



“十三五”高职高专公共基础课规划教材

应用高等数学

(上册)

习题册

主 编 王桂云
主 审 王怡民



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

“十三五”高职高专公共基础课规划教材

应用高等数学(上册)习题册

王桂云 主 编
王怡民 主 审



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

应用高等数学:习题册.上册/王桂云主编. —
杭州:浙江大学出版社,2015.11
ISBN 978-7-308-15284-6

I. ①应… II. ①王… III. ①高等数学—高等职业教
育—习题集 IV. ①013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 254165 号

应用高等数学(上册)习题册

王桂云 主 编 王怡民 主 审

策划编辑 阮海潮(ruanhc@zju.edu.cn)
责任编辑 冯其华(zupfgh@zju.edu.cn)
责任校对 金佩雯
封面设计 杭州林智广告有限公司
出版发行 浙江大学出版社
(杭州天目山路 148 号 邮政编码 310007)
(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 杭州星云光电图文制作有限公司
印 刷 浙江省良渚印刷厂
开 本 787mm×1092mm 1/16
印 张 10.25
字 数 250 千
版 次 2015 年 11 月第 1 版 2015 年 11 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-308-15284-6
定 价 25.00 元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部邮购电话 (0571)88925591; <http://zjdxcs.tmall.com>

前 言

高等数学作为高等职业教育一门重要的公共基础课,在学生拓宽文化基础、加强能力支撑、提供专业工具、提高人文素养四个方面发挥着重要的作用。但是,近几年随着高等院校的持续扩招,高职生源每况愈下,高职学校的学生数学基础普遍较差,很多学生害怕学数学。为此,浙江交通职业技术学院结合校本教材《应用高等数学(上册)》编写了配套的习题册。

这本习题册贯穿能力培养和分层教学的思路,其目的是提高学生学习的时效性,提升学生的解题能力,满足不同学生学习的需求。

本习题册内容包括六个学习模块:

模块一 函数、极限与连续;

模块二 导数、微分及其应用;

模块三 导数的应用;

模块四 不定积分;

模块五 定积分及其应用;

模块六 一元函数微积分问题的 MATLAB 操作。

每一模块根据学习情境又分为若干学习单元和学习任务,在每个学习任务中列出与这一任务相关的主要知识点及公式,以方便学生学习。每个任务的习题分基本能力训练和拓展能力训练两部分,以满足不同学生层次的需求。

本习题册的主要特点:

(1)覆盖面广,覆盖了整个一元函数微积分的习题。

(2)书中习题贴近专业,贴近生活实际。

(3)编排新颖,从单元到任务。每一任务有相关的主要知识点及公式,通过对基础知识的巩固、能力拓展题的延伸及 MATLAB 的计算机操作,达到提升学生自主学习能力的目的。

(4)训练全面,包括选择题、填空题、计算题、证明题、应用题及实验题等题型。

(5)题型编排由浅入深,能满足不同层次学生的需求。

(6)全书有六个阶段的自测题,可供学生自行检测所学的数学知识和分析问题、解决问题的能力。书末附有参考答案。

(7)使用方便,便于学生课前预习、课后复习及练习,便于学生收交、保存,便

于教师布置作业、批改作业。

(8)每一任务后面精选一句名言或一个数学小幽默,增加了学习的趣味性,增添了一份数学文化特色。

本书由浙江交通职业技术学院数学教研室团队历经一年时间倾力完成,由王怡民院长负责主审,王桂云老师担任主编并负责统稿,郑锡陆、胡大京、金惠红、斯彩英老师担任副主编。具体编写分工如下:模块一由郑锡陆老师编写;模块二由胡大京老师编写;模块三由金惠红老师编写;模块四和模块六由斯彩英老师编写;模块五由王桂云老师编写。

由于编者水平有限,书中错误和不当之处在所难免,恳请广大读者批评指正。

编者

2015年9月

目 录

模块一 函数、极限与连续

学习单元一 函 数	(1)
学习任务 1 函数基本知识的理解	(1)
学习任务 2 实际问题函数模型的建立	(5)
学习单元二 函数的极限	(8)
学习任务 1 极限概念的理解	(8)
学习任务 2 极限四则运算法则的应用	(12)
学习任务 3 两个重要极限的应用	(16)
学习任务 4 无穷小与无穷大	(19)
学习单元三 函数的连续	(22)
学习任务 1 连续、间断定义的理解及应用	(22)
学习任务 2 闭区间上连续函数性质的应用	(27)
第一阶段自测题	(30)

模块二 导数、微分及其应用

学习单元一 函数的导数	(33)
学习任务 1 导数概念的理解	(33)
学习任务 2 函数和、差、积、商求导法则的应用	(37)
学习任务 3 复合函数求导法则的应用	(42)
学习任务 4 隐函数求导法则的应用	(47)
学习任务 5 高阶导数定义的理解及应用	(50)
学习单元二 函数的微分	(52)
学习任务 1 函数微分的求解	(52)
学习任务 2 微分的运用	(56)
第二阶段自测题	(57)

模块三 导数的应用

学习任务 1 微分中值定理的应用	(61)
学习任务 2 洛必达法则的应用	(63)
学习任务 3 函数的单调性与极值的应用	(66)
学习任务 4 实际问题中最优化问题的求解	(69)

学习任务 5 曲线的凹凸区间与拐点的求解	(72)
学习任务 6 实际问题中曲率的求解	(75)
第三阶段自测题	(77)

模块四 不定积分

学习任务 1 不定积分概念和性质的理解	(79)
学习任务 2 第一类换元积分法的应用	(83)
学习任务 3 第二类换元积分法的应用	(88)
学习任务 4 分部积分法的应用	(90)
学习任务 5 有理函数的积分	(93)
第四阶段自测题	(95)

模块五 定积分及其应用

学习单元一 定积分的计算	(97)
学习任务 1 定积分概念和性质的理解	(97)
学习任务 2 牛顿—莱布尼兹公式的应用	(101)
学习任务 3 定积分换元积分法的应用	(104)
学习任务 4 定积分分部积分法的应用	(108)
学习任务 5 广义积分的计算	(110)
学习单元二 定积分的应用	(114)
学习任务 1 用定积分求平面图形面积	(114)
学习任务 2 用定积分求旋转体体积	(118)
学习任务 3 用定积分解决工程中的问题	(120)
第五阶段自测题	(124)

模块六 一元函数微积分问题的 MATLAB 操作

学习任务 1 MATLAB 基本操作	(126)
学习任务 2 一元函数微积分问题的 MATLAB 操作	(131)
第六阶段自测题	(136)
部分习题参考答案	(139)

模块一

函数、极限与连续

学习单元一 函 数

学习任务 1 函数基本知识的理解



内容概要

1. 函数的概念

对于非空实数集 D , 如果有一个对应法则 f , 使得对每一个 $x \in D$, 都有唯一的一个实数 y 与之对应, 则将对对应法则 f 称为定义在 D 上的一个函数, 记作 $y=f(x)$ 。通常称 y 是 x 的函数, x 称为自变量, y 称为因变量。

2. 函数的两个要素

函数的两个要素为对应法则和定义域。

3. 基本初等函数(六种)

(1) $y=C$ (C 为常数);

(2) 幂函数 $y=x^a$ (a 为实数);

(3) 指数函数 $y=a^x$ ($a>0, a \neq 1$), 特别地有: $y=e^x$;

(4) 对数函数 $y=\log_a x$, 特别地有: $y=\ln x$;

(5) 基本三角函数 $y=\sin x, y=\cos x, y=\tan x, y=\cot x, y=\sec x, y=\csc x$;

(6) 基本反三角函数 $y=\arcsin x, y=\arccos x, y=\arctan x, y=\operatorname{arccot} x$ 。

4. 复合函数定义

设 $y=f(u)$ 和 $u=\varphi(x)$ 是两个函数, 且 φ 的值域 M_φ 包含在 f 的定义域 D_f 内, 则将 $y=f(\varphi(x))$ 称为 f 与 φ 的复合函数, u 称为中间变量。

5. 初等函数定义

由基本初等函数经过有限次四则运算及有限次复合运算后可用一个解析式表示的函数,称为初等函数。



基本能力训练

一、单项选择题

- 下列函数中与函数 $y = \frac{x}{|x|}$ 相同的是()
 A. $y = x (x \in \mathbf{R})$ B. $y = -x (x \in \mathbf{R})$ C. $y = 1 (x > 0)$ D. $y = -1 (x < 0)$
- 函数 $y = \frac{x-1}{2x+1}$ 的反函数是()
 A. $y = \frac{1-x}{1+2x}$ B. $y = \frac{1+2x}{1-x}$ C. $y = \frac{1-2x}{1+x}$ D. $y = \frac{1+x}{1-2x}$
- 下列函数中为单调增函数的是()
 A. $y = \sin 2x (x \in \mathbf{R})$ B. $y = \tan 2x (x \in \mathbf{R})$
 C. $y = \log_{\frac{1}{2}} x (x > 0)$ D. $y = \left(\frac{e}{2}\right)^x (x \in \mathbf{R})$
- 下列函数中为奇函数的是()
 A. $y = \sin x - \cos x + 1$ B. $y = \frac{a^x + a^{-x}}{2}$
 C. $y = |x \sin x| e^{\cos x}$ D. $y = x(x-1)(x+1)$
- 下列函数中周期为 2π 的函数是()
 A. $y = \tan 2x (x \in \mathbf{R})$ B. $y = \cot 2x (x \in \mathbf{R})$
 C. $y = \sin x + \cos x (x \in \mathbf{R})$ D. $y = \arcsin x (x \in \mathbf{R})$

二、填空题

- 函数 $f(x) = \sqrt{\ln(x-1)}$ 的定义域是_____。
- 设 $f(x) = 3x^2 + 2x$, $\varphi(t) = \lg(1+t)$, 则 $f(\varphi(t)) =$ _____, $\varphi(f(x)) =$ _____。
- 若 $f(x) = \frac{1}{1-x}$, 则 $f(f(x)) =$ _____, $f(f(f(x))) =$ _____。

三、解答题

- 写出下列函数的复合过程。

$$(1) y = \sin^2 \left(1 - \frac{1}{x} \right)$$

$$(2) y = \ln \cos \sqrt{1+x^2}$$

2. 求函数 $y = \sqrt{3-x} + \arcsin \frac{3-2x}{5}$ 的定义域。

3. 已知 $f(x+2) = x^2 + 3x - 2$, 求 $f(x)$ 与 $f(2-x)$ 表达式。

4. 设 $f(x-1) = x^2 + 2x + 2$, 则 $f(x) =$ _____, $f(x^2+1) =$ _____。



拓展能力训练

解答题

1. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ -2, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$, 求 $f(x+3)$ 的定义域。

2. 指出函数 $y = \begin{cases} x(1-x), & x \geq 0 \\ x(1+x), & x < 0 \end{cases}$ 的奇偶性。

3. 已知 $f(\sqrt{x}+1) = 3x^2 - 2x + 4$, 求 $f(x)$ 表达式。

4. 设 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 1 \\ x, & x \geq 1 \end{cases}$, $\varphi(x) = \begin{cases} x+2, & x < 0 \\ x^2-1, & x \geq 0 \end{cases}$, 求 $f(\varphi(x))$ 表达式。

数学是研究现实世界中数量关系和空间形式的一门科学。它是自然科学、技术科学、社会科学、管理科学等领域巨大的智力资源,能为其他科学提供语言、概念、方法和理论。同时,数学也是一切重大技术发展的基础。数学又是一种文化,是一门具有严密性、逻辑性、精确性并且集创造力与想象力于一体的学问。掌握数学理论与应用方法对提高管理人员的分析、决策能力以及科技人员的推理、创新能力至关重要。

学习任务 2 实际问题函数模型的建立

基本能力训练

应用题

1. 某厂生产某种产品 1200t, 定价为 150 元/t。当销售量不超过 600t 时, 按原价出售; 当销售量超过 600t 时, 超出部分按八折出售。试求销售收入与销售量之间的函数关系。

2. 建筑工地上要建造一个底面为正方形、体积为 8m^3 的长方体池(无盖), 已知底面单位造价是周围单位造价的 2 倍, 请写出造价与底面的关系式。

3. 某工艺品的纵截面为矩形, 已知矩形的长和宽分别是 x 和 y , 其周长为 24, 将其绕宽边 y 旋转一周构成一立体, 写出侧面积与矩形长的关系式。

4. 在半径为 R 的半圆形内内接一梯形, 梯形的一条底边与半圆的直径重合, 另一条底边的两个端点在半圆上, 试将梯形的面积 S 表示成其高 h 的函数。

 拓展能力训练

应用题

1. 电力部门规定, 居民每月用电不超过 60 度时, 每度电按 0.5 元收费; 当用电超过 60 度但不超过 90 度时, 超过部分每度电按 0.8 元收费; 当用电超过 90 度时, 超过部分每度电按 1.2 元收费。试建立居民月用电费与月用电量之间的函数关系。

2. 把一个直径为 50cm 的圆木截成横截面为长方形的方木,若此长方形截面的一条边为 x (单位:cm),截面面积为 S (单位: cm^2),试将 S 表示成 x 的函数,并指出其定义域。

3. 某品牌收音机每台售价为 90 元,成本为 60 元。厂方为鼓励销售商大量采购,决定凡是订购量超过 100 台的,每多订购 1 台,售价就降低 1 分,但最低价为每台 75 元。

(1) 将每台的实际售价 P 表示为订购量 x 的函数。

(2) 将厂方所获的利润 L 表示成订购量 x 的函数。

(3) 某一商行订购了 1000 台,厂方可获利润多少?

学习单元二 函数的极限

学习任务 1 极限概念的理解

内容概要

1. 数列极限的定义

若当 n 无限增大时, 数列 $\{x_n\}$ 无限接近于一个确定的常数 A , 则把常数 A 称为数列 $\{x_n\}$ 的极限, 记作 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = A$ 。

2. 当 $x \rightarrow \infty$ 时, 函数 $y=f(x)$ 的极限定义

设函数 $f(x)$ 在 $|x| > a$ 时有定义 (a 为某个正实数), 若当自变量 x 的绝对值无限增大时, 函数 $y=f(x)$ 无限趋近于一个确定的常数 A , 则称常数 A 为当 $x \rightarrow \infty$ 时函数 $y=f(x)$ 的极限, 记作

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A \text{ [或当 } x \rightarrow \infty \text{ 时, } f(x) \rightarrow A \text{]}。$$

说明: 数列极限是函数 $y=f(x)$ 当 $x \rightarrow \infty$ 时极限的特殊情况。

3. 当 $x \rightarrow x_0$ 时, 函数 $y=f(x)$ 的极限定义

设函数 $f(x)$ 在 $N(\hat{x}_0, \delta)$ 内有定义, 若当 $x \rightarrow x_0$ 时, 函数 $y=f(x)$ 无限趋近于一个确定的常数 A , 则称常数 A 为当 $x \rightarrow x_0$ 时函数 $y=f(x)$ 的极限, 记作

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A \text{ [或当 } x \rightarrow x_0 \text{ 时, } f(x) \rightarrow A \text{]}。$$

注意: ①定义中并不要求 $f(x)$ 在点 x_0 处有定义; ② $x \rightarrow x_0$ 表示自变量 x 从 x_0 的左右两旁同时无限接近于 x_0 。

4. 左右极限定义

设函数 $y=f(x)$ 在 $(x_0 - \delta, x_0)$ 或 $(x_0, x_0 + \delta)$ 有定义, 若自变量 x 从 x_0 的左近旁 (或右近旁) 无限接近于 x_0 , 记作 $x \rightarrow x_0^-$ (或 $x \rightarrow x_0^+$), 若函数 $y=f(x)$ 无限接近于一个确定的常数 A , 则称常数 A 为当 $x \rightarrow x_0$ 时的左极限 (或右极限), 记作

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = A \text{ 与 } \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = A \text{ [或 } f(x_0 - 0) = A \text{ 与 } f(x_0 + 0) = A \text{]}。$$

注意: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ 的充要条件是 $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = A$ 。

基本能力训练

一、单项选择题

1. 下列极限不等于 1 的是()

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)$

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n$

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)$

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[1 + \frac{(-1)^n}{n}\right]$

2. 函数 $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ ($x \neq 1$), 当 $x \rightarrow 1$ 时的极限是()

A. 不存在

B. 2

C. 1

D. 0

3. 函数 $f(x) = e^{-\frac{1}{x}}$ ($x \neq 0$), 当 $x \rightarrow 0$ 时的极限是()

A. 0

B. 不存在

C. 1

D. ∞

二、填空题

1. 数列: $2, -\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, -\frac{5}{4}, \dots$ 的通项是_____, 数列的极限=_____。2. 数列: $2, \frac{1}{2}, \frac{4}{3}, \frac{3}{4}, \frac{6}{5}, \dots$ 的通项是_____, 数列的极限=_____。3. 设 $f(x) = \begin{cases} x-1, & x < 1 \\ 2, & x = 1 \\ x+2, & x > 1 \end{cases}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$ _____, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$ _____,

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \text{_____}。$$

4. 设 $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2x-1}, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 2x, & x > 0 \end{cases}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$ _____, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$ _____, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$ _____。

三、计算题

1. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 1, & x \leq 1 \\ -x, & 1 < x < 2 \\ 3x - 8, & x \geq 2 \end{cases}$, 求 $\lim_{x \rightarrow -2} f(x), \lim_{x \rightarrow 1} f(x), \lim_{x \rightarrow 2} f(x), \lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ 的值。

2. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^3 - 3x + 1}{x - 4} + 1 \right)$ 。

3. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1}$ 。

4. 求极限 $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x^2 + 3x + 2} \right)$ 。