

江西理工大学优秀博士论文文库

# 破碎统计力学原理及转移概率 在装补球制度中的应用与实践

吴彩斌 著



冶金工业出版社

[www.cnmip.com.cn](http://www.cnmip.com.cn)

江西理工大学优秀博士论文文库

# 破碎统计力学原理及转移概率 在装补球制度中的应用与实践

吴彩斌 著

北 京

冶金工业出版社

## 内 容 提 要

本书包括 9 章，主要介绍了球磨作业在矿物加工过程中的地位和作用，国内外球磨作业的装补球制度研究现状，球荷特性与磨矿产品质量的关系研究，破碎统计力学原理，破碎统计力学原理在确定球荷特性时的应用研究，球荷的转移概率研究，破碎统计力学原理及转移概率在金平镍矿中的应用研究，研究结论及有待继续研究的问题，破碎统计力学原理及转移概率在梅山铁矿中的应用研究。

本书可供从事矿物加工的工程技术人员、科研人员和管理人员阅读，也可作为高等院校矿物加工工程专业研究生课程教材。

## 图书在版编目(CIP)数据

破碎统计力学原理及转移概率在装补球制度中的应用与实践  
/吴彩斌著. —北京：冶金工业出版社，2017. 12

(江西理工大学优秀博士论文文库)

ISBN 978-7-5024-7700-4

I. ①破… II. ①吴… III. ①磨矿—球磨 IV. ①TD921

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 317008 号

出 版 人 谭学余

地 址 北京市东城区嵩祝院北巷 39 号 邮编 100009 电话 (010)64027926

网 址 [www.cnmip.com.cn](http://www.cnmip.com.cn) 电子信箱 [yjgycbs@cnmip.com.cn](mailto:yjgycbs@cnmip.com.cn)

责任编辑 杨盈园 美术编辑 杨帆 版式设计 孙跃红

责任校对 李娜 责任印制 牛晓波

ISBN 978-7-5024-7700-4

冶金工业出版社出版发行；各地新华书店经销；三河市双峰印刷装订有限公司印刷  
2017 年 12 月第 1 版，2017 年 12 月第 1 次印刷

169mm×239mm；8.25 印张；161 千字；121 页

**54.00 元**

冶金工业出版社 投稿电话 (010)64027932 投稿信箱 [tougao@cnmip.com.cn](mailto:tougao@cnmip.com.cn)

冶金工业出版社营销中心 电话 (010)64044283 传真 (010)64027893

冶金书店 地址 北京市东四西大街 46 号(100010) 电话 (010)65289081(兼传真)

冶金工业出版社天猫旗舰店 [yjgycbs.tmall.com](http://yjgycbs.tmall.com)

(本书如有印装质量问题，本社营销中心负责退换)

## 前　　言

矿业是支撑国民经济运行的十分重要的基础产业。矿产资源是人类生产和生活资料的基本源泉，是国民经济和社会发展的重要物质基础，是人类社会发展的动力。矿产资源的开发与利用及其配置方式往往决定了经济、社会发展的物质基础并影响到世界政治、经济的基本格局。

我国已建立起世界上非常完备的矿产资源开发体系，但由于我国矿产资源分布的特点，贫富矿差异较大，部分用量大的支柱性矿产贫矿多、富矿少，尤其是关系到国计民生的用量大的支柱性重要矿产，如铁、锰、铝、铜、铅、锌、硫、磷等矿产，或贫矿多或难选矿多或共生、伴生矿关系复杂，嵌布粒度极细，特别是我国正在推动矿业可持续发展战略，实行综合开发、综合利用的方针，以及来自环保方面的压力，导致开发成本较高或根本难以开发。要开发利用，必须采用先进的技术和先进的工艺。

正是由于我国矿产资源越来越趋向贫、细、杂，目前的矿产综合利用无不与磨矿息息相关。要想将有用矿物从脉石矿物中解离出来，要想将两种或两种以上的相互嵌布的有用矿物彼此分离，都必须通过磨矿将其磨至合适的粒度才能实现。因此，磨矿粒度的确定是非常重要的问题。一方面，有些指标如生产率和能耗费用取决于粒度的正确选择；另一方面，有用成分是否能有效回收也取决于粒度的正确选择。过磨会导致泥化，引起金属损失，使

脱水作业指标恶化，产量下降和成本增加。磨矿不够则会使有用成分解离不充分，造成有用成分损失。

如何使有用矿物能从脉石矿物中充分解离出来并且在尽可能粗的粒度下解离，换句话说，如何获取最佳解离效率，国内外的选矿工作者都做了很多的努力。在国内，段希祥教授从我国国情出发，用破碎力学原理推导出计算磨机球径的半理论公式〔见式(2-13)〕。其基本思想是精确破碎力使矿物沿晶粒边界诱发粒间裂隙而不是晶粒内部的破裂，而后者往往是导致过粉碎的原因。在国外，矿物解离研究也没有取得令人鼓舞的进展。而近年来采用电能、超声波能、高压脉冲来产生等离子体及利用微波辐射等在磨矿前对破碎矿石进行热处理的研究，显示了对改善矿物的解离大有益处，但这仅限于实验室研究，离工业应用仍很遥远。

然而，获取最佳解离效率并不是磨矿的终极目的。众所周知，磨矿的基建投资、维修费用以及磨矿所耗费的钢耗、能耗等所构成的磨矿成本占选厂成本的 50%~75%。因此，全面改善磨矿效果、获得好的磨矿产品质量，才是选矿厂最感兴趣的事。而通过什么样的工艺或方法来全面改善磨矿效果，是许多矿物工作者一直孜孜以求的目标。由于影响磨矿效果的因素错综复杂，以至于长期以来许多矿物工作者从不同的因素入手，取得许多好的磨矿效果。其中最值得关注的是从磨矿介质这个影响因素入手来全面改善磨矿效果。这是因为绝大多数磨矿作业都是通过磨矿介质来实现的。磨矿介质使用适当与否常常影响到磨矿产品质量好坏。在我国，人们早就注意到钨、锡、锑、钼等脆性有价金属矿物的磨碎常用棒磨机而不用球磨机，目的就是避免过粉碎产生。但在

金属矿山的磨矿作业中，绝大多数磨矿介质仍以球磨为主。

然而，磨矿介质又受诸如介质尺寸大小与形状、磨机装载量、介质配比、合理补加钢球制度和磨机转速等影响因素的制约。任何一个环节的细小变化都会影响磨矿效果。如介质尺寸过大则会导致钢球的破碎力大，容易造成贯穿破碎效果，是产生过粉碎的最大“祸首”；如使用截头圆锥作为细磨介质，发现其细磨效果比用钢球作为磨矿介质要好得多，产品质量明显改善；使用不同钢球级配的装球制度，其磨矿效果比只装一种钢球也好得多；一天补一次或多次少量钢球比一星期或一个月补加一次钢球，其磨矿效果要好；在一定范围内，磨机的台时处理能力随充填率的增加、磨机转速的增加而增加。在生产实践中，人们根据不同的磨矿目的，相应地采用不同的装、补球制度，如磨矿的主要目的是为了磨碎粗粒，因粗粒对后续作业影响太大，通常人为地采用加大尺寸钢球的比例，以提高磨碎粗级别的效率，此种装球制度称为过大球制度；如果磨矿的主要目的是尽量保护有用矿物少受磨损并使其保持在较粗的粒度，而脉石则尽量磨细，使有用矿物与脉石矿物分离。如金刚石、宝玉石及铝矿石的磨矿等，通常人为地采用过小尺寸的钢球，降低钢球携带的能量，即减少其破碎力，可减少对有用矿物磨碎的危害，而能有效地磨碎脉石，此种装球制度称为过小球制度；如果磨矿的主要目的是以解离有用矿物为主，即实现有用矿物与脉石矿物的充分解离，同时又要减少产品中过粗（磨不细）及过细（过粉碎）级别的产率，这就要求在磨矿过程中必须加强矿物解离的选择性。而要提高矿物解离的选择性，就必须使矿石所受的破碎力精确，进一步要求就是钢球

尺寸的精确。此种装球制度称为精确化装、补球制度。

不管采用何种装球制度，都是服务于不同的磨矿目的。在工程实践上，当选定磨机类型和选择一定形状的磨矿介质时，如何优化磨矿介质使磨矿效果最佳是本书主要研究的问题。本书的研究技术路线是：在不改变现有磨机类型和磨矿介质形状的条件下，通过试验求出磨机给料中各级别对应的最佳钢球尺寸（精确破碎力），并根据磨机给料组成进行精确化装球。在此基础上，根据破碎统计力学原理找出最佳的磨矿产品质量，此对应的最佳球荷就是作为初装球的依据。再利用球荷的转移概率寻求钢球的磨损规律，以此作为补加钢球的依据，从而使磨机内球荷始终处于最佳球荷范围内磨矿。

理论是为实践服务的。作者并没有囿于纯理论研究，而是将理论研究成果应用于生产实践中去。在金平镍矿实际应用该理论和方法，实践表明，确实起到了提高磨机台时处理能力、提高磨机排矿产品细度、提高磨矿效率和提高磨矿产品单体解离度、降低球耗、减少衬板磨损、降低电耗和工作噪声，全面改善磨矿质量的作用，在经济和社会效益方面，均取得了令人满意的效果。

作 者

2017年9月

# 目 录

<b>1 球磨作业在矿物加工过程中的地位和作用 .....</b>	<b>1</b>
1.1 球磨作业在矿物加工过程中的地位 .....	1
1.2 球磨作业在矿物加工过程中的作用 .....	1
1.3 球磨作业在矿物加工过程中的作用 .....	2
1.4 钢球在磨矿过程中的作用 .....	3
<b>2 国内外球磨作业的装补球制度研究现状 .....</b>	<b>5</b>
2.1 钢球尺寸的选择综述 .....	5
2.1.1 影响钢球尺寸的因素 .....	5
2.1.2 确定钢球尺寸的方法 .....	6
2.2 国外球磨作业的装补球制度的研究现状 .....	9
2.2.1 磨机大型化研究 .....	11
2.2.2 补加球的合理化研究 .....	11
2.2.3 介质运动规律及矿物解离度研究 .....	12
2.3 国内球磨作业的装补球制度的研究现状 .....	12
2.4 研究的目的及其主要内容 .....	14
2.4.1 研究的目的 .....	14
2.4.2 研究的主要内容 .....	15
2.5 本章小结 .....	16
<b>3 球荷特性与磨矿产品质量的关系研究 .....</b>	<b>17</b>
3.1 装补球制度对磨矿产品质量的影响 .....	17
3.2 不同尺寸钢球制度下的磨矿产品粒度特性试验研究 .....	19
3.2.1 试验方法 .....	19
3.2.2 试验结果 .....	19
3.3 不同装球制度下磨矿产品粒度组成特性试验研究 .....	23
3.3.1 试验方法 .....	23
3.3.2 试验结果 .....	25
3.4 实际矿石的试验结果 .....	26

3.4.1 试验方法 .....	27
3.4.2 试验结果 .....	27
3.4.3 试验研究结论 .....	31
3.5 本章小结 .....	31
<b>4 破碎统计力学原理 .....</b>	<b>32</b>
4.1 破碎过程的统计现象 .....	32
4.2 破碎统计力学的研究方法 .....	34
4.2.1 统计物理的研究方法 .....	35
4.2.2 破碎统计力学的研究方法 .....	36
4.3 破碎统计力学原理 .....	36
4.3.1 单一球径组破碎的统计力学 .....	36
4.3.2 混合球径组破碎的统计力学 .....	37
4.4 本章小结 .....	39
<b>5 破碎统计力学原理在确定球荷特性时的应用研究 .....</b>	<b>40</b>
5.1 磨矿作业的类型与对球荷特性的要求 .....	40
5.2 球径与破碎行为的关系研究 .....	41
5.2.1 矿物的变形 .....	41
5.2.2 矿物的破坏类型 .....	41
5.2.3 磨机中钢球的破碎行为研究 .....	42
5.3 球径与破碎概率的关系研究 .....	43
5.3.1 单一球径组与破碎概率的关系研究 .....	43
5.3.2 混合球径组与破碎概率的关系研究 .....	47
5.4 破碎统计力学原理在确定球荷特性中应用的判据 .....	49
5.4.1 破碎事件量的大小是衡量破碎效率高低的主要判据 .....	49
5.4.2 破碎事件量最高的球荷特性是球磨机的最佳球荷特性 .....	49
5.4.3 有效磨碎的多少是确定最佳球荷特性的重要判据 .....	50
5.4.4 破碎事件量最高是初装球及补球计算的依据 .....	50
5.5 本章小结 .....	50
<b>6 球荷的转移概率研究 .....</b>	<b>52</b>
6.1 钢球的磨损现状 .....	52
6.1.1 塑变磨损 .....	53
6.1.2 切削磨损 .....	53

6.1.3 疲劳磨损 .....	53
6.1.4 腐蚀磨损 .....	53
6.2 影响钢球磨损的因素 .....	54
6.2.1 磨机的影响 .....	54
6.2.2 矿浆的影响 .....	55
6.2.3 磨料的影响 .....	56
6.2.4 磨球材料的影响 .....	57
6.2.5 其他影响因素 .....	58
6.3 磨球的磨损规律 .....	59
6.3.1 戴维斯磨损数学模型 .....	60
6.3.2 梅尔谢利 (Мертсель) 表面积磨损数学模型 .....	60
6.3.3 邦德钢球磨损数学模型 .....	60
6.3.4 Menacho 和 Concha 钢球磨损数学模型 .....	61
6.3.5 钢球磨损规律的指数数学模型 .....	62
6.3.6 磨矿介质总体磨损规律数学模型 .....	62
6.4 球荷的转移概率研究 .....	65
6.4.1 马尔可夫链与转移概率 .....	65
6.4.2 钢球磨损的转移概率研究 .....	66
6.4.3 利用钢球的转移概率计算补球参数 .....	68
6.5 本章小结 .....	69
<b>7 破碎统计力学原理及转移概率在金平镍矿中的应用研究 .....</b>	<b>70</b>
7.1 金平镍矿简介 .....	70
7.2 实验室试验研究 .....	70
7.2.1 研究方法 .....	70
7.2.2 研究结果 .....	71
7.2.3 3 种装球制度下磨矿产品的单体解离度研究 .....	71
7.2.4 3 种装球制度下对浮选指标的影响研究 .....	72
7.3 工业磨机初装球制度研究 .....	73
7.3.1 选厂磨矿循环各产品粒度组成特性研究 .....	73
7.3.2 选厂磨矿作业装球制度现状 .....	75
7.3.3 待磨物料粒度组成特性研究 .....	76
7.3.4 磨机初装球制度的确定研究 .....	76
7.4 初装球制度下的磨矿效果 .....	80
7.4.1 新装球制度对磨矿产品解离度的影响 .....	80
7.4.2 新装球制度对磨矿产品细度的影响 .....	81

7.4.3 新装球制度对磨机生产能力和磨矿及分级效率的影响 .....	82
7.4.4 新装球制度对选别指标的影响 .....	83
7.5 球荷的转移概率研究 .....	84
7.5.1 选厂补球制度的现状 .....	84
7.5.2 球荷的转移概率和补球参数计算 .....	84
7.6 补球制度下的磨损效果 .....	85
7.7 本章小结 .....	86
<b>8 研究结论及有待继续研究的问题 .....</b>	<b>87</b>
8.1 研究结论 .....	87
8.2 有待继续研究的问题 .....	88
<b>9 破碎统计力学原理及转移概率在梅山铁矿中的应用研究 .....</b>	<b>89</b>
9.1 梅山铁矿矿石性质 .....	89
9.1.1 矿石物理性质 .....	89
9.1.2 矿石化学性质 .....	89
9.2 梅山铁矿磨矿-分级工艺现状 .....	90
9.2.1 现有磨矿工艺流程 .....	90
9.2.2 磨矿工艺流程考察及其存在的问题 .....	91
9.3 球径半理论公式的计算 .....	94
9.3.1 矿石力学性质测定 .....	95
9.3.2 磨机钢球球径计算 .....	99
9.4 破碎统计力学原理及转移概率的应用 .....	102
9.4.1 利用破碎统计力学原理确定装补球大小 .....	102
9.4.2 利用转移概率确定装补球大小 .....	105
9.5 磨矿工艺过程优化工业实践 .....	107
9.5.1 一段球磨工艺优化工业试验方案 .....	107
9.5.2 二段球磨工艺优化工业试验方案 .....	107
9.5.3 工业试验结果与分析 .....	108
9.6 工业试验结论 .....	114
<b>参考文献 .....</b>	<b>116</b>
<b>后记 .....</b>	<b>118</b>

# 1 球磨作业在矿物加工过程中的地位和作用

## 1.1 球磨作业在矿物加工过程中的地位

球磨作业广泛应用于冶金、化工、建材、陶瓷、医药等领域，特别是在矿物加工工程中的应用更是占有重要地位。这是因为自然界矿石中的矿物，除少数有用矿物已单体解离的砂矿和部分高品位富矿可以直接利用外，大多数矿石中的有用矿物和脉石矿物常常紧密连生在一起，须进一步通过加工处理后才能加以利用。而将有用矿物和脉石矿物充分解离并达到适合选别的粒度，通常又是靠球磨作业来完成的。

磨矿作业的动力消耗和金属消耗很大。通常，电耗为 $6\sim30\text{kW}\cdot\text{h/t}$ ，约占选厂电耗的30%~75%，有些厂高达85%。磨矿介质和衬板消耗达 $0.4\sim3.0\text{kg/t}$ 。磨矿作业的基建投资、维修费用也很高。因此，磨矿作业设计和操作的好坏，不仅影响整个选厂的技术指标，而且直接影响选矿厂的经济效益。所以，通过改进磨矿工艺（如减少入磨粒度、调节磨机转速、合理装补球、使用耐磨介质和衬板、提高磨机的选择性磨碎等）来提高球磨作业的效率及改善产品特性，对降低选矿成本和提高选别指标具有重大现实意义。

作为物料准备的最后一道工序，磨矿作业的好坏将直接影响到后续选别作业选矿指标的好坏和选厂的经济效益，其作用不可低估。

## 1.2 球磨作业在矿物加工过程中的作用

球磨作业在矿物加工过程中是必不可少的一个关键作业。关于入选前磨矿的作用，世界著名学者A·F·塔加尔特早就指出：“磨矿的功用和目的依其所磨原料不同而异。在选矿厂主要的任务是将矿物原料粉碎，以使有用矿物大部分得以从脉石中解离出来，并在许多情况下使两种矿物分离开来；其次一个任务是将单体的有用矿物依其粒度的必要缩小程度，将粒度减小，以使它们在下一个选矿过程中得以有不同的性态表现”。由此可以看出，磨矿的首要任务是解离有用矿物，其次是为选别提供合适的粒度。换句话说，在矿物加工领域中的球磨作业，绝大部分都是解离性磨矿。因此，人们通常用解离度的大小来衡量球磨作业的好坏。国内外许多学者对此还提出了矿物解离数学模型，都试图从数学上来定性描述和评价磨矿的解离状况，从而来优化磨机作业。第一次给出解离模型的是A·M·高

丁 (Gaudin) 模型, 该模型考虑了由两种矿物组成的物料的破碎过程, 但对于矿物的嵌镶关系过分简化, 仅把物料看作等体积的立方体; R. L. Wiegel 于 1964 年改进了 Gaudin 模型, 使它应用于随机分布的矿物颗粒; R. P. King 于 1979 年提出了著名的金 (King) 氏模型, 表达式为

$$L_m(D) = \frac{1 - D}{(2\mu_m + D) \left[ 1 - \exp\left(\frac{2\mu_m + D}{\mu_m}\right) \right]} \quad (1-1)$$

式中,  $L_m(D)$  为在级别  $D$  中矿物  $m$  的解离度;  $D$  为筛析间隔  $\mu_m$  的算术平均值;  $\mu_m$  为未粉碎矿石中矿物  $m$  的交叉长度  $\mu_m$  的平均值。

此表达式可以根据一个参数 (矿物的平均交叉长度) 来预测某矿物的部分解离度。洛伦岑 (Lorenzen) 和图米尔蒂 (Tumity) 于 1992 年在金氏模型的基础上, 利用诊断性浸出设计来预测贵金属金的解离状况; 彼得鲁克 (Petruk) 模型则是一种经验模型, 用于预测矿石的最小磨矿深度和最佳磨矿粒度, 并能估计总的表观解离度, 通过使磨矿粒度调节在某一深度便有可能使矿物达到这样的解离度; 朴在九 (日) 则提出在原料特性中以粒径为主要因素的粉碎——单体解离模型。该模型指出, 部分单体解离度, 随着粉碎产物粒度的减小而增加, 但增加的比例在平均粒径 (由矿物粒径分布方程式求得) 的附近增加最大。我国的贾培祥从应用概率论出发, 推导出分布函数——解离金属分布模型 ( $R = R_0 e^{-bx^k}$ ), 较准确地描述了目的矿物的解离分布情况。

由于球磨作业的能耗较高, 材料消耗也高, 应尽量避免不必要的磨碎, 特别要避免发生严重的过粉碎。过粉碎的危害是: 造成有价矿物的损失多, 精矿品位和回收率都差, 机器的磨损增大, 设备的处理能力降低, 破碎矿石的无益功率消耗增多, 还浪费浮选药剂。因此, 过粉碎的产生是无利多弊的, 在磨矿作业中应该尽量减少。目前已有不少人指出, 应该针对不同的矿石性质, 采用不同的磨矿工艺, 并认为现代矿石准备流程的主要发展趋势应在磨矿过程中增加矿物解离的选择性, 以争取在最小能耗下获得最大的矿物选择性解离。

所以, 在球磨作业中, 提高矿物解离的选择性使单体解离度高, 减轻过粉碎粒级含量, 使产品粒度均匀, 保证入选产品有高的解离度和低的过粉碎, 从而提高选别作业的技术指标。这就是磨矿作业的基本要求。

### 1.3 球磨作业在矿物加工过程中的作用

自然界的绝大部分矿石中的有用矿物和脉石矿物紧密共生, 不能直接利用, 必须经过矿物加工工程富集到一定程度才能加以利用。磨矿作业肩负着有用矿物和脉石矿物的充分解离任务, 在未来很长一段时间里仍将存在并发挥着至关重要的作用。

因此，如何充分发挥磨矿作业的作用，在最小的能耗下获得最佳矿物解离和入选前的均匀粒度及轻的过粉碎，是许多矿物加工工作者一直在努力的方向。这对解决选厂的实际问题，降耗增效，其科研意义及经济意义是十分明显的。

## 1.4 钢球在磨矿过程中的作用

前面已经指出，球磨作业是为后续作业提供适合的粒度。无需论证，一台静置的磨机是完不成磨矿作用的，只有运动的磨机才能产生磨矿作用，因为运动的磨机中装有运动的介质，运动着的磨机借助于运动的磨矿介质如钢棒、钢球或砾石，甚至是矿石本身（即自磨机）来完成磨矿作用。自磨曾在 20 世纪 50~60 年代流行一时，后在实际运用时发现有其局限性，而且与球磨相比，其经济效益赶不上后者，除非采用直径 8m 以上的大型自磨机才能使自磨有优势。现在选厂广泛使用的磨机仍然是棒磨机和球磨机。前者常用于一段磨，后者既用于粗磨，也用于细磨，是目前应用最广泛的磨机。

在球磨作业过程中，钢球既是磨矿作用的实施体，又是能量的传递体。它决定着矿石的破碎行为能否发生及怎样发生，也影响着磨机生产能力的大小，磨矿产品质量（包括磨矿产品的粒度特性、单体解离特性等）的好坏及磨矿过程中钢耗和能耗的高低等。

首先，钢球在磨矿过程中起着能量媒介作用，决定破碎行为的发生。磨矿是一个粒度减小和比表面积增大的过程。根据热力学原理，表面积增大是内能增大的过程，是不能自发发生的，要靠外界对矿石做功才能实现。也就是说，磨矿过程是一个功能相互转换过程，即磨机对矿石做功，使矿石内能增加发生变形，而变形达到极限则发生碎裂现象。矿石破碎时，矿石所接受的一部分能量转化为矿粒的新生表面能，绝大部分能量则以热、声等能量形式损失在介质空间。而磨机要对矿石做功及使矿石获得能量正是通过能量媒介体——破碎介质来实现的，因此破碎介质（即钢球）起着能量传递的作用。若钢球传递的能量不足，矿石只能发生变形，破碎力消失后矿石恢复原状，破碎行为不能发生。因此，钢球决定着破碎行为的发生。

其次，钢球作为破碎行为的实施体，决定着磨矿产品的质量。矿石是由多种矿物组成的集合体，矿物晶体及晶体之间的结合力的不同，决定了矿石性质的不均匀性。据美国国家矿业局的测定，晶面上的结合力只有晶体内结合力的 75%，而不同矿物晶体界面上的结合力又比同种矿物晶体晶面上的结合力更弱。因此，矿石性质的不均匀性，也决定着矿石受到外力时碎裂方式的不同。从现代破碎力学的观点看，矿石的破碎是由于自身的能量密度达到一定极限时出现的，而且矿石的破碎方式也与破碎能量的大小有关，即钢球对矿石的破碎力并不是越大越好，而应该在精确的破碎力作用下使碎裂沿着各矿物之间的晶体界面解离，以实

现磨矿的主要目的。钢球尺寸过大，破碎力则大，矿粒沿能量最大的方向发生破裂，而不是沿矿物之间的晶界面发生，破碎行为毫无选择性。同时，过大的破碎力也易使矿物产生过度粉碎，造成选矿回收率降低。这种破碎方式显然不是选矿中的磨矿所要求的；钢球尺寸过小，破碎力不足，则不能使破碎行为发生，已作用的破碎能量将在矿石的弹性恢复中消失，只有在打击力的多次作用下，矿石达到疲劳极限时，才可能产生破碎行为。这种破碎方式必然导致磨矿效果差及能量消耗大；只有在破碎力适中的情况下，破碎行为沿结合力最弱的矿物晶界面之间发生，实现矿物之间的有效分离，这种磨矿产品正是选矿所需要的，而适中的破碎力正是由钢球尺寸的精确性来决定的。总之，钢球影响着磨矿产品的质量。

另外，钢球还影响着磨矿生产能力及钢耗、能耗的高低。对固定装球量而言，球径大则个数少，每次磨矿循环时对矿粒的打击次数少，球荷总的研磨面积亦减少，矿粒受到的打击及磨剥的机会减少，磨矿产品中磨不细的级别产率必然增大，磨机的生产能力下降，同时，球径大则破碎力相应增大，产品中过粉碎级别多，磨矿效果恶化；球径过小，虽然每次循环对矿粒的打击次数增加，但由于钢球能量小，打击力不足，仍不能有效破碎矿粒，而磨不细级别也会增多。而由于球径小所引起的研磨面积的大幅度增加，必然导致过粉碎级别增多及磨矿效果的恶化。选厂试验结果证明，磨机球径靠近磨矿所需最佳球径时，对磨矿影响不大，但磨矿介质尺寸一旦偏离某个范围，磨矿效果则急剧恶化。所以球径过大或过小，都会导致磨矿产品中过粗及过细级别的增加，产品粒度不均匀，磨机的生产能力低，对选别作业不利。因此，只有当钢球尺寸恰当时，才能最有效地破碎矿粒，取得好的磨矿效果。

钢球尺寸过大或过小，除了对磨矿技术效果不利外，还有其他缺点。钢球尺寸过大，破碎力大，容易引起钢球非正常损耗的上升。对攀钢集团密地选矿厂的磨机清球结果表明：采用最大球径  $\phi 125\text{mm}$  的磨机碎球率明显高于最大球径  $\phi 100\text{mm}$  的磨机碎球率。塔加尔特主编的《选矿手册》早就指出，大钢球的磨损量大，小钢球的磨损量小。这与戴维斯的钢球磨损理论是一致的。长沙矿冶院在齐大山及昆明理工大学在云锡期北山所做的小钢球工业试验，均证明小钢球的单耗要比大钢球降低 20% 以上。加拿大的魁北克卡捷（Cortier）矿山公司采用的降低钢球尺寸的试验也表明，用较小尺寸钢球所获得磨矿效率提高了 9%。加拿大的另一家布伦斯维克（Brunswick）矿业部在马西（Marcy）半工业厂球磨进行的试验也表明：在浮选给料 75%-38 $\mu\text{m}$  (400 目) 的情况下，证明了 25mm 介质球比 29mm 介质球提供了更高的磨矿效率。生产实践还证明，磨矿中的能耗往往和钢耗成正比，钢耗高时，能耗也高，一般耗球为  $0.035\sim 0.175\text{kg}/(\text{kW} \cdot \text{h})$ ，大球径钢球的单位能耗高于小球径钢球的单位能耗。

## 2 国内外球磨作业的装补球制度 研究现状

### 2.1 钢球尺寸的选择综述

#### 2.1.1 影响钢球尺寸的因素

球磨作业是靠钢球磨矿作用来完成的，即靠钢球对矿粒的冲击和磨剥来完成对矿粒的破碎作用。在第1章已详细介绍钢球在磨矿过程中的作用，指出钢球作为能量的媒介体肩负着将外界输入的能量转变为矿粒的破碎功而对矿粒实施破碎；还指出，钢球尺寸的大小决定着钢球携带能量的多少，即破碎力的大小，最终决定着破碎行为能否发生以及怎样发生的问题，也就是决定着磨矿产品的质量问题；同时，钢球尺寸的大小还影响着磨矿钢耗和能耗的高低。因此，钢球尺寸是一个牵动磨矿全盘的关键因素，研究这个因素对改善磨矿过程至关重要。

影响钢球尺寸的因素很多，达十几种。从影响破碎过程的因素来看，可将影响钢球尺寸的因素分为两大类：一类是破碎对象的因素；另一类是破碎动力的因素。

破碎对象的因素包括岩矿的机械强度  $\sigma_{\text{压}}$ （常用矿石普氏硬度系数  $f$  来表征）和矿块或矿粒的几何尺寸（即磨机给矿粒度  $d_{\text{给}}$ ）。矿块或矿粒的机械强度越大，破碎时需要的破碎力也越大，自然需要大的钢球尺寸。当  $d_{\text{给}}$  相同时，机械强度大的矿块需要的钢球尺寸比机械强度小的需要的钢球尺寸大。当岩矿的机械强度一定时，较大的矿块需要较大的钢球尺寸。但应注意，矿块或矿粒的机械强度随其几何尺寸的减少而增大。故确定矿块或矿粒抗破碎性能时，应同时考虑机械强度  $\sigma_{\text{压}}$  或  $f$ ，以及矿块或矿粒的几何尺寸  $d_{\text{给}}$  等因素。

影响破碎力的因素很多，如钢球充填率  $\varphi$ 、钢球的密度  $\rho$ 、钢球的有效密度  $\rho_e$ 、磨机直径  $D$ 、磨机转速率  $\psi$ 、磨矿浓度  $R$ 、磨机的衬板形状和结构等。

磨机转速率  $\psi$  和钢球充填率  $\varphi$  两者组合而决定磨机钢球的运动状态和能态。磨机衬板除保护筒体的功能外，也影响筒壁对球荷的摩擦系数，进而影响钢球的运动状态。球的密度影响球的质量  $m$ ，也就影响球携带的能量的大小，即影响球的打击力的大小。尺寸相同时，密度大的球打击力大，生产率高，而密度小的球打击力小，生产率低。磨机生产率随钢球密度增大而几乎呈直线增加。过去曾做过碳化钨球的研制和试验，该种球的密度高达  $13.1 \text{ g/cm}^3$ ，为锻钢球的 1.68 倍，

而磨机生产率比用锻钢球高 90%。但应注意到，绝大部分球磨作业均是湿式磨矿，球是落入矿浆内，矿浆对球有阻力，或者说球在矿浆中受到矿浆的浮力作用，真正起作用的应该是球的有效密度  $\rho_e$ ，即扣除矿浆密度后的密度。

磨机的内径  $D$  主要影响钢球上升的绝对高度，进而影响钢球的位能和打击力的大小。大规格磨机中钢球上升的高度大，则球的位能大，落下或滚下时的打击力也大，甚至大磨机中小的钢球位能可以弥补球径的不足。而小规格磨机则相反，在破碎相同尺寸的矿粒时需要较大尺寸的钢球。国外的磨机规格一般比国内的大，转速率也低，采用的钢球尺寸也比国内的小，这一现象无不与磨机直径有关。

矿浆浓度  $R$  对磨矿的影响是复杂的。一般来说，矿浆浓度大时对钢球的缓冲作用大，削弱钢球的打击力，对磨矿不利；但是，浓度大时矿粒易黏附在钢球和衬板表面，对矿粒的破碎又是有利的。同样，矿浆浓度小时对钢球的缓冲作用小，但又不利于矿粒对钢球和衬板表面的黏附。因此，矿浆浓度应根据矿石性质而定，适宜的矿浆浓度须通过试验确定。

### 2.1.2 确定钢球尺寸的方法

由于影响磨矿的因素至少在 10 个以上，因此，确定钢球尺寸大小的方法，可视磨矿影响因素分为以下四类。

#### 2.1.2.1 只考虑一个影响因素的公式

早先，选矿工作者认为钢球直径主要和磨机给矿的粒度大小有关，块度大时需要大尺寸钢球，块度小时只需小尺寸钢球，从而认为钢球直径与给矿块度成正比，即

$$D_b = kd_f \quad (\text{mm}) \quad (2-1)$$

式中  $D_b$ ——所需球径，mm；

$d_f$ ——磨机给矿粒度，mm，若不指明，均为 95% 过筛粒度。

但对 50 多台磨机的统计资料表明，这个比例系数的范围为 2.5~130，这么大的比例范围，计算出的结果误差太大，工程上根本无法接受，没有应用价值。

#### 2.1.2.2 考虑两个因素的公式

此类公式比上一类公式有所进步，除考虑磨机给矿粒度外，又把其他未考虑的某些因素综合为一个因素，用指数  $n$  来反映其影响，即

$$D_b = kd_f^n \quad (\text{mm}) \quad (2-2)$$

此类公式较多，常用的有如下几种：

(1) K·A·拉苏莫夫公式。1948 年，K·A·拉苏莫夫提出了球径与给矿粒