟面板, 允许用户根据自己的需求自由定义和组建测控系统, 能突破传统仪器在数据采集、处理、显示、存储和传输等方面的限制, 是现代计算机技术与传统仪器仪表技术相结合的产物。

LabVIEW (Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench) 是美国国家仪器 (National Instruments, NI) 公司推出的图形化虚拟仪器开发平台。自 1983 年发布以来, 已推出一系

列版本，并依靠其全新理念和独特优势逐步为业界接受，被视为标准的数据采集和仪器控制软件。目前，无论设计测试领域还是加工制造领域，LabVIEW 都允许用户在同一个项目中使用不同工程领域的设计仿真工具，并能够适应从原型设计到测试验证，直到最后产品发布的所有场景，为工程师高效地开发可靠性产品提供了良好的技术平台。

使用 LabVIEW 开发的程序一般由一个或多个扩展名为 VI 的文件组成。所有 VI 都包括四个部分：前面板、程序面板、图标和连线器，如图 0-3 所示。



图 0-3 LabVIEW 的前面板和程序面板

前面板相当于传统仪器的操作/显示面板，包含实现人机交互的多种输入/输出控件。这些控件既有模拟真实物理设备的开关、旋钮、表盘、指示灯等，也有构建软件界面的选项卡、列表框、树型控件等。利用它们，用户可以快速完成虚拟仪器仿真面板设计，并通过它完成输入变量设置及输出变量显示等功能。

程序面板相当于传统仪器的线路板，包含实现用户自定义功能的源代码。与常规程序设计语言不同的是，LabVIEW 的代码是图形化的。这种图形化编程基于信号流图，编程过程就是通过数据连线将若干功能节点经端口连接成具有特定信号处理功能的网络。如果把功能节点看作分立元件，把程序面板看作线路板，LabVIEW 的编程过程和设计电路板就完全一样。

连线器类似于传统仪器面板和线路板的接线端口，用于连接前面板和程序面板。图标则是 VI 的图形化表示，用于在层次化设计中识别 VI。

与其他程序设计语言相比，LabVIEW 充分利用技术人员、科学工作者和工程师熟悉的概念、术语和工作流程，改善了计算机程序设计学习曲线，有利于他们利用自身已有能力快速实现仪器编程和数据采集，提高了他们进行理论研究、原型设计、产品测试及发布的效率，