高等学校“十三五”规划教材
电子与信息工程系列

DIGITAL SIGNAL PROCESSING LEARING GUIDE AND ANSWERS TO EXERCISES

数字信号处理学习与解题指导

冀振元　编著

哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

高等学校“十三五”规划教材
电子与信息工程系列

DIGITAL SIGNAL PROCESSING LEARING GUIDE AND ANSWERS TO EXERCISES

数字信号处理学习与解题指导

冀振元 编著

哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内容简介

本书是《数字信号处理基础及 MATLAB 实现》(冀振元主编)的配套教材。书中简要归纳了《数字信号处理基础及 MATLAB 实现》各章的基本内容和学习要点，并对全书的习题给出了详细的解答，给部分习题提供了多种解法，最后给出了大量精选练习题及详细解答。

本书与《数字信号处理基础及 MATLAB 实现》教材内容相互补充，既具有普通习题解答的功能，又有助于读者深入理解数字信号处理理论和提高解决实际问题的能力。

本书可与《数字信号处理基础及 MATLAB 实现》配套使用，可供高等学校相关专业学生、教师和从事数字信号处理方面研究的科技人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理学习与解题指导/冀振元编著. —哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2017.10

ISBN 978-7-5603-6694-4

Ⅰ.①数… Ⅱ.①冀… Ⅲ.①数字信号处理－高等学校－教学参考资料 Ⅳ.①TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 146507 号

电子与通信工程
图书工作室

责任编辑 李长波
封面设计 高永利
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社　　址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号　邮编 150006
传　　真 0451－86414749
网　　址 http://hitpress.hit.edu.cn
印　　刷 黑龙江艺德印刷有限责任公司
开　　本 787mm×1092mm　1/16　印张 10.25　字数 220 千字
版　　次 2017 年 10 月第 1 版　2017 年 10 月第 1 次印刷
书　　号 ISBN 978-7-5603-6694-4
定　　价 24.00 元

前　言

PREFACE

本书是《数字信号处理基础及 MATLAB 实现》(冀振元主编)的学习指导与习题解答，可与《数字信号处理基础及 MATLAB 实现》配套使用，也可单独作为高等学校“数字信号处理”课程的教学与学习参考书。

数字信号处理是 21 世纪对科学和工程发展具有深远意义的一门技术，它的应用领域非常广泛，如通信、医学图像处理、雷达和声呐、地震、声学工程、石油勘探等。

《数字信号处理基础及 MATLAB 实现》共分 9 章，第 1 章数字信号处理概述，介绍了数字信号处理的研究对象、学科概貌、系统基本组成、特点、发展及应用等内容。第 2 章离散时间信号与系统，包括离散时间信号与系统的基本概念、卷积的性质和计算、信号的频域表示、抽样定理等内容。第 3 章研究了 Z 变换和 Z 反变换。第 4 章和第 5 章对离散傅里叶变换及其快速算法进行了研究。第 6 章和第 7 章分别讨论了 IIR 数字滤波器和 FIR 数字滤波器的相关内容。第 8 章介绍了 MATLAB 的基本使用方法和信号处理工具箱。第 9 章对数字信号处理的一些实际问题进行了讨论，对学生正确理解所学知识有很大的帮助。

通过对《数字信号处理基础及 MATLAB 实现》教材的学习可以使学生扎实掌握数字信号处理的基础知识；做大量典型习题有助于加深理解和巩固数字信号处理的基本理论知识，有利于提高分析问题和解决实际问题的能力；但正确求解习题基于清楚的基本概念和正确的解题思路，这往往是初学者所缺少和容易感到困惑的，因此提供详细的习题解答就显得非常重要。

本书简要归纳了《数字信号处理基础及 MATLAB 实现》各章的基本内容和学习要点，并对全书的习题给出了详细的解答，给部分习题提供了多种解法，对开拓学生的解题思路大有帮助。最后还给出了大量精选练习题及详细解答。

本书与《数字信号处理基础及 MATLAB 实现》内容相互补充，既具有普通习题解答的功能，又有助于读者深入理解数字信号处理理论和提高解决实际问题的能力。

由于作者水平有限，且编写时间仓促，疏漏与不妥之处在所难免，望读者批评指正，不胜感激！

作　者

2017 年 2 月

目　录

CONTENTS

第 1 章 绪　　论

1.1 学习要点

本章主要内容：

(1)数字信号处理的研究对象。

(2)基本处理过程。

(3)两大理论基础。

(4)学科分支。

(5)数字信号处理的优缺点。

(6)数字信号处理的发展历史。

1.1.1 数字信号处理的研究对象

凡是用数字方法对信号进行滤波、变换、增强、压缩、估计、识别等都是数字信号处理的研究对象。

1.1.2 数字信号处理的基本过程

数字信号处理的基本过程如图 1.1 所示。

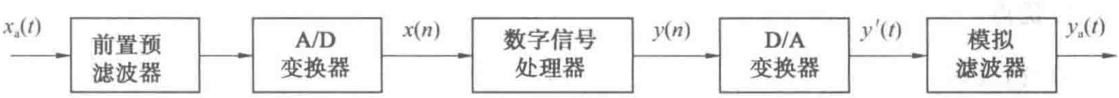

图 1.1　数字信号处理的基本过程

图 1.1 中各过程的波形示意图如图 1.2 所示。

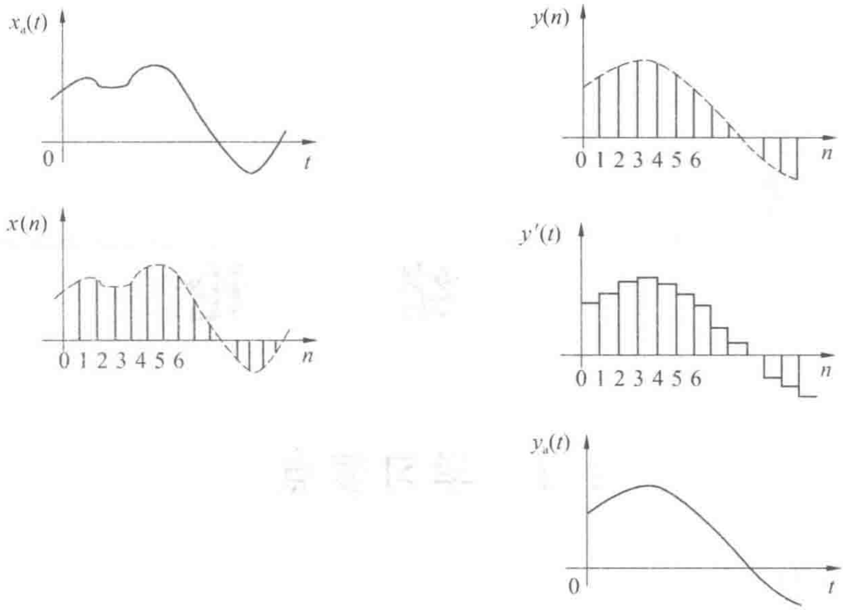

图 1.2 数字信号处理过程中的波形示意图

1.1.3 数字信号处理的学科概貌

1. 理论基础

(1)离散线性移不变系统理论。

(2)离散傅里叶变换。

2. 学科分支

(1)数字滤波。

(2)数字频谱分析。

1.1.4 数字信号处理的特点

1. 优点

(1)精度高。

(2)灵活性高。

(3)可靠性强。

(4)容易大规模集成。

(5)时分复用。

(6)可获得高性能指标。

(7)二维与多维处理。

2. 缺点

速度不高。

1.1.5　信号与系统的分类

1. 信号分类

(1)模拟信号。时间和幅度上都取连续值的信号。

(2)数字信号。时间和幅度上都取离散值的信号。

(3)连续时间信号。时间上取连续值的信号，幅度可以连续，也可离散。通常与模拟信号混同。

(4)离散时间信号。时间上取离散值，不考虑幅度是否离散的信号。

2. 系统分类

(1)模拟系统。输入输出均为模拟信号的系统。

(2)数字系统。输入输出均为数字信号的系统。

(3)连续时间系统。输入输出均为连续时间信号的系统。

(4)离散时间系统。输入输出均为离散时间信号的系统。

1.1.6　数字信号处理的发展及应用

数字信号处理的两大进展为：

(1)1965 年提出的快速傅里叶变换，使数字信号处理从概念到实现发生了重大转折。

(2)FIR 数字滤波器和 IIR 数字滤波器地位的相对变化。

从数字信号处理技术的实现上看，大规模集成电路技术是推动数字信号处理技术发展的重要因素。

数字信号处理已在生物医学工程、语音处理与识别、人工智能、雷达、声呐、遥感、通信、语音、图像处理等领域得到了广泛应用。

第 2 章

离散时间信号与系统及其频域分析

2.1 学习要点

本章主要内容：

(1)常用离散时间信号的定义和特点。

(2)序列的周期性和对称性。

(3)序列的运算。

(4)离散时间系统的定义和性质。

(5)卷积和的性质与计算方法。

(6)线性常系数差分方程。

(7)序列的傅里叶变换。

(8)抽样定理。

2.1.1 离散时间信号的定义

一个信号 $x(t)$，它可以代表一个实际的物理信号，也可以是一个数学函数。若 t 是定义在时间轴上的连续变量，则称 $x(t)$ 为连续时间信号。若 t 仅在时间轴的离散点上取值，则称 $x(t)$ 为离散时间信号，这时应将 $x(t)$ 改写为 $x(nT_s)$，T_s 表示相邻两个点之间的时间间隔，n 取整数，可以简记为 $x(n)$。

2.1.2　几种常用的离散时间信号

1. 单位冲激(单位抽样)序列 $\delta(n)$

$$\delta(n)=\begin{cases}1 & (n=0)\\ 0 & (n\neq 0)\end{cases} \tag{2.1}$$

2. 单位阶跃序列 $u(n)$

$$u(n)=\begin{cases}1 & (n\geqslant 0)\\ 0 & (n<0)\end{cases} \tag{2.2}$$

3. 单位斜变序列 $R(n)$

$$x(n)=nu(n)=R(n) \tag{2.3}$$

4. 矩形(截断)序列 $R_N(n)$

$$R_N(n)=\begin{cases}1 & (0\leqslant n\leqslant N-1)\\ 0 & (n\text{ 为其他值})\end{cases} \tag{2.4}$$

5. 实指数序列

$$x(n)=a^n u(n) \tag{2.5}$$

式中　a—— 实数。

6. 复指数序列

$$x(n)=\mathrm{e}^{(\sigma+\mathrm{j}\omega_0)n} \tag{2.6}$$

式中　ω_0—— 复正弦的数字域频率。

7. 正弦序列

$$x(n)=A\sin(\omega_0 n+\varphi) \tag{2.7}$$

式中　A—— 幅度；

n—— 整数；

ω_0—— 数字域角频率,表示序列变化的速率,或者说表示相邻两个序列值之间变化的弧度数,rad;

φ—— 起始相位。

2.1.3　周期与非周期序列

如果对于某个正整数 N 和所有 n,使下式成立：

$$x(n)=x(n+N)\quad(-\infty<n<+\infty) \tag{2.8}$$

则称序列 $x(n)$ 为周期性序列。N 是满足式(2.8)的最小正整数。

一般正弦序列的周期性：$x(n)=A\sin(\omega_0 n+\varphi)$

那么

$$x(n+N)=A\sin[\omega_0(n+N)+\varphi]=A\sin(\omega_0 n+\omega_0 N+\varphi)$$

若 $\omega_0 N=2\pi k$，k 为整数，则

$$x(n)=x(n+N)$$

这时正弦序列就是周期性序列，其周期满足 $N=\dfrac{2\pi k}{\omega_0}$（$N$、$k$ 必须为整数）。

判定其周期性有以下三种情况：

(1) 当$\dfrac{2\pi}{\omega_0}$为有理数且为整数时，则 $k=1$ 时，$N=\dfrac{2\pi}{\omega_0}$ 为最小正整数，该正弦序列就是以$\dfrac{2\pi}{\omega_0}$为周期的周期序列，其周期是 N。

(2) 当$\dfrac{2\pi}{\omega_0}$是有理数，但不是整数时，该正弦序列仍然是周期序列，但其周期不是$\dfrac{2\pi}{\omega_0}$，而是$\dfrac{2\pi}{\omega_0}$的整数倍。设$\dfrac{2\pi}{\omega_0}=\dfrac{P}{Q}$，其中 P、Q 是互为素数的整数，此时正弦序列的周期是以 P 为周期的周期序列。

(3) 当$\dfrac{2\pi}{\omega_0}$是无理数时，此时的正弦序列不是周期序列。

由此看出，原本具有周期性的连续时间信号经等间隔抽样变成离散时间信号后不一定会保持原有的周期性。

2.1.4 对称序列

1. 实序列的对称性

偶(对称)序列 $x_e(n)$：

$$x_e(n)=x_e(-n) \tag{2.9}$$

奇(对称)序列 $x_o(n)$：

$$x_o(n)=-x_o(-n) \tag{2.10}$$

对于任何一个实序列 $x(n)$，都可以被分解为偶序列和奇序列之和，即

$$x(n)=x_e(n)+x_o(n) \tag{2.11}$$

2. 复序列的对称性

共轭对称序列：

$$x_e(n)=x_e^*(-n) \tag{2.12}$$

共轭反对称序列：

$$x_o(n)=-x_o^*(-n) \tag{2.13}$$

任何复信号都可以被分解为一个共轭对称信号和一个共轭反对称信号之和，即

$$x(n)=x_e(n)+x_o(n)$$

2.1.5 用单位冲激序列来表示任意序列

可将任意序列表示成单位冲激的移位加权和，即

$$x(n)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty}x(m)\delta(n-m)=x(n)*\delta(n) \tag{2.14}$$

2.1.6 序列的运算

1. 加、减、相乘

在两序列的同一时刻下(同一 n 值) 进行。

2. 求和

对某一离散时间信号的历史值进行求和的过程。

$$y(n)=\sum_{k=-\infty}^{n}x(k) \tag{2.15}$$

3. 移位、翻转及尺度变换

(1) 移位。

如果 $y(n)=x(n-n_0)$，则表示将 $x(n)$ 沿 n 轴平移 n_0 个单位，当 $n_0>0$ 时，向右平移，称为 $x(n)$ 的延时序列；当 $n_0<0$ 时，向左平移，称为 $x(n)$ 的超前序列。

(2) 翻转。

$x(-n)$ 是 $x(n)$ 的翻转序列，是指信号 $x(n)$ 关于变量 n“翻转”。

(3) 尺度变换。

$x(mn)$ 是 $x(n)$ 序列每隔 $m-1$ 点取一点而形成的新序列，相当于时间轴 n 压缩为原来的 $1/m$ 倍；$x\left(\frac{n}{m}\right)$ 是 $x(n)$ 序列每 2 点间插入 $m-1$ 个零点而形成的新序列，相当于时间轴 n 被扩展了 m 倍。

移位、翻转和尺度运算是与次序相关的，所以在计算这些运算的合成时需要注意。

2.1.7 离散时间系统

离散时间系统是一个映射，这个映射通过一组已定法则或运算把一个信号转换为另外一个信号，用符号 $T[\cdot]$ 来表示一般的系统。

1. 可加性

$$T[x_1(n)+x_2(n)]=T[x_1(n)]+T[x_2(n)]$$

2. 齐次性(均匀性)

$$T[Cx(n)]=CT[x(n)]$$

3. 线性系统

$$\begin{aligned}y(n) &= T[ax_1(n)+bx_2(n)]=aT[x_1(n)]+bT[x_2(n)] \\ &= ay_1(n)+by_2(n)\end{aligned} \tag{2.16}$$

式中　a、b—— 常系数。

4. 移不变(时不变)系统

$$\begin{cases}y(n)=T[x(n)] \\ y(n-n_0)=T[x(n-n_0)]\end{cases} \tag{2.17}$$

式中　n_0—— 任意整数。

5. 线性移不变系统

一个既满足线性又满足移不变性质的系统称为线性移不变系统。

$$h(n)=T[\delta(n)] \tag{2.18}$$

$$y(n)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty}x(m)h(n-m) \tag{2.19}$$

式(2.19)称为线性移不变系统的卷积和公式,记为

$$y(n)=x(n)*h(n)$$

表明:一个线性移不变系统的输出等于系统的输入 $x(n)$ 和系统单位冲激响应 $h(n)$ 的卷积和。

6. 因果性

如果对任意 n_0,系统在 n_0 时刻的响应仅取决于在时刻 $n=n_0$ 及以前的输入,则称之为因果系统。

一个线性移不变系统将是因果性的充分且必要条件是系统的单位冲激响应满足

$$h(n)=0 \quad (n<0) \tag{2.20}$$

相应地,将 $x(n)=0(n<0)$ 的序列称为因果序列。

7. 稳定性

稳定系统是指输入序列 $x(n)$ 是有界的,响应 $y(n)$ 也是有界的,称具有这种性质的系统在有界输入 — 有界输出的意义上是稳定的。

对于一个线性移不变系统,系统稳定的充分且必要条件是单位冲激响应绝对可和,即

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}|h(n)|<+\infty \tag{2.21}$$

8. 可逆性

如果一个系统的输入可以唯一地从其输出求出，称之为可逆的。即给定任意两个输入 $x_1(n)$ 与 $x_2(n)$，且 $x_1(n) \neq x_2(n)$，必有 $y_1(n) \neq y_2(n)$ 成立。

2.1.8　卷积和的性质

1. 交换律

交换律是指两个序列进行卷积和运算时与次序无关，在数学上，交换律表示为

$$x(n) * h(n) = h(n) * x(n) \tag{2.22}$$

从系统的角度来分析，这个性质表明一个具有单位冲激响应 $h(n)$ 和输入信号 $x(n)$ 的系统与一个具有单位冲激响应 $x(n)$ 和输入信号 $h(n)$ 的系统产生的效果是完全相同的。

2. 结合律

卷积和运算满足结合律，即

$$\{x(n) * h_1(n)\} * h_2(n) = x(n) * \{h_1(n) * h_2(n)\} \tag{2.23}$$

从系统的角度来分析，两个系统的级联，其等效系统的单位冲激响应等于两个系统分别的单位冲激响应的卷积和。

3. 分配律

卷积和运算的分配律是指

$$x(n) * \{h_1(n) + h_2(n)\} = x(n) * h_1(n) + x(n) * h_2(n) \tag{2.24}$$

从系统的角度来分析，信号同时通过两个系统后相加(并联结构)，等效于信号通过一个系统，该系统的单位冲激响应等效于两个系统分别的单位冲激响应之和。

2.1.9　卷积和的计算

1. 图解法

$y(n) = x(n) * h(n)$，具体计算步骤如下：

(1) 将 $x(n)$ 和 $h(n)$ 用 $x(m)$ 和 $h(m)$ 表示。

(2) 选一个序列 $h(m)$，并将其按时间翻转形成序列 $h(-m)$。

(3) 把 $h(-m)$ 序列移动 n 位(注：如果 $n > 0$，表示向右移位；如果 $n < 0$，表示向左移位)。

(4) 对于所有的 m，把序列 $x(m)$ 和 $h(n-m)$ 相乘，并求这些乘积之和，得到的就是 $y(n)$。这个过程要对所有可能的移位 n 重复进行。

2. 解析法

用解析法求卷积和，首先要根据卷积和的变化情况，按转折点划段，然后对每段的卷积

和确定上下限。确定上下限的一般原则是：若给定两序列的非零值的下限分别为 L_1、L_2，上限分别为 V_1、V_2，则选 L_1、L_2 中大者作为卷积和的下限，选 V_1、V_2 中小者作为卷积和的上限。

在求解两个有限长序列的卷积和时需牢记的是，如果 $x(n)$ 长度为 L_1，$h(n)$ 长度为 L_2，那么，$y(n)=x(n)*h(n)$ 的长度为 $L=L_1+L_2-1$。另外，如果 $x(n)$ 的非零值包括在区间 $[M_x,N_x]$ 内，$h(n)$ 的非零值包括在区间 $[M_h,N_h]$ 内，则 $y(n)$ 的非零值将会被限制在区间 $[M_x+M_h,N_x+N_h]$ 内。

2.1.10 线性常系数差分方程

一个 N 阶线性常系数差分方程用下式表示

$$y(n)=\sum_{i=0}^{M}b_i x(n-i)-\sum_{k=1}^{N}a_k y(n-k) \tag{2.25}$$

或者

$$\sum_{k=0}^{N}a_k y(n-k)=\sum_{i=0}^{M}b_i x(n-i) \quad (a_0=1) \tag{2.26}$$

求解线性常系数差分方程的方法如下：

(1) 时域经典解法。

先分别求齐次解与特解，然后代入边界条件求待定系数。

(2) 递推法。

包括手算逐次代入求解或利用计算机求解。

(3) 变换域方法。

利用 Z 变换方法解差分方程，是实际应用中简便而有效的方法。

(4) 分别求零输入响应与零状态响应。

可以利用求齐次解的方法得到零输入响应，利用卷积和的方法求零状态响应。

解差分方程时必须附有一定的“初始条件”(初始条件的个数应等于差分方程的阶数 N)，才能有确定的解，初始条件不同，差分方程的解也是不同的。

2.1.11 离散时间信号和系统的频域表示

对于一般的序列，定义

$$X(\mathrm{j}\omega)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}x(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega n} \tag{2.27}$$

为序列 $x(n)$ 的傅里叶变换。它可用 FT(Fourier Transform) 来表示，也可表示为 $x(n)\overset{\mathrm{F}}{\Rightarrow}X(\mathrm{j}\omega)$。