

# 工程声学基础

GONGCHENG SHENGXUE JICHU

主 编 谭家隆



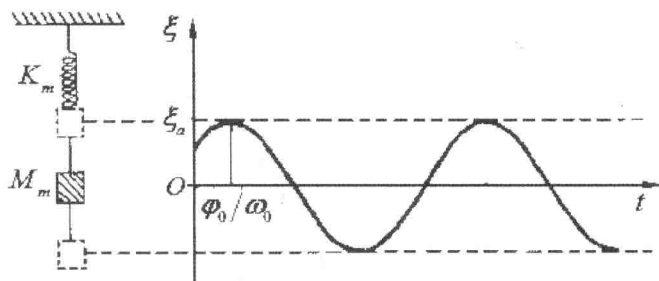
大连理工大学出版社

# 工程声学基础

GONGCHENG SHENGXUE JICHU

主 编 谭家隆

副主编 胡 博 金士杰



大连理工大学出版社

### 图书在版编目(CIP)数据

工程声学基础 / 谭家隆主编. — 大连 : 大连理工大学出版社, 2017. 7

ISBN 978-7-5685-0960-2

I. ①工… II. ①谭… III. ①工程声学—教材 IV. ①TB5

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 161318 号

### 大连理工大学出版社出版

地址:大连市软件园路 80 号 邮政编码:116023

发行:0411-84708842 邮购:0411-84708943 传真:0411-84701466

E-mail:dutp@dutp.cn URL:<http://dutp.dlut.edu.cn>

大连力佳印务有限公司印刷

大连理工大学出版社发行

---

幅面尺寸:185mm×260mm 印张:10.25 字数:235千字  
2017年7月第1版 2017年7月第1次印刷

---

责任编辑:王晓历

责任校对:范海东

封面设计:张莹

---

ISBN 978-7-5685-0960-2

定 价:36.00元

本书如有印装质量问题,请与我社发行部联系更换。

# 前 言

声学在科学技术、国防和工农业生产等领域有着广泛的应用,如声呐水下探测定位、材料超声无损检测、建筑中的回音壁,以及各种乐器和音乐厅的设计等,无不充满声学的奥秘。声学作为基础学科,具有极强的外延性,在与其他学科的边缘交汇作用中往往会产生出乎意料的科研成果。然而,在我国普通工科类高校中,鲜见开设通识类声学课程,相应的教材也并不多见。大学普通物理方面的教材中关于声学和波动理论的内容也寥寥无几。

2006年,编者尝试为材料科学与工程专业无损检测专业方向的硕士研究生开设“声学基础”课程,尽管受到工程类专业学生数学和物理学科基础的限制,但近年来的教学实践表明效果还不错,师生反应良好。

本教材除附录外共6章:振动与波;声波的基本性质;声波的辐射;声波的衰减;非线性声学简介;超声空化的理论基础。其中第1章简要介绍质点和质点系振动系统以及振动与波动的相互关系。第2章至第5章除了阐述声学的基本概念外,还较为系统地介绍了声波在固体介质中的产生、传播、衰减和超声非线性等方面的知识。第6章则着重介绍了液体介质超声空化与空蚀的理论基础。本教材力求简单易懂,题例丰富,便于学生学习掌握。

本教材编写团队均在声学领域从业多年,经验丰富。本教材适合作为工程类专业的本科生和研究生的教材或读物,能够为非声学专业的工程类专业学生普及一些声学知识。

本教材由大连理工大学材料学院谭家隆任主编,哈尔滨工程大学水声工程学院胡博和大连理工大学材料学院金士杰任副主编。

本教材的出版得到了大连理工大学研究生院教材出版基金的资助,并得到材料学院各位领导的无私帮助,在此谨致谢忱。

在编写本教材的过程中,我们参考、借鉴了许多专家、学者的相关著作,对于引用的段落、文字尽可能一一列出,谨向各位专家、学者一并表示感谢。

限于水平,书中仍有疏漏和不妥之处,敬请专家和读者批评指正,以使教材日臻完善。

编 者

2017年7月

所有意见和建议请发往: [dutpbk@163.com](mailto:dutpbk@163.com)

欢迎访问教材服务网站: <http://www.dutpbook.com>

联系电话:0411-84708445 84708462

# 目 录

第 1 章 振动与波	1
§ 1.1 质点振动基础	1
§ 1.2 振动与波的关系	6
第 2 章 声波的基本性质	8
§ 2.1 概 述	8
§ 2.2 理想流体介质中的小振幅声波	10
§ 2.3 理想固体介质中的小振幅声波	12
§ 2.4 波动方程解的形式	17
§ 2.5 声波的反射、折射和透射	24
§ 2.6 声波的干涉	33
§ 2.7 声表面波和板波	35
第 3 章 声波的辐射	48
§ 3.1 脉动球源的辐射	48
§ 3.2 声偶极子的辐射	53
§ 3.3 同相小球源的辐射	55
§ 3.4 点声源	64
§ 3.5 无限大障板上圆形活塞声源的辐射	67
§ 3.6 有限束超声辐射场	75
§ 3.7 球形声源的辐射	78
第 4 章 声波的衰减	86
§ 4.1 概 述	86
§ 4.2 声波的吸收衰减	87
§ 4.3 声波的散射衰减	94
第 5 章 非线性声学简介	107
§ 5.1 声波在理想介质中的非线性行为	107
§ 5.2 有限振幅声波在粘滞介质中的传播	116
§ 5.3 非线性振动	118

第 6 章 超声空化的理论基础.....	124
§ 6.1 液体的强度与空化 .....	124
§ 6.2 声空化过程的特性分析 .....	127
§ 6.3 空化阈和空化效应 .....	141
附 录.....	146
附录 1 介质声学常数 .....	146
附录 2 常用工程数学函数及其公式 .....	148
参考文献.....	158

# 第 1 章 振动与波

物体在其平衡位置附近的往复(或周期)运动称之为振动。如果振动物体离开其平衡位置的位移与时间的关系能用正弦或余弦函数来描述,则称其为简谐振动。宏观物体是由大量微观粒子组合而成,因此对物体振动过程和运动规律的分析可以从质点开始,分析质点的振动规律到质点系(统)的振动规律。

振动系统是指构成振动的主体及其影响因素。构成振动系统的基本要素为惯性质量和弹性恢复力,二者缺一不可。其他要素还有如阻尼、外力等。对振动系统的分析主要是通过对振动主体的受力分析建立其运动方程并求解其运动规律。

弹性波的本质是机械振动在介质中的传播,或者说是质点振动在质点系中的空间和时间效应。在质点系中如果各质点作整齐划一的振动,则该质点系为集中参数系统;如果质点振动按一定规律在质点系中传播或各质点按一定相位差进行振动,则为分布参数系统,毫无疑问弹性波是分布参数系统的振动问题。

## § 1.1 质点振动基础

### 1.1.1 质点的自由振动

图 1-1-1 是质点自由振动等效示意图,从中可以发现该系统由最基本的要素构成。即惯性质量  $M_m$  和弹性恢复力

$$F_K = -K_m \xi \quad (1-1-1)$$

其中,  $K_m$  是弹性恢复力系数,在弹性范围或按线性近似弹性恢复力  $F_K$  与弹性应变  $\xi$  之间严格遵循胡克定律。负号代表位移与力的方向相反。根据牛顿运动定律,其运动方程

$$M_m \frac{d^2 \xi}{dt^2} = -K_m \xi \quad \text{或} \quad \frac{d^2 \xi}{dt^2} + \omega_0^2 \xi = 0 \quad (1-1-2)$$

其中,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{K_m}{M_m}}$  为角频率。当质点做自由振动时,其振动频率仅与系统的固有参量  $K_m$  和

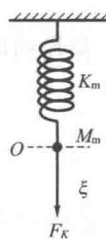


图 1-1-1

$M_m$  有关,而与振动的初始条件无关,因此这一频率  $\omega_0$  又称为系统的固有频率。

求解方程(1-1-2)可获得质点自由振动时的质点位移函数

$$\xi = A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t = \xi_a \cos(\omega_0 t - \varphi_0) \quad (1-1-3)$$

其中,  $A$ 、 $B$ 、 $\xi_a$ 、 $\varphi_0$  为根据初始条件确定的常数。

$$A = \xi_a \cos \varphi_0, B = \xi_a \sin \varphi_0$$

$\xi_a = \sqrt{A^2 + B^2}$  为位移振幅;  $\varphi_0 = \arctan \frac{B}{A}$  为初相位。

频率  $f = \frac{1}{T}$ ,  $\omega_0 T = 2\pi$ ,  $\omega_0 = 2\pi f$ 。

振动速度

$$v = \frac{d\xi}{dt} = \omega_0 \xi_a \sin(\omega_0 t - \varphi_0 + \pi) = v_a \sin(\omega_0 t - \varphi_0 + \pi) \quad (1-1-4)$$

由式(1-1-3)和式(1-1-4)可知,质点自由振动的位移和速度都是简谐波,二者相位相差  $\frac{\pi}{2}$ 。其位移随时间的变化曲线如图 1-1-2 所示。

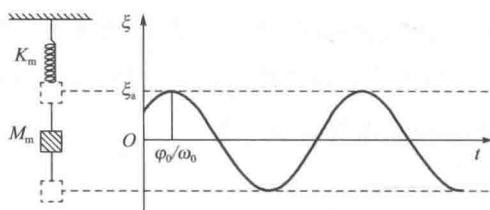


图 1-1-2

自由振动系统的总能量等于其动能和势能之和。按简谐振动近似,该系统为保守系统,即总能量保持守恒(或为常数)。

动能  $E_k = \frac{1}{2} M_m v^2$  势能  $E_p = \frac{1}{2} K_m \xi^2$  并考虑到  $\omega_0^2 = \frac{K_m}{M_m}$

总振动能量

$$\begin{aligned} E = E_k + E_p &= \frac{1}{2} M_m \omega_0^2 \xi_a^2 \sin^2(\omega_0 t - \varphi_0) + \frac{1}{2} K_m \xi_a^2 \cos^2(\omega_0 t - \varphi_0) \\ &= \frac{1}{2} M_m v_a^2 = \frac{1}{2} K_m \xi_a^2 \end{aligned} \quad (1-1-5)$$

动能与势能之间相位差也为  $\frac{\pi}{2}$ , 这一点是与波动过程不同的。

### 1.1.2 质点的衰减振动

质点的衰减振动又叫阻尼振动,其振动系统的构成要素除有惯性质量和弹性恢复力



外,还有阻尼力。按一般考虑,阻尼力的量值正比于振动速度,即

$$F_R = -R_m \frac{d\xi}{dt} \quad (1-1-6)$$

因此其运动方程为

$$M_m \frac{d^2\xi}{dt^2} + R_m \frac{d\xi}{dt} + K_m \xi = 0 \quad \text{或} \quad \frac{d^2\xi}{dt^2} + 2\delta \frac{d\xi}{dt} + \omega_0^2 \xi = 0 \quad (1-1-7)$$

其中,  $\delta = \frac{R_m}{2M_m}$  为衰减系数。方程(1-1-7)具有如下形式的解:

$$\xi = \xi_0 e^{-\delta t} \cos(\omega'_0 t - \varphi_0) = A(t) \cos(\omega'_0 t - \varphi_0) \quad (1-1-8)$$

其中,  $\omega'_0 = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ 。  $\xi_0$  和  $\varphi_0$  也是由初始条件确定的两个实常数。可以发现,由于阻尼项或衰减系数的存在,质点衰减振动系统的振动频率已不同于其固有频率。只有  $\omega_0^2 > \delta^2$ , 方程(1-1-8)才是振幅随时间按指数规律衰减的振动。若  $\omega_0^2 \gg \delta^2$ , 则  $\omega'_0 \approx \omega_0$ ; 若  $\omega_0^2 < \delta^2$ , 则该质点的运动规律是振幅按指数衰减的曲线。图 1-1-3 所示为衰减振动位移随时间的变化曲线。

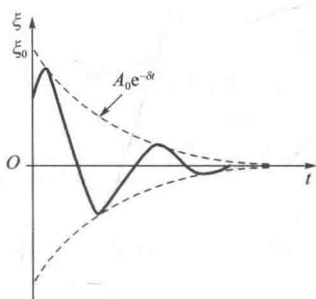


图 1-1-3

与自由振动系统的能量表达式相似,衰减振动系统的能量表达式为

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} K_m \xi^2 + \frac{1}{2} M_m v^2 \\ &= \frac{1}{2} K_m A^2(t) \cos^2(\omega'_0 t - \varphi_0) + \frac{1}{2} M_m \omega_0'^2 A^2(t) \sin^2(\omega'_0 t - \varphi_0) - \\ &\quad \omega'_0 M_m A(t) \frac{dA(t)}{dt} \sin(\omega'_0 t - \varphi_0) \cos(\omega'_0 t - \varphi_0) + \frac{1}{2} M_m \left[ \frac{dA(t)}{dt} \right]^2 \cos^2(\omega'_0 t - \varphi_0) \end{aligned} \quad (1-1-9)$$

若  $\omega_0 \gg \delta$ , 则一个周期内的平均能量近似为

$$\bar{E} = \frac{1}{T} \int_0^T E dt \approx \frac{1}{2} M_m \omega_0^2 \xi_0^2 e^{-2\delta t} = \frac{1}{2} K_m \xi_0^2 e^{-2\delta t} \quad (1-1-10)$$

### 1.1.3 质点的强迫振动

自由振动系统忽略了所有阻尼因素,因此振动系统的能量呈守恒状态,振动状态一旦开始将长久维持。衰减振动系统因阻尼项的存在,导致位移振幅随时间按指数规律衰减,最后振动趋于停止。为了维持存在阻尼条件下振动的长久进行,就需要不断地为系统补充能量或施加外力,这就构成强迫振动系统。设外界的强迫力(或扰动力)具有如下形式:

$$F_F = F_a \cos \omega t = F_a e^{i\omega t} \quad (1-1-11)$$

其中,  $\omega$  是周期性外部强迫力的频率,  $F_a$  为其幅值。强迫振动方程为

$$M_m \frac{d^2 \xi}{dt^2} + R_m \frac{d\xi}{dt} + K_m \xi = F_a e^{j\omega t} \quad \text{或} \quad \frac{d^2 \xi}{dt^2} + 2\delta \frac{d\xi}{dt} + \omega_0^2 \xi = H e^{j\omega t} \quad (1-1-12)$$

其中,  $H = \frac{F_a}{M_m}$  为单位质量外力幅值,  $\delta$  和  $\omega_0$  的意义同前。求解方程(1-1-12)得强迫振动系统的质点位移:

$$\begin{aligned} \xi &= \xi_0 e^{-\delta t} \cos(\omega_0' t - \varphi_0) + \xi_F e^{j\omega t} \\ \text{或} \quad \xi &= \xi_0 e^{-\delta t} \cos(\omega_0' t - \varphi_0) + \xi_a \cos(\omega t - \theta) \end{aligned} \quad (1-1-13)$$

其中

$$\xi_F = \frac{-jF_a}{\omega Z_m} = \frac{F_a}{\omega |Z_m|} e^{-j(\theta_0 + \frac{\pi}{2})} \quad (1-1-14)$$

$Z_m = R_m + jX_m$  为系统的力阻抗,  $R_m$  为力阻,  $X_m = \left(\omega M_m - \frac{K_m}{\omega}\right)$  为力抗,  $\omega M_m$  为质量抗,  $\frac{K_m}{\omega}$  为弹性抗。

$$|Z_m| = \sqrt{R_m^2 + \left(\omega M_m - \frac{K_m}{\omega}\right)^2} \quad \text{力阻抗的模(绝对值)} \quad (1-1-15)$$

$$\xi_a = |\xi_F| = \frac{F_a}{\omega |Z_m|}; \quad \theta = \theta_0 + \frac{\pi}{2}; \quad \theta_0 = \arctan \frac{X_m}{R_m} \quad \text{为其幅角}$$

$\xi_0$  和  $\varphi_0$  为由初始条件确定的常数。方程(1-1-13)第一项为瞬态解;第二项为稳态解。由于瞬态解部分很快趋于零,现实问题中主要讨论稳态问题。稳态时,振动位移表达式为

$$\xi = \xi_a \cos(\omega t - \theta) \quad (1-1-16)$$

是一种等幅简谐振动,幅值  $\xi_a$  不随时间变化,系统的振动频率与外力的频率  $\omega$  相同。 $\theta$  的存在表明振动位移  $\xi$  与周期性外力还存在一定相位关系。

稳态时强迫振动的振动速度和加速度分别为

$$v = v_a \cos\left(\omega t - \theta + \frac{\pi}{2}\right) \quad (1-1-17)$$

$$a = a_a \cos(\omega t - \theta + \pi) \quad (1-1-18)$$

其中,  $\xi_a$ ,  $v_a$  和  $a_a$  分别为位移、速度和加速度的幅值。

由式(1-1-15)可以看出振动的位移幅值为

$$\xi_a = \frac{F_a}{\omega |Z_m|} = \frac{F_a}{\omega \sqrt{R_m^2 + \left(\omega M_m - \frac{K_m}{\omega}\right)^2}} \quad (1-1-19)$$

说明振动的位移幅值不仅与外力幅值  $F_a$  和频率  $\omega$  有关,还与系统阻抗参量有关。在一定

条件下,当式(1-1-19)分母中的多项式趋于零时,其振动的位移幅值将出现极大值或趋于无穷大。根据相似的分析,振动速度幅值和振动加速度幅值也可得到类似的关系式和结果,这种现象被称为共振。定义以下参量:

系统的力学品质因数

$$Q = \frac{\omega_0 M_m}{R_m}$$

外力频率与固有频率比值

$$z = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{f}{f_0}$$

静态位移振幅

$$\xi_{s0} = (\xi_s)_{\omega=0} = \frac{F_s}{K_m}$$

则振动位移、振动速度和振动加速度幅值发生共振的条件和结果列于表 1-1-1:

表 1-1-1

	振动位移	振动速度	振动加速度
归一化参量	$A = \frac{\xi_s K_m}{F_s} = \frac{Q_m}{\sqrt{z^2 + (z^2 - 1)^2 Q_m^2}}$	$B = \frac{v_0 \omega M_m}{F_s} = \frac{Q_m z}{\sqrt{z^2 + (z^2 - 1)^2 Q_m^2}}$	$C = \frac{a_s M_m}{F_s} = \frac{Q_m z^2}{\sqrt{z^2 + (z^2 - 1)^2 Q_m^2}}$
共振时的 $z$ 值	$z_r = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q_m^2}}$	$z_r = 1$	$z_r = Q_m \sqrt{\frac{2}{2Q_m^2 - 1}}$
共振频率与固有频率的关系	$f_r = f_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q_m^2}}$	$f_r = f_0$	$f_r = Q_m f_0 \sqrt{\frac{2}{2Q_m^2 - 1}}$
共振时的振幅与静态振幅的比值	$A_r = \frac{\xi_{sr}}{\xi_{s0}} = \frac{2Q_m^2}{\sqrt{4Q_m^2 - 1}}$	$B_r = \frac{\xi_{sr}}{\xi_{s0}} = Q_m$	$C_r = \frac{\xi_{sr}}{\xi_{s0}} = \frac{2Q_m^2}{\sqrt{4Q_m^2 - 1}}$
共振时的振幅-频率响应曲线			

稳态条件下,单位时间内阻力对强迫振动系统所做的功为损耗功率:

$$W_R = F_R v = -R_m \dot{v}^2 = -R_m v_a^2 \cos^2 \left( \omega t - \theta + \frac{\pi}{2} \right) \quad (1-1-20)$$

取一个周期内的平均损耗功率为

$$\bar{W}_R = \frac{1}{T} \int_0^T W_R dt = -\frac{1}{2} R_m v_a^2 = -\frac{1}{2} R_m \omega^2 \xi_a^2 \quad (1-1-21)$$

单位时间内强迫力对振动系统所做的功为

$$W_F = F_F v = F_a v_a \cos \omega t \cos \left( \omega t - \theta + \frac{\pi}{2} \right) \quad (1-1-22)$$

也取一个周期内所做的平均功率:

$$\bar{W}_F = \frac{1}{T} \int_0^T W_F dt = \frac{1}{2} F_a v_a \sin \theta = \frac{1}{2} R_m v_a^2 \quad (1-1-23)$$

$$\bar{W}_F + \bar{W}_R = 0 \quad (1-1-24)$$

该结果说明,强迫振动系统能够维持振动长久进行是因为阻尼力消耗的能量通过强迫力对系统做功而不断得到补充。

### 1.1.4 非简谐周期力的强迫振动

对任意周期力

$$F_F(t) = F_F(t+kT) \quad (k=0,1,2,\dots) \quad (1-1-25)$$

可以根据傅立叶定理将其展开为傅立叶级数

$$F_F(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos n\omega t + B_n \sin n\omega t) \quad (1-1-26)$$

然后按前述强迫振动系统进行处理。

## § 1.2 振动与波的关系

振动是产生波动的根源,振动位移是时间的函数,传播距离为零(原位);而波动是对振动传播过程的描述,描述不同传播时间和传播距离处的质点振动位移、质点振动速度以及由此而引起介质状态变化。

声波(机械波或弹性波)是机械振动的传播形式,因此可以说声波是对机械振动传播过程的描述。由于声波传播离不开介质(媒质)微观粒子之间的相互作用,因此声波只能在介质中传播,其行为与介质的行为和特性密切相关。

物理世界中除了机械波外,还有电磁波、粒子波(德布罗意)等。电磁波是电磁振荡的

传播形式。电、磁均是以场形式存在的物质,场之间存在相互作用,因此,电磁波可以不依赖于其他介质传播;粒子波(德布罗意)是对微观粒子某时刻在空间某位置出现概率的描述,反映微观粒子的运动特性,这两种波的数学描述与声波相似,但其本质还是有差异的。

声波的传播行为与介质的特性有关,除了介质的密度、温度和压力等物理量,还特别依赖介质质点之间结合的紧密程度和惯性状态,如结合力、间距和质量等。客观物质都是由原子、分子等微观粒子组成的,它们的原子(分子)量、结合力,特别是间距相对于声波的波长的比值,是决定把该物质作为连续介质处理还是作为离散介质处理的关键因素。

## 第2章 声波的基本性质

### § 2.1 概 述

#### 2.1.1 声波的物理量

##### 1. 声压 $p$

声压指由声扰动产生的逾量压强,即声波引起的介质瞬时实际压强  $P$  与介质的静态压强  $P_0$  的差值,  $p = \Delta P = P - P_0$ 。介质中的实际压强为

$$P = P_0 + p \quad (2-1-1)$$

声压  $p$  通常是空间和时间的函数,  $p = p(\mathbf{r}, t)$ 。

##### 2. 介质的密度和温度

与声压的概念相似,声扰动或声波同样可以引起介质密度和温度的起伏。

$$\delta = \rho - \rho_0, \tau = T - T_0 \quad (2-1-2)$$

$\delta$  和  $\tau$  同样是空间和时间的函数。不过一般情况下,这种起伏通常较小(详见小振幅声波或线性声学基本假设),可以近似认为:  $\rho \approx \rho_0, T \approx T_0$ ,即忽略密度和温度因声扰动而引起的起伏,近似认为它们为常量。

##### 3. 声波的质点振动位移 $s$ 和振动速度 $v$

声波的质点振动位移和振动速度分别指产生或传播声波的质点(或微元体)在其平衡位置附近的振动位移和振动速度。通常它们用矢量表示或以矢量场的形式表示其分布。

##### 4. 声速 $c$

声速指声波在介质中的传播速度,分为相速度和群速度。关于它们以后再介绍。

##### 5. 声波的频率 $f$ 、角频率 $\omega$ 、波长 $\lambda$ 、周期 $T$ 等

这些都是我们熟悉的物理量,此处不再赘述。描述声波的物理量还有许多,以后还要陆续介绍。

#### 2.1.2 声波的分类

可以从不同的角度对声波进行分类,常用的分类方法主要有:

根据波阵面(或等相位面)的形状或波源的几何特征,可以将声波分为:

(1)球面波(点源);(2)柱面波(直线源);(3)平面波(平面源)。

根据波的振动方向与波传播方向的几何关系,可以将声波分为:

(1)纵波,振动方向与波传播方向平行;(2)横波,振动方向与波传播方向垂直。

根据介质的几何尺寸和形状,还可将其中的声波分为体波和导波,前者指在无限大介质中传播的波,而后者则指在有限尺寸介质中传播的波。另外,根据介质的理想化程度和对其数学描述的近似程度,还把声学划分为:



流体介质因具有不可压缩性,同时其粘滞系数较小,对剪切应力的传递能力有限,因此其中只能传播纵波。固体介质中则既有纵波,又有横波;根据其尺寸大小和几何形状,还能产生表面波、板波和其他特殊的波(即导波)。

本课程主要介绍理想介质的线性声学,对实际介质中的声波和非线性声学也略作介绍。

### 2.1.3 声波的基本假设

在对声学问题进行理论分析和研究时,为了使问题尽可能简化,在不影响精度的前提下,人们常常提出各种不同的假设或近似条件,主要有:

#### 1. 绝热假设

声波传播过程中,介质受到声扰动部分与其毗邻部分是绝热的,即忽略各部分之间由于声扰动引起的温度差而产生的热量交换。

#### 2. 热力学平衡状态假设

没有声扰动时,介质在宏观上是静止的,即初速度为零;介质的温度、压强和密度均处于热力学平衡状态,不随时间变化。

#### 3. 无限大均匀介质假设

除特别声明外,均假设介质是无限大和均匀的。无限大介质并非只反映介质的尺寸大小,而是强调声波不受边界的反射、折射等的影响。对无限大介质中的声波,其传播规律只需满足波动方程,而有限介质中的声传播规律,不仅需满足波动方程,同时还需满足声学边界条件;均匀介质则强调除声扰动的影响外,介质的密度不随位置变化。

#### 4. 理想介质假设

对于理想介质,声波在其中传播时忽略声能量损耗。

#### 5. 小振幅声波假设

在线性声学范围内,介质中传播的是小振幅声波,各声学变量都是一级微量(不包括声能量和动量的描述),具体来讲:①声压  $p$  远小于介质的静态压强  $P_0$ ,即  $p \ll P_0$ ;②声波中的质点振动速度  $v$  远小于声波在介质中的传播速度  $c$ ,即  $v \ll c$ ;③声波中的质点位移  $\xi$  远小于声波的波长  $\lambda$ ,即  $\xi \ll \lambda$ ;④声扰动引起的介质密度增量  $\delta$  远小于其静态密度  $\rho_0$ ,即  $\delta \ll \rho_0$ 。理论上可以严格证明,上述小振幅声波的四个条件是等效的,其中任何一条满足,其余三条自然满足。(详细的讨论请见杜功焕等编写的《声学基础》P197,4.9节的讨论)。

## § 2.2 理想流体介质中的小振幅声波

### 2.2.1 理想流体介质中小振幅声波一维波动方程

在理想介质中建立波动方程需要根据以下三方面基本规律来完成,它们是:

(1) 牛顿运动定律,联系介质微元体质量、受力和加速度三者关系。

(2) 质量守恒定律或连续性法则,即介质中单位时间内进入微元体的质量与流出微元体的质量之差等于该微元体内质量的增减。

(3) 介质的热力学状态函数或方程,联系介质微元体质量、压力和温度三者关系。

#### 1. 运动方程的建立

在一维理想流体介质中截取一个微元体  $Sdx$ ,如图 2-2-1 所示。考虑到流体的粘度很低,两端面除了正压力,不存在切应力。在微元体  $x$  端面因声扰动而受到的压力为

$$F_x = (P_0 + p)S$$

在  $x+dx$  端面受到的压力为

$$F_{x+dx} = - \left( P_0 + p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) S$$

微元体在  $x$  方向受到的合力为

$$F = F_x + F_{x+dx} = - S dx \frac{\partial p}{\partial x}$$

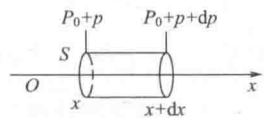


图 2-2-1



根据牛顿运动定律,微元体的运动方程为  $\rho \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x}$ 。由  $\rho = \rho_0 + \delta$  得

$$\rho \frac{dv}{dt} = \rho_0 \frac{dv}{dt} + \delta \frac{dv}{dt}$$

由微分法则得

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v dx}{\partial x dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = \text{本地加速度} + \text{迁移加速度}$$

上述两方程等式右侧第二项对小振幅声波均为二阶微量,可以忽略掉。微元体的运动方程可以简化为

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (2-2-1)$$

## 2. 连续性方程的建立

根据质量守恒定律,单位时间内因声扰动流进和流出微元体的质量差应该等于单位时间内该微元体内质量的增量。在  $x$  端面进入微元体的质量为  $(\rho v)_x S$ ; 在  $x+dx$  端面流出微元体的质量为  $-(\rho v)_{x+dx} S = -\left[(\rho v)_x + \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} dx\right] S$ , 单位时间内微元体内质量的净增量为  $-\frac{\partial(\rho v)}{\partial x} S dx$ , 很显然,它应该等于微元体在单位时间内质量的增加  $\left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right) S dx$ , 即  $-S dx \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = S dx \frac{\partial \rho}{\partial t}$ 。而  $\frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = \frac{\partial \delta}{\partial x} v + \rho_0 \frac{\partial v}{\partial x} + \delta \frac{\partial v}{\partial x}$ ;  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \delta}{\partial t}$  忽略二阶以上微量,微元体的连续性方程为

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial \delta}{\partial t} \quad (2-2-2)$$

## 3. 状态方程的建立

热力学状态方程反映了介质的压强  $P$ 、密度  $\rho$  和温度  $T$  三者的关系,考虑到声传播过程按绝热近似,一定温度下的介质压强  $P$  仅是密度的函数,即有  $P = P(\rho)$ 。令  $dP = \left(\frac{dP}{d\rho}\right)_s d\rho = c^2 d\rho$ , 或  $c^2 = \left(\frac{dP}{d\rho}\right)_s$ , 由于压强  $P$  增大和减小时,密度  $\rho$  也同样增大和减小,因此函数  $c(P, \rho)$  恒大于零。

对于理想气体,其绝热条件下状态方程为  $PV^\gamma = \text{const}$ , 因此  $c^2 = \frac{\gamma P}{\rho}$ 。

对于一般流体,考虑到质量守恒,即  $\rho V = m, \rho dV + V d\rho = 0$ , 从而有

$$c^2 = \left(\frac{dP}{d\rho}\right)_s = \frac{dP}{\left(\frac{d\rho}{\rho}\right)_s} = \frac{dP}{\left(-\frac{dV}{V}\right)_s} \rho = \frac{K_s}{\rho} \quad (2-2-3)$$