

灰色系统丛书

刘思峰 主编

实用灰色预测建模方法 及其MATLAB程序实现

—— 曾波 尹小勇 孟伟 著 ——



科学出版社

灰色系统丛书

刘思峰 主编

实用灰色预测建模方法 及其MATLAB程序实现

—— 曾波 尹小勇 孟伟 著 ——

国家自然科学基金面上项目 (71771033, 71271226)

东莞理工学院广东省普通高校人文社会科学重点研究基地 (2016WZJD005)

中国博士后科学基金项目 (2014M560712, 2015T80975)

重庆市社会科学规划委托项目 (2016WT37)

联合资助

科学出版社

北京

内 容 简 介

随着灰色理论研究的不断深入及研究成果的大量涌现,灰色预测模型理论体系日趋完善,同时也出现了数以百计结构各异、机理相似、形式多样的灰色预测模型。为了让读者更加清晰地了解各种典型灰色预测模型的建模对象、体系结构与建模流程,本书围绕构建面向近似齐次指数序列、近似非齐次指数序列、线性函数序列、随机振荡序列及多变量序列的实用灰色预测模型建模方法展开系统论述,并在此基础上开发了实现上述灰色预测模型的 MATLAB 程序。书中介绍的灰色预测模型大部分系作者及团队成员多年从事灰色系统研究的理论探索、实际应用和教学工作的结晶,同时还吸收了国内外学者的最新研究成果。

本书内容简练、易于阅读、注重方法、实用性强,可作为学习灰色预测模型的入门书籍,也可作为高等院校理工农医及经管类本科生的教材,同时可供政府机关、科研机构及企事业单位科技工作者参考阅读。

图书在版编目(CIP)数据

实用灰色预测建模方法及其 MATLAB 程序实现/曾波,尹小勇,孟伟著. —北京:科学出版社,2018.2
(灰色系统丛书)
ISBN 978-7-03-056586-0

I. ①实… II. ①曾… ②尹… ③孟… III. ①灰色预测模型—Matlab 软件—程序设计 IV. ①N949-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018) 第 029975 号

责任编辑:李静科/责任校对:杨 然
责任印制:张 伟/封面设计:无极书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号
邮政编码:100717
<http://www.sciencep.com>

北京教图印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

2018 年 2 月第 一 版 开本:720 × 1000 B5

2018 年 2 月第一次印刷 印张:12 1/4

字数:246 000

定价:88.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

丛书总序

灰色系统理论是 1982 年中国学者邓聚龙教授创立的一门以“小数据, 贫信息”不确定性系统为研究对象的新学说。新生事物往往对年轻人有较大吸引力, 在灰色系统研究者中, 青年学者所占比例较大。虽然随着这一新理论日益被社会广泛接受, 一大批灰色系统研究者获得了国家和省部级科研基金的资助, 但在各个时期仍有不少对灰色系统研究有兴趣的新人暂时缺乏经费支持。因此, 中国高等科学技术中心 (China Center of Advanced Science and Technology, CCAST) 对其学术活动的长期持续支持对于一门成长中的新学科无疑是雪中送炭。学术因争辩而产生共鸣, 热烈的交流、研讨碰撞出思想的火花, 促进灰色系统研究工作不断取得新的进展和突破。

由科学出版社推出的这套“灰色系统丛书”, 包括了灰色系统的理论、方法研究及其在医学、水文、人口、资源、环境、经济预测、作物栽培、复杂装备研制、电子信息装备试验、空管系统安全监测与预警、冰凌灾害预测分析、宏观经济投入产出分析、农村经济系统分析、粮食生产与粮食安全、食品安全风险评估及预警、创新管理、能源政策、联网审计等众多领域的成功应用, 是近 10 年来灰色系统理论研究和应用创新成果的集中展示。

CCAST 是著名科学家李政道先生在世界实验室、中国科学院和国家自然科学基金委员会等部门支持下创办的学术机构, 旨在为中国学者创造一个具有世界水平的宽松环境, 促进国内外研究机构和科学家之间的交流与合作; 支持国内科学家不受干扰地进行前沿性的基础研究和探索, 让他们能够在国内做出具有世界水平的研究成果。近 30 年来, CCAST 每年都支持数十次学术活动, 参加活动的科学家数以万计, 用很少的钱办成了促进中国创新发展的大事。CCAST(特别是学术主任叶铭汉院士) 对灰色系统学术会议的持续支持, 极大地促进了灰色系统理论这门中国原创新兴学科的快速成长。经过 30 多年的发展, 灰色系统理论已被全球学术界所认识、所接受。多种不同语种的灰色系统理论学术著作相继出版, 全世界有数千种学术期刊接受、刊登灰色系统论文, 其中包括各个科学领域的国际顶级期刊。

2005 年, 经中国科协和国家民政部批准, 中国优选法统筹法与经济数学研究会成立了灰色系统专业委员会, 挂靠南京航空航天大学。国家自然科学基金委员会、CCAST、南京航空航天大学和上海浦东教育学会对灰色系统学术活动给予大力支持。2007 年, 全球最大的学术组织 IEEE 总部批准成立 IEEE SMC 灰色系统委员会, 在南京航空航天大学举办了首届 IEEE 灰色系统与智能服务国际会议。2009 年和 2011 年, 南京航空航天大学承办了第二届、第三届 IEEE 灰色系统与智能服

务国际会议 (IEEE GSIS). 2013 年, 在澳门大学召开的第四届 IEEE GSIS 得到澳门特区政府资助. 2015 年, 在英国 De Montfort 大学召开的第五届 IEEE GSIS 得到欧盟资助. 2017 年 7 月, 第六届 IEEE GSIS 将在瑞典斯德哥尔摩大学举办.

在南京航空航天大学, 灰色系统理论已成为本科生、硕士生、博士生的一门重要课程, 并为全校各专业学生开设了选修课. 2008 年, 灰色系统理论入选国家精品课程; 2013 年, 又被遴选为国家精品资源共享课程, 成为向所有灰色系统爱好者免费开放的学习资源.

2013 年, 笔者与英国 De Montfort 大学杨英杰教授合作, 向欧盟委员会提交的题为“Grey Systems and Its Application to Data Mining and Decision Support”的研究计划, 以优等评价入选欧盟第 7 研究框架玛丽·居里国际人才引进计划 (Marie Curie International Incoming Fellowships, PIIF-GA-2013-629051). 2014 年, 由英国、中国、美国、加拿大等国学者联合申报的英国 Leverhulme Trust 项目以及 26 个欧盟成员国与中国学者联合申报的欧盟 Horizon 2020 研究框架计划项目相继获得资助. 2015 年, 由中国、英国、美国、加拿大、西班牙、罗马尼亚等国学者共同发起成立了国际灰色系统与不确定性分析学会 (International Association of Grey Systems and Uncertainty Analysis).

灰色系统理论作为一门新兴学科以其强大的生命力自立于科学之林.

这套“灰色系统丛书”将成为灰色系统理论发展史上的一座里程碑. 她的出版必将有力地推动灰色系统理论这门新学科的发展和传播, 促进其在重大工程领域的实际应用, 促进我国相关科学领域的发展.

刘思峰

南京航空航天大学 and 英国 De Montfort 大学特聘教授

欧盟玛丽·居里国际人才引进计划 Fellow (Senior)

国际灰色系统与不确定性分析学会主席

2015 年 12 月

前 言

灰色预测建模方法是灰色理论中研究最活跃、成果最丰硕、应用最广泛的研究分支,具有样本需求量少、建模过程简单等优点,其有效性与实用性已在大量的应用实践中得到广泛验证,并逐渐发展成为一种重要的主流预测建模方法。

然而,现有灰色预测模型种类繁多、形式多样、结构各异,如何对现有灰色预测模型进行合理分类并对同类模型的等价性进行研究,实现不同灰色预测模型的整合,以简化灰色预测模型种类,减少灰色预测模型构建与优化过程中的低层次简单重复,从而提高灰色预测模型使用效率,促进灰色预测模型的推广与普及,这是一个重要的研究课题。为此,本书以灰色预测模型五类典型建模对象(近似齐次指数序列、近似非齐次指数序列、线性函数序列、随机振荡序列、多变量序列)为研究主线,对各类最新或性能相对更优的灰色预测模型的基本定义、参数估计、模型时间响应式与最终还原式、模拟结果与模拟性能等内容进行系统介绍。

尽管灰色预测模型建模过程相对简单,但是对灰色理论初学者或仅仅将灰色理论作为应用工具的学者而言,要完成模型构建与模型应用也并非易事。为了提高灰色预测模型的建模效率并推动灰色预测模型的大量应用,作者曾经以 Visual C# 为工具开发了一套可视化的灰色预测模型建模软件(GSMS)。该软件具有界面友好、操作简单等优点,被数以万计的用户免费下载和使用。然而,一方面,GSMS 基于 Windows 平台开发,对操作系统的兼容性要求较高,由于用户操作系统版本问题常常导致该软件无法正常安装以及安装成功后无法正常导入建模数据等;另一方面,GSMS 中封装的均是一些常用的经典灰色预测模型,模型的变更涉及 Visual Studio 平台搭建、软件重构及软件打包等一系列复杂操作,灵活性较差,难以适应模型不断优化与升级的现实需要。因此,本书以 MATLAB 为工具,开发了各类灰色预测模型的建模程序并提供了易于操控的数据接口,并将源代码全部公开,用户只需拷贝源代码并在 MATLAB 平台上运行,即可实现模型构建与参数计算;若模型更新升级,则直接修改源代码即可实现模型与代码的同步变化。

本书由曾波总体策划、主要执笔和统一定稿。其中第 1, 4~6 章由曾波执笔,第 2, 3, 7 章由尹小勇和曾波合作撰写,书中 MATLAB 程序由曾波、孟伟与游中胜合作开发;另外,段辉明、童明余及熊遥参与了本书有关模型的推导与证明,刘岱、曲学鑫、谢玉凤、周猛等研究生为本书的撰写查阅了大量的文献资料与案例数据。在此表示衷心感谢!

另外,本书得到了国家自然科学基金面上项目(71771033, 71271226)、东莞

理工学院广东省普通高校人文社会科学重点研究基地 (2016WZJD005)、中国博士后科学基金项目 (2014M560712、2015T80975) 及重庆市社会科学规划委托项目 (2016WT37) 的资助, 在此, 作者一并表示衷心感谢!

由于作者水平有限, 书中的不妥和疏漏在所难免, 殷切希望各位专家和广大读者批评指正.

作 者

2017 年 8 月

目 录

第 1 章 灰色预测建模方法概述	1
1.1 几种常见的预测模型	1
1.2 灰色预测模型的主要特点	2
1.3 灰色预测模型的优化方法	4
1.3.1 原始数据预处理	4
1.3.2 灰色预测模型参数优化	4
1.3.3 灰色预测模型结构优化	5
1.4 灰色预测模型适应性拓展	6
1.4.1 面向振荡序列的灰色预测建模方法	6
1.4.2 面向灰数序列的灰色预测模型	6
1.4.3 面向灰色异构数据的灰色预测模型	7
1.5 多变量灰色预测模型的建模方法	7
1.6 本书的主要研究内容	7
第 2 章 灰色序列生成	9
2.1 灰色序列生成概述	9
2.2 灰色累加生成与累减生成	9
2.2.1 灰色累加生成及其 MATLAB 程序实现	9
2.2.2 灰色累减生成及其 MATLAB 程序实现	12
2.3 灰色缓冲算子与灰色趋势生成	14
2.3.1 灰色缓冲算子三公理与灰色趋势生成的基本概念	15
2.3.2 常用的灰色弱化缓冲算子及其 MATLAB 程序实现	16
2.3.3 常用的灰色强化缓冲算子及其 MATLAB 程序实现	21
第 3 章 常用单变量灰色预测模型	28
3.1 GM(1,1) 模型	28
3.2 DGM(1,1) 模型	30
3.3 单变量非齐次灰色预测模型的等价性与无偏性	32
3.4 灰色预测模型性能检验方法	37
3.5 灰色预测模型的建模步骤及 MATLAB 程序	39
第 4 章 近似非齐次指数序列灰色预测模型	46
4.1 基于白化微分方程参数直接估计法的灰色预测模型及其优化	46

4.1.1	DNGM(1,1) 模型参数的直接估计	48
4.1.2	DNGM(1,1) 模型性质分析	51
4.1.3	DNGM(1,1) 模型背景值优化方法	53
4.1.4	DNGM(1,1) 模型建模步骤与 MATLAB 程序实现	61
4.2	基于灰色差分方程直接估计法的三参数灰色预测模型	65
4.2.1	GM(1,1) 模型的通用形式	65
4.2.2	三参数灰色预测模型的参数估计	66
4.2.3	三参数灰色预测模型的性质	68
4.2.4	三参数灰色预测模型初始值的优化	72
4.2.5	TPGM(1,1) 模型建模步骤与 MATLAB 程序实现	74
4.3	近似非齐次指数增长序列的间接 DGM(1,1) 模型	78
4.3.1	近似非齐次指数增长序列与近似齐次指数增长序列的转化	78
4.3.2	IDGM(1,1) 模型的构建	80
4.3.3	IDGM(1,1) 模型的建模流程及 MATLAB 程序	82
4.4	近似非齐次指数增长序列的 DGM(1,1) 直接建模法	86
4.4.1	DDGM(1,1) 模型的构建	86
4.4.2	DDGM(1,1) 模型初始条件的优化	87
4.4.3	DDGM(1,1) 模型性质	88
4.4.4	DDGM(1,1) 模型的建模流程及 MATLAB 程序	89
4.5	四种灰色预测模型对六种典型序列模拟性能的比较和分析	92
4.5.1	上升凸序列	93
4.5.2	上升凹序列	95
4.5.3	下降凸序列	97
4.5.4	下降凹序列	99
4.5.5	严格非齐次指数序列	101
4.5.6	近似非齐次指数序列	102
4.5.7	模拟性能综合比较	105
4.6	本章小结	105
第 5 章	面向振荡序列的灰色预测模型	107
5.1	基于包络线的振荡序列区间预测建模方法	108
5.1.1	振荡序列及其区间拓展	108
5.1.2	振荡序列的区间预测	111
5.1.3	振荡序列区间预测模型的建模步骤	113
5.2	基于振幅压缩的振荡序列预测建模方法	114
5.2.1	平滑性算子的定义	114

5.2.2	平滑序列预测模型的构建	116
5.2.3	随机振荡序列预测模型的推导	116
5.2.4	随机振荡序列预测模型建模步骤与 MATLAB 程序	118
5.3	本章小结	123
第 6 章	多变量灰色预测模型	124
6.1	传统多变量灰色预测模型缺陷分析	124
6.1.1	传统多变量灰色预测模型的基本定义	124
6.1.2	传统多变量灰色预测模型的参数估计与时间响应式	125
6.1.3	传统多变量灰色预测模型的三大缺陷	126
6.2	多变量灰色预测模型结构优化	127
6.2.1	OGM(1,N) 模型的定义	127
6.2.2	OGM(1,N) 模型的参数估计	127
6.2.3	OGM(1,N) 模型时间响应式的推导	128
6.3	多变量灰色预测模型性质研究	131
6.4	多变量灰色预测模型背景值优化	132
6.4.1	OBGM(1,N) 模型的定义与参数估计	133
6.4.2	OBGM(1,N) 模型的时间响应式和最终还原式	135
6.4.3	应用粒子群算法优化 OBGM(1,N) 模型背景值系数	139
6.5	多变量灰色预测模型的建模步骤及 MATLAB 程序	143
6.6	本章小结	150
第 7 章	灰色预测模型应用分析	151
7.1	粮食总产量预测	151
7.2	全社会固定资产投资总额预测	153
7.3	重庆空气质量指数的区间预测	155
7.4	矿岩移动站下沉预测	158
7.5	我国页岩气产量预测	160
7.6	北京市机动车保有量预测	163
7.6.1	影响北京市机动车保有量的影响因素分析	164
7.6.2	北京市机动车保有量预测模型的构建	165
7.6.3	计算和比较模拟值/预测值及模拟/预测误差	167
7.7	本章小结	168
参考文献		169

第1章 灰色预测建模方法概述

模糊数学、灰色理论、粗糙集、混沌理论等都是用来研究和解决各类不确定性系统问题的常用理论和方法. 其中, 灰色理论由我国学者邓聚龙教授于 20 世纪 80 年代初创立, 是一种专门用于研究“部分信息已知、部分信息未知”的不确定性系统问题的新方法, 是我国学者对世界系统科学研究领域的新贡献. 灰色理论经过 30 余年的发展, 已基本建立起一套完整的结构体系. 其主要内容包括以灰代数运算系统、灰色方程与灰色矩阵为基础的理论体系, 以序列算子及灰色生成为核心的方法体系, 以灰色关联空间及灰色聚类评价为依托的分析体系, 以灰色系统预测建模方法为核心的模型体系, 以灰靶决策及灰色关联决策为基础的评价体系(刘思峰, 2017; 肖新平, 毛树华, 2013). 其中, 以 $GM(1,1)$ 模型为基础的灰色预测建模方法是灰色理论中研究最活跃、成果最丰硕、应用最广泛的研究分支, 具有样本需求量小、建模过程简单等优点, 已被成功应用于国计民生的诸多领域, 并逐渐发展成为一种重要的主流预测建模方法.

1.1 几种常见的预测模型

预测是指在掌握现有信息的基础上, 依照一定的方法和规律对系统未来发展趋势进行推算, 以预先了解事情发展的过程与结果. 预测是决策的基础, 是管理科学与工程的重要组成部分. 国内外专家、学者围绕预测建模问题做了大量深入、系统的研究, 使得各类预测建模方法大量涌现, 其中较为常见的预测方法主要包括以下几种.

(1) 回归分析预测模型. 该模型是在掌握大量观察数据的基础上, 利用数理统计方法建立因变量与自变量之间的函数关系式(或称回归方程式), 在此基础上根据自变量在预测期的数量变化来预测因变量的变化情况. 这是一种常用的预测方法.

(2) 灰色系统预测模型. 该模型主要以“部分信息已知、部分信息未知”的小数据不确定性系统为研究对象, 通过对部分已知信息的挖掘, 寻找系统演化的客观规律, 在此基础上实现对系统未来运行行为与发展趋势的预测.

(3) 自回归移动平均模型 (ARIMA). 该模型将预测对象随时间推移而形成的数据序列视为一个随机序列, 并用一定的数学模型来近似描述这个序列. 自回归移动平均模型一旦被识别后即可根据时间序列的过去值及现在值去预测系统的未

来值。

(4) 马尔可夫预测模型. 该模型应用概率论中的马尔可夫链理论和方法来研究随机事件变化规律, 并借此来分析和预测系统未来的可能状态的一种方法. 简单说来, 该模型的基本思想就是根据系统现在所处的状态, 推测系统未来的变化趋势。

(5) BP 神经网络预测模型. 其全称叫误差反向传播多层前馈神经网络模型. 该模型的学习规则是最速下降法, 通过误差的反向传播调整内部连接的权值和阈值, 以达到减小误差的目的, 在此基础上实现对系统未来趋势的预测。

除此之外, 常用的预测模型还包括支持向量机 (SVM)、自适应滤波法、指数平滑法、移动平均法、组合预测建模法等, 此处不再一一介绍. 尽管各类预测模型自成体系、机理各异、形式多样, 但是本质上它们的建模与预测过程基本一致: 首先根据既有信息或数据挖掘系统内在的演变规律 (又称作模拟、学习或训练), 然后通过一系列检验标准对所挖掘信息的可靠性与有效性进行判断 (误差检验); 同时假定系统将按照既有规律向后发展演化, 最后基于该规律对系统未来发展趋势进行外推预测。

可见, 所有的预测实际上都包括一个重要假设, 即假设某系统的未来发展趋势将与通过先验知识所推导形成的该系统发展规律相一致. 因此, 预测主要面向一些常态化环境, 是系统发展规律与演化趋势的自然延伸, 面对突发事件或极端情况, 之前的预测结果将变得毫无意义. 举例来说, 我们可以通过一个有效的数学模型来预测美国 2030 年国内生产总值 (gross domestic product, GDP) 的大概区间, 并且我们认为按照美国经济的现有水平和发展趋势, 这个预测结果是可靠的、合理的. 然而, 假如在此期间美国发生了大规模内战或者由于美国总统更迭产生剧烈的社会动荡, 这个时候之前关于美国 2030 年 GDP 的预测值与实际情况将难以相符。

1.2 灰色预测模型的主要特点

回归分析预测模型、自回归移动平均模型及 BP 神经网络预测模型等, 都是建立在大样本基础之上的预测建模方法, 而灰色预测模型则是以“小数据”不确定性系统为研究对象. 由于数据量小 (最少为 4 个数据), 难以寻找系统发展演化的统计规律, 因此小数据预测问题的有效性与可靠性一直备受各界关注, 而确保小数据系统预测可靠性的关键是, 如何减少建模数据的随机性. 作为研究小数据系统预测问题的常用方法, 灰色理论主要通过序列累加生成来弱化原始数据的随机性. 序列累加生成是使灰色过程由灰变白的一种方法, 它在灰色理论中占有极其重要的地位, 通过序列累加生成可以看出灰量积累过程的发展态势, 使离乱的原始数据中蕴含的积分特性或规律充分显露出来. 通常, 非负序列经过累加生成处理之后, 都会呈现出单调递增的变化规律 (刘思峰, 党耀国等, 2010)。

举例来说,某大学生的日常开支情况,若按日来计算,可能不存在明显的规律,若按周来算,则可以发现一定的规律;而按月来计算,则其规律将变得十分明显.通过该大学生日常开支由日到周再到月的累加生成过程,可以发现其日常开支情况趋于稳定且呈现出一定的规律性.在图 1.2.1 中,序列 $X^{(0)} = (1, 3, 2, 4, 2)$ 为一随机波动序列,其一阶累加生成序列为 $X^{(1)} = (1, 4, 6, 10, 12)$, $X^{(1)}$ 显然是一单调递增序列,符合单调函数的建模特征.因此,我们可以通过单调函数对这种增长趋势进行逼近或者拟合,从而建立相应的数学模型.

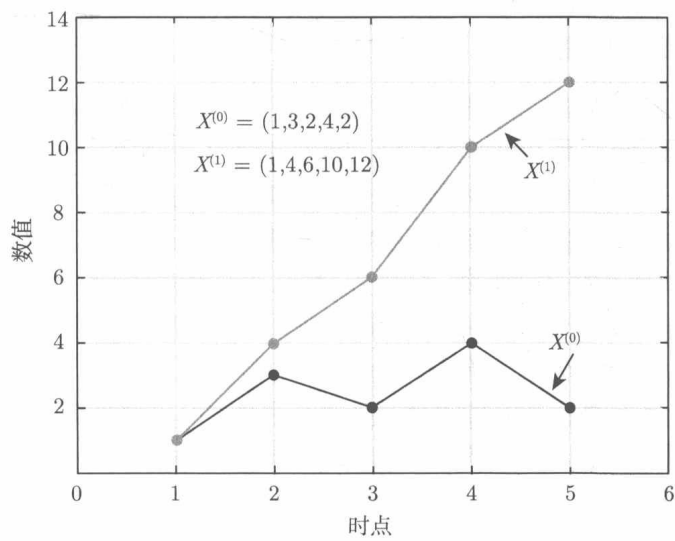


图 1.2.1 非负序列的累加生成及其单调递增规律

另一方面,如何确保定量预测结果与定性分析结论相一致也是检验预测模型性能的重要指标.通常模型的模拟性能与该模型的预测精度具有一定的正相关关系,但是并不绝对.模型模拟精度高并不能确保模型预测精度好.完全依赖模型预测结果而缺乏对系统发展趋势的定性分析,就可能进入“就模型而模型”的误区,进而导致预测结果与实际情况“南辕北辙”.刘思峰教授提出的灰色缓冲算子理论(刘思峰, 1997),通过对建模序列进行预处理,强化或弱化系统的发展趋势,从而将定性分析结果融入到系统未来发展趋势之中,在一定程度上解决了模型预测结果与定性分析结论相悖的问题.这实际上是一种将定性分析结果定量化的一种“跨界”方法,使得灰色模型避免了“就模型而模型”的预测误区.

可见,相对于传统以大样本为建模对象的回归分析预测模型,灰色预测模型具有四大特点:第一是“小数据”建模,第二是在原始序列的“累加生成”基础上建模,第三是应用“缓冲算子”数据变换技术确保了模型预测结果的有效性与

合理性, 第四是建模过程相对简单, 无须考虑样本数据的概率分布规律与统计特性.

1.3 灰色预测模型的优化方法

如何改善和提高灰色预测模型模拟性能的稳定性及预测结果的可靠性, 一直是灰色理论领域最为活跃的研究主题, 并由此产生了大量的研究成果, 这些成果涵盖了原始数据预处理、模型参数优化、模型结构优化等多个方面.

1.3.1 原始数据预处理

(1) 通过数据变换提高建模序列的光滑性. 建模序列的光滑性是影响灰色模型精度的主要因素之一, 通过对建模序列进行预处理, 改善序列光滑度, 减弱序列中极端值的影响, 强化序列的大致趋势, 尽可能将建模序列改造成符合指数变化规律的新序列, 从而提高灰色模型精度. 现有改善序列光滑度的方法主要是通过对原始序列进行数据变换, 如对数变换、幂函数变换、指数函数变换、余切函数变换、傅里叶变换和 Laplace 变换等, 将光滑性较差的原始序列转换为光滑性较好的新序列, 在此基础上构建灰色预测模型.

(2) 通过灰色缓冲算子提高预测结果的合理性. 构建预测模型的目的是对系统未来发展趋势进行预测, 而预测模型的构建则完全依赖原始序列. 然而, 原始序列只能反映系统阶段性的历史状态, 这个状态与系统未来的发展状态可能存在偏差. 灰色缓冲算子是将系统未来发展趋势的定性分析结果融入到灰色预测模型构建过程中的一种对原始序列进行数据变换的数学方法. 通过缓冲算子强化或弱化原始序列的发展趋势, 可以达到调节系统未来发展趋势之目的, 从而避免建模时完全依赖原始数据的不足.

(3) 通过累加生成弱化原始序列的随机性. 累加生成可以使离乱的原始数据呈现出单调递增规律, 进而弱化原始序列随机性. 累加生成是构建灰色预测模型的基础, 是影响灰色模型模拟及预测性能的重要参数. 早期累加生成的阶数都是整数 (通常是 1 阶), 吴立丰博士将累加生成的阶数从整数拓展至分数 (吴利丰, 刘思峰等, 2014), 孟伟博士对分数阶累加生成及累减还原算子的解析式、稳定性、指数率、交换律、互逆性及信息优先性等内容进行了系统研究 (孟伟, 曾波, 2015). 这些研究为构建高精度的灰色预测模型提供了理论基础.

1.3.2 灰色预测模型参数优化

(1) 灰色预测模型初始值优化方法研究. 在灰色预测建模中, 常用 $x^{(0)}(1)$ 作为初始值来推导 $\hat{x}^{(1)}(k)$ 的时间响应函数. 即用含 $x^{(0)}(1)$ 的式子来表示 $\hat{x}^{(1)}(k)$, 这

样得到的拟合曲线在坐标平面上必然经过点 $(1, x^{(0)}(1))$, 而根据最小二乘原理, 将 $x^{(0)}(1)$ 作为初始值来推导 $\hat{x}^{(0)}(k)$ 的理论依据并不充分, 即拟合曲线并不一定通过点 $(1, x^{(0)}(1))$, 同时也导致 $\hat{x}^{(0)}(k)$ 与原始数据序列的初始值 $x^{(0)}(1)$ 无关, 即灰色预测模型实际上丢弃了 $x^{(0)}(1)$ 的作用. 为了解决上述问题, 现有关于灰色预测模型初始值优化方法的研究主要分为三类: 第一类是根据灰色理论新信息优先原理及不动点公理, 把原始数据累加序列的最后一个数据 $x^{(1)}(n)$ 作为灰色预测模型的初始值; 第二类是根据建模样本综合最优化条件, 选取原始序列中最小偏差中间数据为初始值; 第三类是根据原始序列与模拟序列误差平方和最小、原始累加序列与模拟累加序列误差平方和最小及平均相对偏差最小等方法来优化灰色预测模型的初始值.

(2) 灰色预测模型背景值优化方法研究. $z^{(1)}(k) = 0.5(x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1))$ 被称为灰色预测模型背景值. 这实际上是一个平滑公式, 当时间间隔很小、建模序列数据变化平缓时, 这样的背景值是适合的, 但当建模序列变化较快时, 模型偏差往往也比较大. 研究人员围绕灰色预测模型背景值的优化问题做了大量研究并取得了一系列成果. 这些成果主要分为两类: 一类是通过智能寻优算法 (如遗传算法、粒子群算法、蚁群算法等) 对灰色预测模型背景值系数进行优化, 进而改变 $x^{(1)}(k)$ 及 $x^{(1)}(k-1)$ 在计算 $z^{(1)}(k)$ 时的权重, 达到调节和优化背景值的目的; 另一类是利用插值公式或曲线的积分性质, 通过计算累加序列相邻元素之间曲边梯形的面积来作为背景值建立灰色预测模型.

(3) 灰色预测模型参数 a, b 估计方法研究. 经典 GM(1,1) 模型采用最小二乘法对参数列 $\hat{a} = [a, b]$ 进行估计, 该方法简单实用且解析公式意义明确, 但容易受到建模序列中异常数据的影响. 肖新平教授研究了原始数据的平移变换对 GM(1,1) 模型的参数取值的影响, 并基于误差平方和最小的准则给出了参数 a, b 优化的方法 (肖新平, 毛树华, 2013). 何文章教授基于三种公式及不同的差商格式, 分别给出了 GM(1,1) 模型参数的线性规划优化方法 (何文章, 宋国乡等, 2005). 王义闹等在平均相对误差最小化的准则下, 给出了一种估计指数型 GM(1,1) 模型参数的算法, 解决了以往的模型优化与模型检验的脱节问题, 使得模型的平均相对误差绝对值在理论上达到最小 (王义闹, 刘光珍等, 2000).

1.3.3 灰色预测模型结构优化

灰色预测模型的结构优化主要分为三类: 第一类是传统灰色预测模型的非齐次拓展, 以灰色预测模型基本形式推导构建的灰色模型均无法实现对非齐次指数序列的无偏模拟, 为此通过在灰色预测模型基本形式右端加上线性修正项, 使得其最终累减还原式中保留常数项, 从而实现对非齐次指数序列的有效模拟; 第二类是为适应波动或者周期序列, 邓聚龙教授所提出具有延时的 GM(1,1| $\tan(k-\tau)p, \sin(k-$

$\tau)p)$ 模型;第三类是省略累加生成过程的直接建模法,累加生成的目的是弱化原始序列的随机性,因此当建模序列本身已具备灰指数规律时,可以省略累加生成过程直接建立灰色预测模型,此时所构建的灰色预测模型在结构上表现为一个严格的近似非齐次指数函数。

1.4 灰色预测模型适应性拓展

1.4.1 面向振荡序列的灰色预测建模方法

通常情况下,原始序列光滑性越好则其灰色预测模型精度越高,因此,对于光滑性较差的小数据振荡序列,比较直接的方法就是通过函数变换改善振荡序列光滑性来创造符合灰色预测模型的建模条件。然而,使用这些方法最终所构建的灰色模型仍然为指数函数,通过数据变换方法的逆推导所还原的模拟序列同样存在还原误差,同样难以实现对振荡序列的有效模拟。为了解决小样本振荡序列的模拟及预测问题,曾波提出了一种通过平滑性算子压缩振荡序列振幅,从而将振荡序列转换成光滑性良好的新序列,再以该序列为基础建立灰色预测模型,并借助等比数列求和公式及平滑性运算的逆过程等数学方法,在此基础上构建了基于振荡序列的灰色预测模型(曾波,刘思峰,2012)。还有学者提出了灰色波形预测的概念,主要针对数据样本量特别大的情况,通过对已知数据进行等高划分,根据等高线各数据时点建立灰色预测模型,将各预测时点连线作为对数据序列波形的预测。曾波借鉴邓聚龙教授关于振荡序列的预测建模思路,通过振荡序列“包络线”实现对振荡数据的区间拓展,进而通过区间灰数预测模型建模方法实现对振荡序列的取值区间预测。这种方法不破坏振荡序列本身的数据特征,仅通过“包络线”实现振荡序列取值区间的模拟,进而实现振荡序列发展趋势与变化范围的预测,且不会出现振荡序列上界值小于下界值的情况。相对于传统通过序列变换强制提高振荡序列光滑性的建模思路,“包络线”法则从“范围”的角度实现振荡序列的预测。

1.4.2 面向灰数序列的灰色预测模型

在灰色系统理论中,灰数是研究灰色系统数量关系的基础,常见的灰数有上界灰数、下界灰数、区间灰数、连续灰数以及离散灰数等,其中,区间灰数和离散灰数是基础和核心。灰数序列中的每个元素都是灰数,具有较为复杂的数据结构,导致灰数之间的代数运算结果灰度增加,因此难以按照传统灰色预测模型对实数序列建模的思想来构建灰数预测模型,造成目前该领域的研究成果还较为缺乏。目前灰数预测模型的建模思路是,首先将灰数序列转换成等信息量的实数序列,然后以实数序列为基础建立灰色预测模型,最后将模拟或预测结果转换成灰数。根据灰数序列与实数序列的转换方式,对应的灰数预测模型也分为三类,即基于几何坐标法

的区间灰数预测模型、基于信息分解法的区间灰数预测模型及基于灰色属性法的区间灰数预测模型, 每种模型由于具体的转换过程不同又可继续细分. 离散灰色预测模型的建模思路与区间灰数预测模型类似, 此处不再一一赘述.

1.4.3 面向灰色异构数据的灰色预测模型

所谓灰色异构数据, 是指原始序列中包含两种及两种以上不同数据类型的元素. 举例来说, 若原始序列中同时包含区间灰数和离散灰数两种灰元, 则称该序列为双重异构数据序列. 尽管灰色异构数据中的灰元具有不同的数据结构及灰信息特征, 但均同属“灰数”范畴, 都具有“核”和“灰度”这一基本的共同属性, 因此可以利用“核”和“灰度”来研究灰色异构数据之间的代数运算法则, 通过“核”将灰色异构数据之间的代数运算转化为实数运算, 这在一定程度上解决了灰色异构数据之间的代数运算以及灰色异构数据的预测建模问题. 目前关于灰色异构数据预测模型的构建, 已经取得了一些研究成果. 但是基于“核”和“灰度”的灰色异构数据代数运算法则, 实际上是一种简化处理, 因此建立在该运算法则基础之上的灰色异构数据预测模型, 还略显粗糙.

1.5 多变量灰色预测模型的建模方法

灰色预测模型按照建模变量个数可以分为单变量灰色预测模型与多变量灰色预测模型. 多变量灰色预测模型以 $GM(1, N)$ 为代表, 该模型建模对象由一个系统特征序列 (或称因变量序列) 及 $N - 1$ 个相关因素序列 (或称自变量序列) 构成, 其建模过程充分考虑相关因素对系统变化趋势的影响, 是一种典型的因果预测模型, 与多元回归模型具有一定的相似之处 (但是二者具有本质区别, 前者以灰色理论为基础, 而后者以概率统计为基础). $GM(1, N)$ 模型弥补了单变量灰色预测模型结构单一模拟能力有限的不足, 然而, 长期以来该模型仅作为一种系统分析工具, 其重要的预测功能并未得到大量推广与应用. 其主要原因是, 该模型在建模机理与模型结构等方面均存在许多不足, 导致该模型在实际应用中的误差常常大于 $GM(1, 1)$ 模型.

1.6 本书的主要研究内容

本书主要对几种常用的灰色预测模型建模方法进行研究, 包括面向近似齐次指数增长序列建模及预测的 $GM(1, 1)$ 模型及 $DGM(1, 1)$ 模型; 面向近似非齐次指数增长序列及线性函数序列的 $NDGM(1, 1)$ 模型、 $TPGM(1, 1)$ 模型、 $IDGM(1, 1)$ 模型及 $DDGM(1, 1)$ 模型; 面向随机振荡序列的包络线区间预测建模方法及振幅压缩