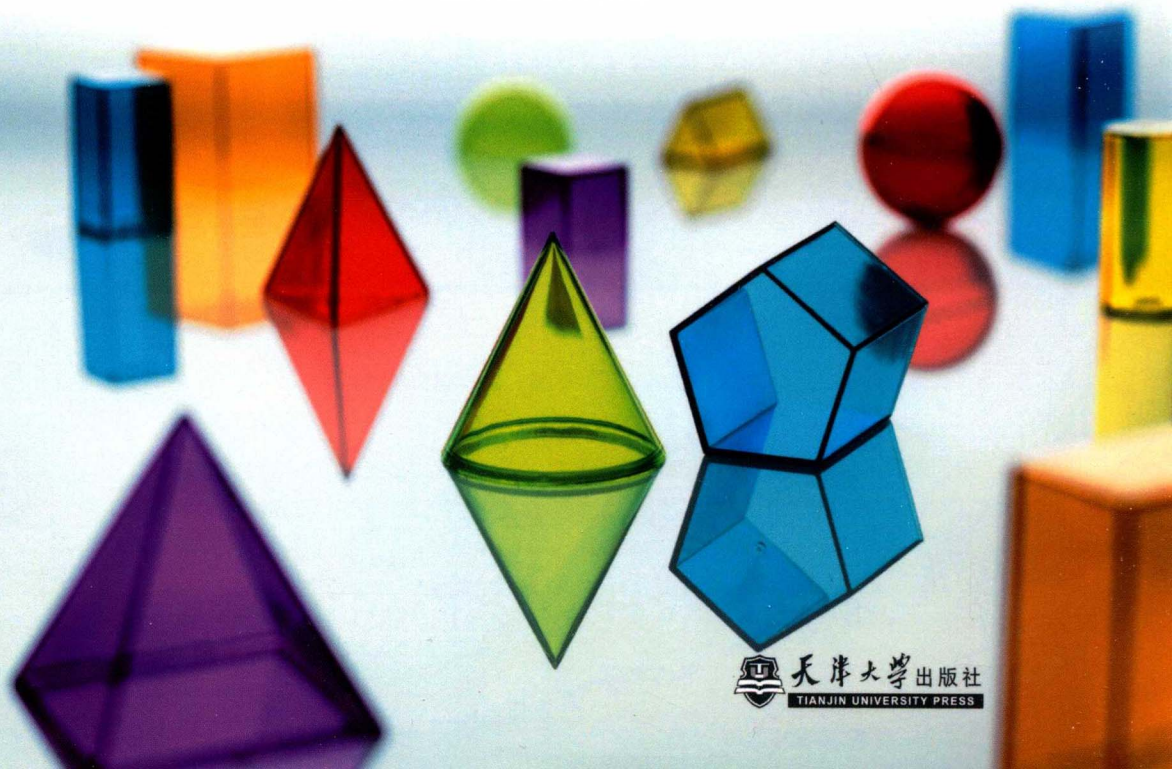


SHUXUE QUTAN

数学趣谈

宋涛 王志祥 / 编著



 天津大学出版社
TIANJIN UNIVERSITY PRESS

数 学 趣 谈

宋 涛 王志祥 编著



天津大学出版社
TIANJIN UNIVERSITY PRESS

内容简介

本书着重介绍了和数学知识有关的数学史(例如集合的发展历程、数学遭遇的危机)、数学名题(例如牟合方盖、斐波那契数列)、数学家的故事,力图通过多角度对数学知识进行拓展,将数学文化体现出来并渗透到教学中,从而激发学生的兴趣。

本书适合中高职及高中教学使用,也可用于数学爱好者自学使用。

图书在版编目(CIP)数据

数学趣谈 / 宋涛, 王志祥编著. —天津: 天津大学出版社, 2017.8 (2017.9重印)

ISBN 978-7-5618-5923-0

I. ①数… II. ①宋… ②王… III. ①数学—普及读物 IV. ①O1-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第203647号

出版发行 天津大学出版社
地 址 天津市卫津路92号天津大学内(邮编:300072)
电 话 发行部:022-27403647
网 址 publish.tju.edu.cn
印 刷 北京京华虎彩印刷有限公司
经 销 全国各地新华书店
开 本 185mm×260mm
印 张 9.75
字 数 243千
版 次 2017年8月第1版
印 次 2017年9月第2次
定 价 30.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页等质量问题,烦请向我社发行部门联系调换

版权所有 侵权必究

序 言

数学高贵典雅,魅力无穷,充满理性的真和美,反映了人类对科学的严谨性、和谐性、秩序性、统一性的不懈追求;数学的理性王国充满智慧美和奇异美,是人类智力活动中最动人的乐曲之一。古希腊的毕达哥拉斯认为,数是宇宙万物的本源。柏拉图甚至断言上帝是几何学家。法国哲学家笛卡儿则说,数学是知识工具,亦是其他知识工具的源泉,所有研究顺序和度量的科学均和数学有关。在现实生活中,数学具有广泛的应用,把复杂的问题简单化,将生活中的问题数字化,能揭示自然界和人类社会的某些内在规律;用漂亮、精致、简洁的定理和公式描述世界的本质,能给经济、管理、科学、技术等找到最好的模型。数学能帮助培养人的缜密思维、开拓意识、独立思考能力、想象能力以及诚实严谨的优良品质。正因为如此,著名数学教育学家弗莱登塔尔指出,我主张数学属于所有人,因此我们必须将数学教给所有人。他鲜明地揭示出了数学的普适性和数学教育的广泛性。如何进行数学教学,提升学生对数学的兴趣?这是一个非常现实的问题。毋庸讳言,我们在各学段的数学教学中存在着种种不足,不少学生对数学存有畏难情绪,甚至有很多人敬而远之。造成这种状况的原因是多方面的,其中有一个重要原因不可忽视,那就是教师课堂教学的内容和方法不能充分体现数学的特质和魅力,让学生理解不到数学的无上价值,领略不到数学的无限风光,感受不

到数学的无穷妙趣,体验不到数学给人带来的精神愉悦和智力满足。王志祥、宋涛两位老师作为有着丰富教学经验的一线数学教师,对此感同身受。他们尝试改变这种局面,结合自己的教学实践,在实际教学中把一些有趣的课外材料有机融合和渗透到课堂中,将数学的不同方面与趣味性巧妙结合并凸显出来,激发学生学习数学的浓厚兴趣,取得了很好的教学效果。这本书是两位老师教学实践的结晶,素材源于教材、紧扣教材又能跳出教材,相较于其他数学普及读物,该书更贴近实际,可作为数学课选修教材和课外读物。两位教师凭借不懈的努力,结合教材从浩瀚的数学文献中精心选取引人入胜的精华片段,或再现数学的发展历程,或挖掘教材中蕴含的数学思想与方法,或展示数学的奇妙与美丽,或凸显数学与现实生活的密切联系等,诠释了数学的微妙和要义,确是一次有意义的尝试。

俗语说:拳不离手,曲不离口,凡事必经亲历始有所得。读了两位老师的新作我很受启发。作为一线教师,其工作的辛劳和强度可想而知,利用备课和上课的余暇从事本书的写作工作,精神和毅力甚为可嘉,也让我感动。两位老师诚恳地邀我作序,这超乎了我的阅历和经验,虽感力不胜任,但仍倾力为之。希望本书的出版能够对数学教学有所裨益,也希望两位老师再接再厉,依托自己坚实的业务功底和广阔的知识视野,不断创作出新的优秀作品。

赵建立

2017年7月26日于聊城大学



漫谈集合(一).....	1
漫谈集合(二).....	6
漫谈集合(三).....	10
漫谈集合(四).....	15
笑话中的集合知识	18
第一次数学危机.....	23
第二次数学危机.....	27
西游记中的映射故事	32
爱情密码	35
富兰克林的遗嘱.....	39
拿破仑的承诺	43
推进华夏文明史的功臣——碳-14 与指数函数	45
无所不在的对数.....	50
介值定理的建模应用	55
Logo 设计中的几何体现	59
玩物耽安的数学家——年希尧	65
牟合方盖与球的体积	70



奇妙的圆锥曲线光学性质	75
立体几何中的错觉	79
古代中国的数列趣题	83
关于斐波那契数列的那些事儿	88
闪烁“智慧”光芒的三段论	94
哥德巴赫猜想为什么被称为 1+1	99
概率统计决战海陆空	103
先抽签后抽签一样吗?	109
贝叶斯版的“三人成虎”	112
不可小觑的小概率事件	115
蒲丰投针试验——概率土壤上盛开的求 π 之花	121
奇妙的高尔顿钉板试验	125
数学期望的前世今生	130
高斯的墓碑是正十七边形吗?	134
数学家的墓碑	139

漫谈集合(一)

1638年,意大利著名天文学家伽利略注意到这样一个问题:全体非零的自然数与平方数(即其平方根为整数的数),谁多谁少?例如,在前100个非零自然数中,只有10个完全平方数,只占到1%,在前100万个非零自然数中,只有1000个完全平方数,只占到0.1%,而且越往后,比例越小,是不是完全平方数比非零自然数少?但是每一个自然数的平方都是完全平方数,这样完全平方数并不比非零的自然数少,伽利略困惑了,这个问题他穷尽一生也未能得到满意的答案。

不仅伽利略对此疑惑不解,从古希腊到近代的诸多数学家也都在这个问题上驻足不前。有人不承认无穷集合的存在,例如“数学王子”高斯(1777—1855年)曾说:“我必须最强烈地反对你把无穷作为一完成的东西来使用。”法国大数学家柯西也认为部分同整体构成对应是自相矛盾的。更多的数学家则是闪烁其词,回避



这一问题。



伽利略(1564—1642年),哥伦布发现了新大陆,伽利略发现了新宇宙

伽利略,意大利文艺复兴后期伟大的天文学家、力学家、哲学家、物理学家、数学家。他是第一个把实验引进力学并提出加速度概念的科学家,第一位利用望远镜观测天体取得大量成果的科学家,作为近代实验物理学的开拓者,被誉为“近代科学之父”。人们说:“哥伦布发现了新大陆,伽利略发现了新宇宙”。

然而这一延续了两千年的问题,却由于各位数学家不懈努力的研究,为现代数学基础——集合论的诞生奠定了坚实的基石。

在伽利略问题提出200多年以后,德国大数学家戴德金(Dedekind, 1831—1916年)走出了具有重大突破意义的第一步,他在文



章中论及“无限”，给出了这样一个定义：一个系统如果能和这个系统的一部分相似，那么这个系统是无限的，否则是有限的。

1873年，德国数学家康托尔在肯定了这个定义的基础上，开始了有关集合和无限的数学研究。1874年他在克列勒的《数学杂志》上发表了关于无穷集合理论的第一篇革命性文章，第一次系统地研究了无穷集合的度量问题，并给出了度量集合的基本概念——一一对应，以此作为衡量集合大小的一把“尺子”。这样，如果两个集合之间能够建立一一对应的关系，就说明它们的个数是相等的。正如在电影院里看电影时，一个座位只能坐一个观众并且一个观众只有一个座位，两者构成了一一对应，有100个座位，就有100个观众，有1000个座位就有1000个观众，有无穷多个座位，观众也一定是和座位一样是无穷多。

就这样，伽利略的难题迎刃而解：全体自然数与全体完全平方数一样多，因为每一个自然数都对应着它的平方数。从自然数集合中抽出完全平方数组成集合，当集合为有限集时，自然数集中元素的个数多于完全平方数集合中元素的个数；当集合为无限集时，两个集合元素个数一样多。

更重要的是康托尔又利用自己的这一结论成功地证明了实数集合与自然数集合之间不能建立起一一对应关系，从而证明了实数集合是不可数的。同年12月7日，他把自己这一发现写信告诉戴德金。以后，数学史家把这一天看作是集合论的誕生日。



康托尔(1845—1918年),现代数学基础的建筑师

被誉为“现代数学基础的建筑师”的康托尔,生于俄国彼得堡一个犹太富商(丹麦籍)的家庭。1856年康托尔全家迁居德国法兰克福,他先后就学于苏黎世大学、哥廷根大学、法兰克福大学和柏林大学,主要学习哲学、数学和物理。在柏林大学,他受到德国著名数学分析学家魏尔斯特拉斯(Weierstrass, 1815—1897年)的影响,放弃了当工程师的打算,开始研究纯粹数学。1869年,他来到哈勒(哈雷)大学,历任教师、副教授、教授,主要研究数论、不定方程和三角级数。

康托尔的父亲在给15岁的康托尔的一封信中写道:“你的父亲,或者说,你的父母以及在俄国、德国、丹麦的其他家人都在注视着你,希望你将来能成



为科学地平线上升起的一颗明星,我们为你而骄傲。”也正是父亲积极的教育引导,培养了他自信、自强和奋斗的精神,使得康托尔为数学事业奋斗终生,由此可见家庭环境对人的影响是多么巨大。

漫谈集合(二)

然而,真理总是诞生于一百个质疑与责难之后,集合论的发展道路自然也很不平坦。人们的惯性思维总是认为“全体大于部分”,平方数怎么能和正整数一样多呢?而且传统的研究认为存在性的证明是构造性的,你要证明什么东西存在,那就要具体造出来,然后从具体得数或形出发,一步一步经过有限多步得出结论来。至于“无穷”,不要说去数它,就是它是否存在也难以肯定,而康托尔竟然“漫无边际地”去数它,去比较它们的大小,去设想没有最大基数的无穷集合的存在……

因此摒弃了一切经验和直观,进行了大胆的设想和论证的康托尔集合理论,不可避免地遭到了保守思想的反对,尤其是法国的数学大家,被称为“对于数学和它的应用具有全面知识的最后一个人”的庞加莱则预测后一代人将把集合论当作一种疾病。

甚至当时的权威数学家,康托尔的老师——克罗内克(Kro-



necker Leopold, 1823—1891 年) 更是一改往日“恩师”的面孔, 开始变得非常敌视康托尔的集合论思想。克罗内克是一位犹太人, 柏林学派的领袖, 他只承认有限, 至多是自然数, 因为自然数是上帝创造的, 其余的是人的工作。他对康托尔的“无限”观持严厉批判态度, 甚至攻击康托尔是神经质, 诬蔑他是科学的骗子、叛徒, 他的“思想是近十年来最具兽性的见解”, 克罗内克凭借手中的权势, 长期扣发康托尔的文稿, 时间达整整十年之久。



集合理论遭到众多数学家围攻

在巨大的压力下, 康托尔本人几度陷于精神崩溃, 并于 1884 年患了精神分裂症, 虽于 1887 年恢复了健康, 继续工作, 但晚年一直疾病缠身。



然而乌云遮不住太阳,真理是不可战胜的。1891年克罗内克去世,康托尔的阻力减少了许多,数学界对康托尔的理论逐渐消除了疑虑。康托尔出版了他最著名的著作《关于超穷混合理论的论证》一书。他的理论在法国数学家阿达玛那里受到了重视,不久就在测度论、拓扑理论中获得了应用,人们这才认识到康托尔理论的重大意义。



1918年1月6日集合之父康托尔,病逝于一所精神病医院,终年73岁,而集合论最终也得到了“平反”

1897年在苏黎世举行的第一次国际数学大会上,赫尔维茨(Hurwitz, 1859—1919年)与阿达玛站出来指出了康托尔集合论中



超限数理论在分析学中的重要应用。三年后的第二次国际数学大会上,德国著名数学家希尔伯特大声疾呼“没有人能把我们从康托尔为我们创造的乐园中赶走”,并撰写文章赞誉康托尔的超限算术为“数学思想的最惊人的产物,在纯粹理性的范畴中人类活动的最美的表现”。英国著名哲学家罗素则把康托尔的工作描述为“可能是这个时代所能夸耀的最巨大的工作”。

当第三次国际数学大会于1904年召开时,“现代数学不能没有集合论”已成为大家的看法,集合论最终获得了世界公认。20世纪60年代,集合论开始进入美国中小学教材,到如今,集合已成为人们的一般常识。

漫谈集合(三)

于是,数学家们为一切数学成果都可建立在集合论基础上的前景而陶醉了。他们乐观地认为从算术公理系统出发,只要借助集合论的概念,便可以建造起整个数学帝国的大厦。甚至在1900年第二次国际数学大会上,著名数学家庞加莱就曾兴高采烈地宣布“……数学已被算术化了。今天,我们可以说绝对的严格已经达到了。”然而这种自得的情绪并没能持续多久。不久,集合论中接连出现了一些自相矛盾的结果,集合理论有漏洞的消息迅速传遍了数学界。

陆续的有科学家甚至是康托尔自己也提出了一些悖论来质疑集合论中潜在的问题,最有名的当属罗素悖论。1901年6月,经过三年苦思冥想的罗素使用集合论中几个最简单和最基本的概念“集合”“元素”和“属于”,构成了一个新的集合论悖论,史称“罗素悖论”。罗素把集合分为两类:一类是不把自身作为元素的集合,