

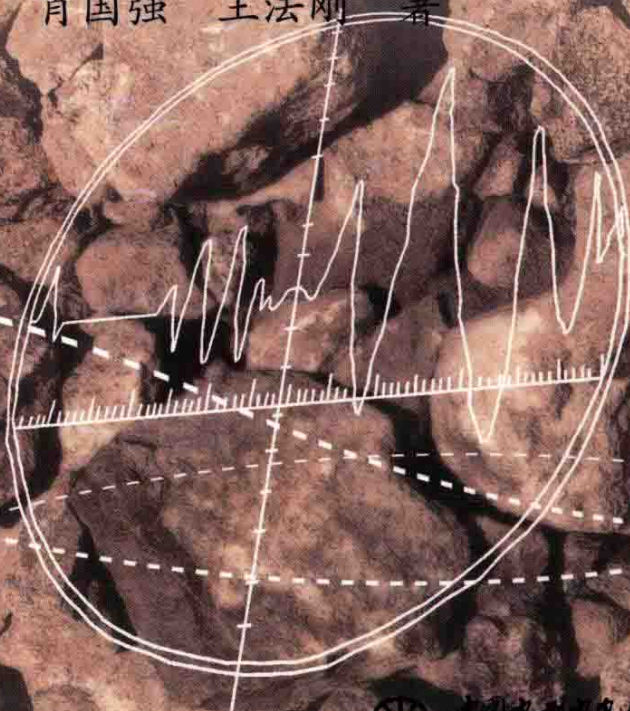


水科学博士文库

*Sonic Test Method and
Engineering Application*

声波测试方法和 工程应用

周黎明 肖国强 王法刚 著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

水科学博士文库

*Sonic Test Method and
Engineering Application*

声波测试方法和 工程应用

周黎明 肖国强 王法刚 著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

· 北京 ·

内 容 提 要

声波测试是一种较新的测试方法,近年来应用于工程勘察中,取得了较好的效果,也解决了许多实际问题。声波测试方法相比其他技术具有轻便简捷、快速经济、用途广泛等优点,具有广阔的发展前景。本书系统全面地论述了声波测试方法的基本理论、测试原理、测试元件和测试仪器,以及在岩体动力学参数测试、工程岩体分级、大坝建基岩体质量评价、围岩松动区测试、爆破开挖影响范围测试等方面的应用,并论述了声波测试新方法在CT成像、锚杆检测、声学测井等其他领域中的应用。

本书理论扎实、视野开阔、实例丰富,可供水电、地质、矿山、隧道、桥梁等工程技术人员和大专院校师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

声波测试方法和工程应用 / 周黎明, 肖国强, 王法刚著. — 北京: 中国水利水电出版社, 2016.12
水科学博士文库
ISBN 978-7-5170-5081-0

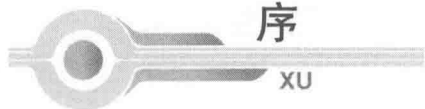
I. ①声… II. ①周… ②肖… ③王… III. ①声波—测试 IV. ①TB95

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第322787号

书 名	水科学博士文库 声波测试方法和工程应用 SHENGBO CESHI FANGFA HE GONGCHENG YINGYONG
作 者	周黎明 肖国强 王法刚 著
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: sales@waterpub.com.cn 电话: (010) 68367658 (营销中心)
经 售	北京科水图书销售中心(零售) 电话: (010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	中国水利水电出版社微机排版中心
印 刷	三河市鑫金马印装有限公司
规 格	170mm×240mm 16开本 11印张 210千字
版 次	2016年12月第1版 2016年12月第1次印刷
印 数	0001—1000册
定 价	50.00 元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社营销中心负责调换

版权所有·侵权必究



序

XU

声波测试方法在我国水利水电工程中的应用起于 20 世纪 50 年代末期。它所具有的快速便捷、无损准确、与岩体物理力学性质联系紧密的特点,使其贯穿于水电工程勘察、设计、施工、运行与维护全过程中,并在大坝建基面岩体质量评价、水工洞室围岩松弛圈划定、岩体爆破影响范围判别和水利水电工程岩体分级等方面发挥了重要作用。声波测试方法应用以来,受到国内外相关科研与技术人员的广泛关注,从基本理论、仪器设备、信号处理、资料解译到工程应用,一直在不断进步与发展。

长江科学院在国内较早较系统地对声波测试方法进行了研究和应用,是声波测试方法的重要研究和应用基地。该书作者多年来对声学测试方法潜心研究,以严谨求真的治学态度,善于创新的科研能力,理论联系实际的研究思想,完成了这部优秀的专著。

该书对声学测试技术应用时需要解决的诸如声耦合、纵横波识别、滞后延迟矫正、振幅衰减等问题进行了深入系统的研究,为声学测试技术更好地服务于水电工程建设奠定了基础。在此基础上,该书详细介绍了声学测试技术在三峡、葛洲坝、水布垭、隔河岩、丹江口、皂市等水电工程中的应用情况,对应用方法和经验进行了总结,该书也系统研究了声波层析成像、孔中声波速度与振幅成像及三瞬信息检测锚杆锚固质量等新技术。这些成果大大丰富了声波测试技术研究范围,并在有关研究领域具有重要的发展前景。并且,该书在介绍作者研究成果的同时,对声波测试方法的弹性波原理、岩石声学性质、声学仪器系统也进行了详细介绍,所有这些工作对于声学测试方法更好地发展、应用和推广是大有帮助的。

张宝庆

2016 年 12 月



前言

QIANYAN

随着我国水利水电工程建设的迅速发展，声波测试方法作为研究和评价岩体的一种重要手段，凭借其快速便捷、无损准确的特点，在水电工程的勘察、设计、施工、运行与维护全过程中都发挥了不同程度的作用。

本书首先以弹性波传播理论为基础，介绍了国内外学者对岩体声学性质和物理力学性质之间相关关系的典型研究结果；总结了声波测试仪器的发展状况及声波换能器的技术指标与制作工艺；探讨了声波现场测试中诸如声耦合、纵横波识别、滞后延迟矫正、振幅衰减等问题的解决办法，为现场测试和资料解译提供了理论依据和指导帮助。其次，笔者总结了多年来在三峡、葛洲坝、隔河岩、丹江口、皂市、水布垭、白鹤滩、彭水、乌东德、大岗山、黄金坪、紫坪铺、马来西亚巴昆和津巴布韦卡里巴等十多个水电工程的声波测试工作中所积累的经验，详细介绍了声波测试方法在岩体动弹性参数测试、水利水电工程岩体分级、大坝建基面岩体质量评价、水工洞室围岩松弛圈划定和岩体爆破影响范围判别等5个方面中的应用情况，全面介绍了声波测试方法在工程岩体特性研究中的作用。最后，本书介绍了声波层析成像、钻孔声学成像及声波三瞬信息检测等新技术在岩体完整性和锚杆锚固质量评价方面的应用。

本书在聂运钧教授级高级工程师指导下，由周黎明、肖国强、王法刚合著完成，并由聂运钧审阅校正。

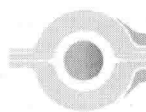
在本书即将出版之际，笔者要诚挚地感谢长江地球物理探测（武汉）有限公司经理张建清教高在百忙中审阅本书，并为本书写

序，提出了许多宝贵意见。

由于笔者水平有限，书中不当之处难免，恳请广大读者批评指正。

著者

2016年10月于武汉



目录

MULU

序

前言

第 1 章 弹性波传播的基本理论	1
1.1 振动和波的基本概念	1
1.2 均匀介质中的波动方程	3
1.3 分层介质中波的传播速度	10
1.4 声波的反射和折射	12
1.5 声波的吸收和衰减	18
1.6 声波的干涉和绕射	19
第 2 章 岩石的声学性质	22
2.1 波速与岩石物理力学性质的关系	22
2.2 岩体结构面对声学性质的影响	28
2.3 岩体风化程度对声学性质的影响	31
2.4 压力对声学性质的影响	32
2.5 温度对岩石声学特性的影响	34
第 3 章 声波测试仪器系统	36
3.1 声波仪测试系统	36
3.2 声波换能器材料及特性	39
3.3 声波换能器类型及技术指标	44
3.4 换能器密封及粘胶工艺	53
第 4 章 声波检测方法	57
4.1 声波检测方式及声耦合	57
4.2 典型声波图像及纵横波识别	60
4.3 波速计算及滞后延时校正	62
4.4 “一发一收”测试方法及其改进	64
4.5 振幅衰减测试方法	66

第 5 章 声波测试技术的工程应用	69
5.1 应用概述	69
5.2 岩体动弹性参数测试	70
5.3 水利水电工程岩体质量分级	75
5.4 大坝建基岩体质量检测	86
5.5 水工洞室围岩松弛圈测定	93
5.6 声波法在爆破影响范围检测中的应用	102
第 6 章 声波新技术及其工程应用	106
6.1 层析成像技术及其工程应用	106
6.2 钻孔声学成像技术及其工程应用	122
6.3 声波测试技术在锚固质量检测中的应用	130
参考文献	160

第 1 章 弹性波传播的基本理论

声波法和超声波法都是以振动在弹性介质中的传播理论为基础，通过激发弹性波在岩体和混凝土等非金属介质中传播所获得的声学信息来解决工程地质、岩土力学及材料质量评价等问题。

1.1 振动和波的基本概念

振动是在动力荷载作用下，材料介质内部质点发生偏离平衡位置的运动。波是振动能量以波动的形式在介质中传播。如图 1.1 所示，在振源附近材料介质的变形既有塑性变形也有弹性变形，分别为“激波区域”和“塑性变形区域”，随着与振源距离的增加，材料介质的变形将只具有弹性性质，该区域被称为“弹性振动区域”，在此区域内的问题均可以通过弹性理论来求解。

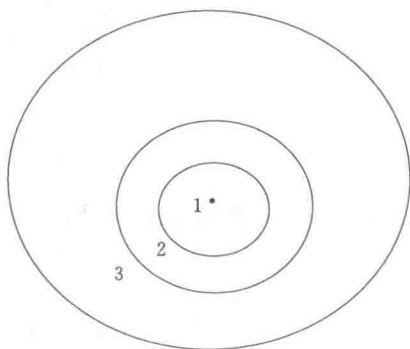


图 1.1 振动的激发

1—激波区域；2—塑性变形区域；
3—弹性振动区域

声波或超声波可以看成质点相对平衡位置做周期性的偏移。整个物体的振动就是物体中各质点振动的总和。质点振动可以是规则运动，也可以是不规则的复杂运动。如果质点振动的运动轨迹

是直线，称为直线振动，否则称非直线振动。在复杂振动的情况下，运动轨迹可以是平面上或空间上的某一条曲线。按运动学的方法，复杂振动是由沿 x 、 y 、 z 三个坐标轴的三个直线运动合成。正弦振动为最简单的振动形式，它可以用式 (1.1) 来表示：

$$A = A_0 \sin(\omega t - \varphi) \quad (1.1)$$

式 (1.1) 中： A 为任意时刻 t 的质点位移； A_0 为质点偏离平衡位置的最大位移值，称振幅或单振幅， $2A_0$ 为双振幅，即波峰与波谷之间的位移幅度； ω 为振动的速率或圆频率，单位为 rad/s ， 2π 弧度等于一个全循环； φ 为振动的初始相位，即 $t=0$ 时刻的相位角，它是时间起点的基准。

质点的振动如图 1.2 所示， T 为周期，表示质点运动重复一周所需时间，



$T = \frac{2\pi}{\omega}$, 单位为秒。 f 为振动频率, 表示单位时间内循环的周数, $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$,

单位为赫兹。质点位于 X_0 点时, 相位角 $\varphi_0 = \frac{\omega X_0}{c}$, 其中, c 为振动在介质中的传播速度, 简称波速。波速 c 与频率 f 、波长 λ 有关, 其关系式为 $c = \lambda f$ 。波的传播速度 c 与质点振动速度 v 是两个不同的概念, 前者是振动状态在介质中的传播速度, 是介质的物理常数; 后者是指介质在动荷作用下单位时间内质点运动的速度, 是动力学参数。

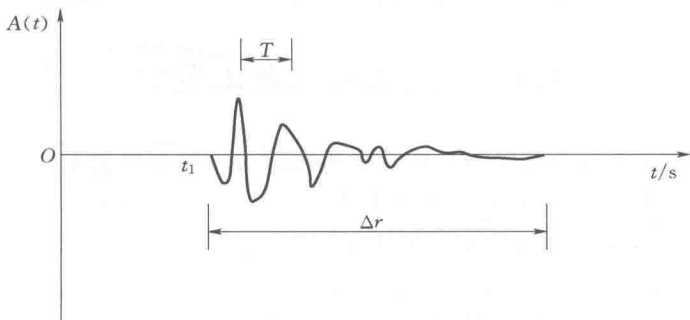


图 1.2 质点的振动图

式 (1.1) 求时间的一阶和二阶导数可得振动速度 v 和振动加速度 a :

$$v = \frac{dA}{dt} = \dot{A} = \omega A_0 \cos(\omega t - \varphi) \quad (1.2)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \ddot{A} = -\omega^2 A_0 \sin(\omega t - \varphi) \quad (1.3)$$

对于振幅与频率一定的简谐运动, 振动的全部动力学参量可以由位移振幅和频率所确定。实际上, 所有振动并不都是谐和的, 其在介质中的传播过程中, 不同的振动形式具有不同的振动特征。振动除了谐和振动外, 还有周期性振动, 即振动位移和振幅不断地重复; 不规则振动, 其位移振动曲线永不重复; 瞬时振动, 脉冲作用之后振动迅速回到静止状态, 该振动可用正弦曲线的衰减函数来描写。

任何脉冲都可以分解为频率、振幅和初始相位不同的若干个谐和运动, 通常采用频谱分析方法进行。振动状态从一个质点传递到另一个质点的过程就是波, 波在其中起作用的空间称为“波场”。在波场内, 由震源发射的弹性波按时间、空间传播, 因此, 波场的重要指标之一, 就是由它的几何形状确定的“波阵面”, 即“波前”。

“波阵面”是把扰动范围从静止范围区分开来的面。在这个面上的所有质点具有相同的振动相位。根据惠更斯原理, 每个波阵面上的点, 都可以看成一个独立小震源, 它们在主要的运动方向上以半圆球形式扩展, 从 t 时刻波阵面



出发, 绘制半径 $r=c\Delta t$ 的半球形, 该球形的包络线即为 $t+\Delta t$ 时刻的波阵面。波阵面具有球形、圆柱形、和平面形等几种类型。

当振源尺寸 D 远小于波长 λ 的情况下 (即 $D \ll \lambda$), 其波阵面为球形的, 但在距离震源足够远时, 球形波阵面上任何小的波阵面区段均可看作是平面的。当振源为长柱体时, 即振源直径 D 远小于其长度 L , 其波阵面为圆柱形, 该波称为圆柱形波。当振源尺寸 D 远大于波长, 即 $D \gg \lambda$ 时, 其波阵面为平面, 在介质中传播的波为平面波。平面波波阵面最简单, 广泛用来研究弹性波在岩体等非金属介质中的传播特性, 也可用来研究球形或圆柱形波阵面的传播特性。在后面的章节中, 我们主要从平面波入手来研究声波, 并以波阵面法线的指向表示行进中的波的正向。

1.2 均匀介质中的波动方程

承受振动的各种物理体系, 均可归纳为同样的运动方程, 称为“波动方程”, 可用偏微分方程表达如下:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1.4)$$

或写成:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \nabla^2 u$$

式中: u 为介质质点沿 x 轴向位移; t 为时间; v 为波速; $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 为拉普拉斯算符。

能用波动方程表达的体系有弦振动、杆件振动等。不同边界条件下, 固体介质中的波的传播速度是不同的。为推导波速的表达式, 通常情况下, 首先从理论上求解出其通解, 然后根据附加边界条件, 求得特解。为便于理解和启发性, 先从最简单的一维有界介质的波动方程求解开始。

1.2.1 一维杆系的纵横波波速

1. 纵波波速

假设杆件截面为 A , 杨氏模量为 E , 容重 γ 。杆件在运动中满足平面截面条件, 且截面上应力平均分布。取单元 dx , 在 x 处横向平面上的应力为 σ_x , 则在 $x+dx$ 处横向平面上的应力为 $\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx$, 设 u 代表单元在 x 方向上的位移, 如图 1.3 所示。

根据牛顿第二运动定律, 其运动方程为

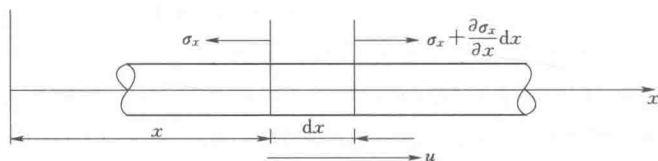


图 1.3 单元受力分析图

$$\left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx\right)A - \sigma_x A = \frac{\gamma}{g} A dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1.5)$$

化简得

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

已知密度 $\rho = \frac{\gamma}{g}$, 由一维杆件的胡克定律可知:

$$\sigma = E\epsilon = E \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$\frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

式 (1.5) 改写为

$$E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

整理得

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

令 $\frac{E}{\rho} = v_b^2$, 可得

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v_b^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1.6)$$

与式 (1.4) 相比较: $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v_b^2 \nabla^2 u$, 则有

$$v_b = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (1.7)$$

式 (1.7) 表明: 波在一维杆件中的传播速度为 $v_b = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$, 由于质点的振动方向与波的传播方向一致, 其结果是质点受到单向压缩或拉伸变形, 故称纵波, 又称拉伸波或压缩波, 简称 P 波 (pressure wave)。速度 $v_b = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ 是从波在杆件的传播中推导获得的, 亦称其为巴 (bar) 速度, 即棒波速度。

2. 横波速度

设作用于杆件横截面上的扭矩为 T , 转角为 θ , 如图 1.4 所示, 其产生的



力矩可写为

$$T = GI_P \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (1.8)$$

式 (1.8) 中: G 为剪切模量; I_P 为截面惯性矩; $\frac{\partial \theta}{\partial x}$ 为单位长度的扭角。

杆件单元长度 dx 的转动惯性的扭矩 T 为

$$T = \rho dx I_P \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}$$

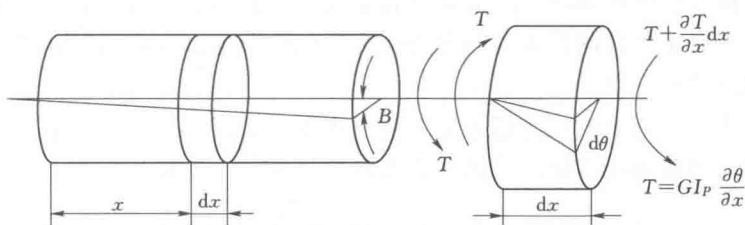


图 1.4 横向振动质点受力分析图

根据牛顿第二定律和图 1.4 的单元的受力情况, 可建立下述关系:

$$\left. \begin{aligned} T + \frac{\partial T}{\partial x} dx - T &= \rho I_P dx \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \\ \frac{\partial T}{\partial x} &= \rho I_P \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

将式 (1.8) 代入式 (1.9), 有

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} GI_P \frac{\partial \theta}{\partial x} &= \rho I_P \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \\ G \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} &= \rho \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} &= \frac{G}{\rho} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

与波动方程式 (1.4) 相比较, 有

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = \frac{G}{\rho} \nabla^2 \theta$$

令 $\frac{G}{\rho} = v_s^2$, 则有 $\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = v_s^2 \nabla^2 \theta$

$$v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (1.11)$$

因为杆件受到的是横向扭力, 质点位移的平面与 x 轴垂直, 即与波的传播方向垂直, 其结果是杆件截面质点扭剪变形, 形成的波为横波, 又称剪力



波、扭剪波，简称 S 波（shear wave）。它是以速度 $v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ 在杆件中传播。

从式 (1.11) 和式 (1.7) 可以看出，纵波和横波传播速度公式的形式相同，只是横波传播速度公式中用剪切模量 G 代替了纵波传播公式中的杨氏模量 E 。

1.2.2 无限介质中的纵横波波速

弹性杆件中波的运动可用波动方程来表示，波动意义可以通过数学表达式联系起来。对于各向同性无限均匀弹性介质的物理意义也可利用弹性理论和数学关系建立波动方程。

单元体每一面上的应力用正交矢量组表示，如图 1.5 所示，单元的静力平衡可用平行于各轴线方向的力之和来表示。 x 方向的平衡方程为

$$\begin{aligned} & \left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \right) dydz - \sigma_x dydz + \left(\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dy \right) dx dz - \tau_{xy} dx dz \\ & + \left(\tau_{xz} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} dz \right) dx dy - \tau_{xz} dx dy = 0 \end{aligned} \quad (1.12)$$

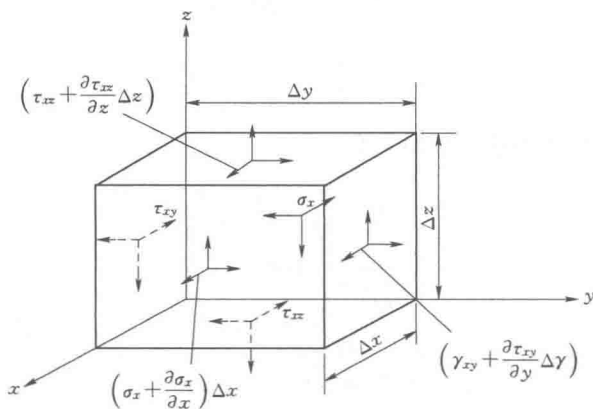


图 1.5 单元体受力分析图

同理， y 方向和 z 方向也可写成类似 x 方向的力平衡方程。在 x 方向上，不考虑体积力的影响，由牛顿第二运动定律，可得

$$\left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) dx dy dz = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dx dy dz \quad (1.13)$$

u 为 x 方向的位移，对于 y 方向和 z 方向也可写出类似式 (1.13) 的方程，可得到三个用应力表示的运动方程：



$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \\ \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (1.14)$$

式中： u 、 v 、 w 分别为 x 、 y 、 z 方向的位移。

为了将式 (1.14) 右边也用位移来表示，借助弹性介质的下述关系：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \lambda \bar{\epsilon} + 2G\epsilon_x, & \tau_{xy} &= \tau_{yx} = G\gamma_{xy} \\ \sigma_y &= \lambda \bar{\epsilon} + 2G\epsilon_y, & \tau_{yz} &= \tau_{zy} = G\gamma_{yz} \\ \sigma_z &= \lambda \bar{\epsilon} + 2G\epsilon_z, & \tau_{zx} &= \tau_{xz} = G\gamma_{zx} \\ G &= \frac{E}{2(1+\mu)}, & \lambda &= \frac{\mu E}{(1+\mu)(1-\mu)} \\ \bar{\epsilon} &= \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z \end{aligned} \right\} \quad (1.15)$$

式中： μ 为泊松比； λ 为拉梅常数； G 为剪切模量或刚性模量； $\bar{\epsilon}$ 为三个坐标轴方向的三个线应变的代数和。

为了将应变用转动位移来表示，还需利用下述关系：

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, & \gamma_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}, & 2\bar{\omega}_x &= \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y}, & \gamma_{yz} &= \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}, & 2\bar{\omega}_y &= \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \\ \epsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z}, & \gamma_{zx} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, & 2\bar{\omega}_z &= \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (1.16)$$

式中： $\bar{\omega}$ 是围绕每个轴的转动，将式 (1.15)、式 (1.16) 中适当的关系代入式 (1.14)，得

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda + G) \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial x} + G \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$\text{即} \quad \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda + G) \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial x} + G \nabla^2 u \quad (1.17a)$$

同理可得

$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = (\lambda + G) \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial y} + G \nabla^2 v \quad (1.17b)$$

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = (\lambda + G) \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial z} + G \nabla^2 w \quad (1.17c)$$

式 (1.17) 为无限均匀各向同性弹性介质波动方程的一般形式。

此运动方程有两个解：一个是描述体积膨胀波（等体积波）的传播；另一个是描述纯转动波的传播。方程式 (1.17a)、式 (1.17b) 和式 (1.17c) 分别



对 x 、 y 、 z 微分:

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) &= (\lambda + G) \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial x^2} + G \nabla^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \\ \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) &= (\lambda + G) \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial y^2} + G \nabla^2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right) &= (\lambda + G) \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial z^2} + G \nabla^2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1.18)$$

叠加得

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 \bar{\epsilon}}{\partial t^2} &= (\lambda + G) \nabla^2 \bar{\epsilon} + G \nabla^2 \bar{\epsilon} \\ \rho \frac{\partial^2 \bar{\epsilon}}{\partial t^2} &= (\lambda + 2G) \nabla^2 \bar{\epsilon} \\ \frac{\partial^2 \bar{\epsilon}}{\partial t^2} &= \frac{\lambda + 2G}{\rho} \nabla^2 \bar{\epsilon} \end{aligned} \right\} \quad (1.19)$$

令 $\frac{\lambda + 2G}{\rho} = v_p^2$, 代入式 (1.19), 可得

$$\frac{\partial^2 \bar{\epsilon}}{\partial t^2} = v_p^2 \nabla^2 \bar{\epsilon} \quad (1.20)$$

$$v_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{\rho}} \quad (1.21)$$

由此可知: 质点振动方向与波的传播方向一致, 在介质内部造成体积的膨胀或压缩, 形成“纵振动”, 故称纵波、压缩波、膨胀波、拉伸波或无旋转波, 简称 P 波 (pressure wave 或 primary wave), 弹性波在无限介质中是以速度

$v_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{\rho}}$ 传播的。由于 $\lambda = K - \frac{2}{3}G$, 代入式 (1.21) 中, 可得

$$v_p = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}G}{\rho}}$$

式中: K 为体积压缩模量; G 为剪切模量。

因此, 纵波在无限均匀同向介质传播时, 介质承受的不仅是简单的压缩力, 而是压缩力和剪切力的组合。

式 (1.17b) 对变量 Z 微分, 式 (1.17c) 对变量 Y 微分, 得

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right) &= (\lambda + G) \frac{\partial^2 \bar{\epsilon}}{\partial y \partial z} + G \nabla^2 \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) &= (\lambda + G) \frac{\partial^2 \bar{\epsilon}}{\partial y \partial z} + G \nabla^2 \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\}$$

两式相减, 得绕 X 轴转动的 $\bar{\omega}_x$ 的表达式:



$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) = G \nabla^2 \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (1.22)$$

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \bar{\omega}_x = G \nabla^2 \bar{\omega}_x$$

$$\frac{\partial^2 \bar{\omega}_x}{\partial t^2} = \frac{G}{\rho} \nabla^2 \bar{\omega}_x$$

即

$$\frac{\partial^2 \bar{\omega}_x}{\partial t^2} = v_s^2 \nabla^2 \bar{\omega}_x \quad (1.23)$$

同理, 可得 $\bar{\omega}_y$, $\bar{\omega}_z$ 的表达式:

$$\frac{\partial^2 \bar{\omega}_y}{\partial t^2} = v_s^2 \nabla^2 \bar{\omega}_y \quad (1.24)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{\omega}_z}{\partial t^2} = v_s^2 \nabla^2 \bar{\omega}_z \quad (1.25)$$

式 (1.22) ~ 式 (1.25) 中, $\bar{\omega}_x$ 、 $\bar{\omega}_y$ 和 $\bar{\omega}_z$ 分别表示绕 X、Y 和 Z 轴的转动变量, 可得

$$v_s^2 = \frac{G}{\rho}, \quad v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (1.26)$$

由此可知: 质点振动方向与波的传播方向垂直, 介质质点产生角转动位移和剪切变形, 构成旋转运动, 产生的波为横波、剪切波、亦称扭剪波或畸变波, 简称 S 波 (shear wave 或 second wave)。横波是以速度 $v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ 在无限均匀同向介质中传播。

在无限均匀同向介质中传播的波为纵波 (P) 和横波 (S) 两种波统称为体波。当介质存在分界面时, 在分界面附近才会产生其他类型波的传播, 如半无限界面上的瑞利面波和板状介质中的兰姆面波等。

波速是介质密度 ρ 、弹性常数 (弹性模量 E 和剪切模量 G) 的函数。借助弹性常数关系式:

$$\lambda = \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} \text{ 和 } G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$

则有

$$v_p = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1-\gamma}{(1+\gamma)(1-2\gamma)}} \quad (1.27)$$

$$v_s = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1}{2(1+\gamma)}} \quad (1.28)$$

$$\frac{v_p}{v_s} = \sqrt{\frac{2(1-\mu)}{1-2\mu}} \quad (1.29)$$