

# 大学物理实验

DAXUE WULI SHIYAN



金君 主编

# 大学物理实验

主 编 金 君

武汉理工大学出版社

· 武汉 ·

## 内容简介

本书是根据教育部高等院校物理基础课程教学指导分委员会制定的“大学物理实验课程教学基本要求”编写的。本着物理实验教学应该反映时代发展趋势的宗旨,并结合武汉华夏理工学院大学物理实验室的实际情况,使实验教学体系更加切合实际,教材内容与现有设备配合更加密切,物理实验教学更富有成效,本书按测量误差和数据处理,常用的基本仪器,基础实验,综合与应用性实验,创新设计性实验,虚拟仿真实验等章节编写。本书在编排上将传统实验与现代传感技术、应用电子技术、计算机应用技术有机结合起来,充分体现现代科学技术带有多种学科交叉和互相渗透的特点。本书为高等院校工科大学物理实验教材,也可作为相关技术人员的教学参考书。

## 图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验 / 金君主编. — 武汉 : 武汉理工大学出版社, 2017. 2

ISBN 978-7-5629-5477-4

I. ①大… II. ①金… III. ①物理学-实验-高等学校-教材 IV. ①O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 033808 号

项目负责人:陈硕 徐扬

责任校对:彭佳佳

出版发行:武汉理工大学出版社

网 址:<http://www.wutp.com.cn>

地 址:武汉市洪山区珞狮路 122 号

邮 编:430070

印 刷:湖北恒泰印务有限公司

经 销:各地新华书店

开 本:880×1230 1/16

印 张:27

字 数:894 千字

版 次:2017 年 2 月第 1 版

印 次:2017 年 2 月第 1 次印刷

印 数:1—2000 册

定 价:40.00 元

责任编辑:陈 硕

封面设计:付 群

(本书如有印装质量问题,请向承印厂调换)

本社购书热线电话:027-87515778 87515848 87785758 87165708(传真)

· 版权所有 盗版必究 ·

# 前 言

近十多年来,随着科学技术的迅猛发展和实验教学改革的不断深入,普通物理实验课的教学从实验内容到实验技术都在不断更新变化。本书根据教育部高等物理基础课程教学指导分委员会制定的《非物理类理工科大学物理实验课程教学基本要求(正式报告稿)》,结合武汉华夏理工学院自创办以来物理实验课程建设和教学改革以及实验室仪器设备的情况编写而成。

物理实验室经过十几年的发展,形成实物操作和虚拟仿真相结合的教学模式。在这些年实践教学的基础上,经过反复实践、积累经验、不断改进实验内容。本书有如下特点:

1. 根据学生的认知能力,建立了基础实验、综合应用实验、创新设计实验以及虚拟仿真实验。
2. 物理实验室针对各个学院专业特点采取模块化的实验教学,差异化的教学方法。
3. 注重实验内容的改革,突出实用性,不拘泥于传统模式,积极探索适合我校学生的教学内容体系;新增了一批创新设计性实验。
4. 虚拟仿真实验与实物操作相辅相成,仿真实验能展现出实物操作过程中不容易出现的物理现象,加深学生对物理实验的爱好和兴趣。

全书共分为三部分,包含 60 个实验。

第一部分为绪论,介绍了物理实验的基本流程,注意事项。

第一章为测量误差和数据处理,讲述了测量误差、不确定度和数据处理的基础知识。所涉及的内容以本课程必须掌握的基本要求为主,个别地方略有扩充。

第二章为物理实验常用的基本仪器。

第二部分为实物操作部分。

第三章为基础实验,共选编了 11 个实验;

第四章为综合应用性实验,共选编了 8 个实验,这是在学生做了一定数量的基本实验,对实验方法、仪器使用等方面掌握到一定程度后,为了培养学生的综合能力而设置的。

第五章为创新设计性实验,主要让学生自主思考,确定实验方法、选择合适的仪器设备和设计一定的实验程序。创新设计性实验要求学生自行综合已掌握的知识,或者学习某些学科的交叉知识,解决某一实际问题。这样,既保证了基本训练,又提高了物理实验的实用程度,促使学生更积极地完成实验。考虑到物理实验课的独立性和面向低年级学生的特点,对于基本实验,编写时力求将实验原理叙述清楚,计算公式推导完整,使学生在实验预习时掌握理论依据;实验内容与步骤亦尽可能具体,以加强对基本实验技能和基本实验方法的训练和指导。

第三部分为虚拟仿真部分。

虚拟仿真实验共计 30 个,涵盖了我校全部的物理实验项目,学生在先做仿真实验的前提下,可以加深对物理实验目的、实验原理、实验内容、实验现象以及数据记录的理解过程,从而加大对物理实验的兴趣,有利于学生发现问题、解决问题的能力,有利于学生创新思想的培养。

本书在编写过程中征求了许多实验指导教师的意见,参考并吸收了兄弟院校的有关资料和经验;得到武汉理工大学出版社的大力支持,借此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,编写时间仓促,书中难免有疏漏谬误之处,恳请读者批评指正。

编 者

2016. 10. 28

# 目 录

## 绪论部分

|                  |      |
|------------------|------|
| 绪论               | (1)  |
| 第一章 测量误差和数据处理    | (4)  |
| 第一节 测量与误差        | (4)  |
| 第二节 测量结果的表示和不确定度 | (7)  |
| 第三节 有效数字及其运算     | (12) |
| 第四节 数据处理方法       | (14) |
| 第二章 物理实验常用的基本仪器  | (24) |
| 第一节 力学与热学测量仪器    | (24) |
| 第二节 电磁学测量仪器      | (29) |
| 第三节 光学测量仪器       | (41) |
| 第四节 物理实验中常用的测量方法 | (46) |

## 实物操作部分

|                    |       |
|--------------------|-------|
| 第三章 基础实验           | (49)  |
| 实验一 物体密度的测量        | (49)  |
| 实验二 测钢丝的弹性杨氏模量     | (51)  |
| 实验三 测钢体的转动惯量       | (55)  |
| 实验四 测定空气的比热容比      | (59)  |
| 实验五 示波器的使用         | (62)  |
| 实验六 声速的测量          | (67)  |
| 实验七 电流场模拟静电场       | (71)  |
| 实验八 用交流电桥测电感电阻值    | (75)  |
| 实验九 牛顿环            | (79)  |
| 实验十 分光计的调节及光栅常数的测量 | (83)  |
| 实验十一 迈克尔逊干涉仪       | (89)  |
| 第四章 综合与应用性实验       | (94)  |
| 实验十二 不同材料导热系数的测量   | (94)  |
| 实验十三 多种液体表面张力系数的测量 | (98)  |
| 实验十四 密立根油滴实验       | (102) |
| 实验十五 霍尔效应及其应用      | (108) |
| 实验十六 用十一线电位差计测电动势  | (111) |
| 实验十七 光电效应法测普朗克常数   | (114) |
| 实验十八 铁磁材料磁性研究      | (119) |
| 实验十九 塞曼效应          | (129) |
| 第五章 创新设计性实验        | (133) |
| 实验二十 微小长度的多途径测量    | (133) |

|       |                      |       |
|-------|----------------------|-------|
| 实验二十一 | 光杠杆法测量微小长度           | (135) |
| 实验二十二 | 双光栅测量微弱振动位移量         | (137) |
| 实验二十三 | 光的等厚干涉测量微小厚度         | (141) |
| 实验二十四 | RLC 电路特性的研究          | (143) |
| 实验二十五 | 整流、滤波和稳压电路           | (151) |
| 实验二十六 | 电路元件伏安特性的测绘及电源外特性的测量 | (155) |
| 实验二十七 | 二极管伏安特性曲线的研究         | (160) |
| 实验二十八 | 稳压二极管反向伏安特性          | (162) |
| 实验二十九 | 利用运算放大器改装电表          | (165) |
| 实验三十  | 电表改装与校准(常规法)         | (169) |
| 实验三十一 | 电路混沌效应               | (173) |

## 虚拟仿真部分

|       |               |       |
|-------|---------------|-------|
| 第六章   | 虚拟仿真实验        | (179) |
| 实验一   | 单摆测量重力加速度     | (179) |
| 实验二   | 用凯特摆测重力加速度    | (182) |
| 实验三   | 拉伸法测金属丝的杨氏模量  | (186) |
| 实验四   | 三线摆法测刚体的转动惯量  | (193) |
| 实验五   | 声速的测量         | (200) |
| 实验六   | 不良导体热导率的测量    | (206) |
| 实验七   | 热敏电阻温度特性研究实验  | (211) |
| 实验八   | 示波器           | (221) |
| 实验九   | 交流电桥          | (232) |
| 实验十   | 双臂电桥测低电阻实验    | (237) |
| 实验十一  | 直流电桥测量电阻      | (242) |
| 实验十二  | 检流计的特性研究      | (247) |
| 实验十三  | 整流滤波电路实验      | (252) |
| 实验十四  | 设计万用电表        | (265) |
| 实验十五  | 动态磁滞回线的测量     | (281) |
| 实验十六  | 交流谐振电路及介电常数测量 | (289) |
| 实验十七  | 密立根油滴实验       | (300) |
| 实验十八  | 太阳能电池的特性测量    | (314) |
| 实验十九  | 霍尔效应实验        | (320) |
| 实验二十  | 光电效应和普朗克常量的测定 | (326) |
| 实验二十一 | 塞曼效应          | (333) |
| 实验二十二 | 测量铈化钢片的磁阻特性   | (344) |
| 实验二十三 | 半导体温度计的设计     | (350) |
| 实验二十四 | 干涉法测微小量       | (357) |
| 实验二十五 | 分光计测三棱镜最小偏向角  | (365) |
| 实验二十六 | 迈克尔逊干涉仪的调节和测量 | (378) |
| 实验二十七 | 椭偏仪测折射率和薄膜厚度  | (385) |
| 实验二十八 | 偏振光的观察与研究     | (398) |
| 实验二十九 | 拉曼光谱实验        | (404) |
| 实验三十  | 光强调制法测光速      | (419) |

# 绪 论

物理学属于一类学科,也是一门实验学科。在大学阶段理工科类专业会开设大学物理课程和大学物理实验课程,大学物理实验是理工科专业的大学生进入大学的第一门实验课,是科学实验训练的重要基础课程,是学生系统实验理论、实验技能、实验方法、数据记录、数据处理、结果表示等相关技能培训的开始。

## 一、物理实验的地位

物理学是研究物质的运动规律、物质的结构及其相互作用的科学,是自然科学中最重要、最活跃的带头学科之一。物理学不仅在自身的学科体系内成长和发展出新的学科分支,而且它是许多新兴学科、交叉学科和新技术学科产生、成长、发展的基础和前导。物理理论和实验的发展,哺育着近代高新技术的成长和发展,物理实验的思想、方法、技术和装置常常是自然科学研究和工程技术发展的生长点。可以说,现代高新技术的发明和突破,无不源于物理学上的重大发现,而高新技术的发展又不断推动着物理实验研究的手段、方法和装备的发展,大大改变着人类对物质世界认识的深度和广度。

从本质上说,物理学是一门实验科学。物理规律的研究,物理学理论的产生、验证和发展,都必须以实验事实为基础,并不断受到实验的检验。物理实验是在人为条件下再现物理现象,并对现象进行观测,对测量结果进行分析的过程,是人们探索自然现象、发现物理规律、检验物理理论的有力工具,是工程技术的基础。在历史上,用实验澄清科学概念的事件不胜枚举。16世纪前,人们一直认为力是维持运动的原因,伽利略经过多年的潜心研究,在巧妙设计实验的基础上总结出了落体定律,从而推翻了统治欧洲长达2000年的错误观念。电磁学的发展更是明显地划分为三个阶段,即:由实验总结出基本定律,建立麦克斯韦方程组和实验验证方程组。麦克斯韦在前人实验工作的基础上,依靠他高超又纯熟的数学技巧及敏锐的物理思想,于1864年建立了完整的电磁场理论,多年后又预言了电磁波的存在,但在当时并没有得到人们的普遍承认与重视。直到1888年,赫兹通过实验证实了电磁波的存在,麦克斯韦理论才被公认为科学的真理。然而,人们掌握理论的目的是在于应用它来指导生产实践,促进科学进步,推动社会前进。当理论在实践中应用时,仍必须通过实验,实验是连接理论和应用的桥梁。可以说,任何一门科学的发展都离不开实验。物理实验课有充实的教学内容,是主要基础课程之一。

丁肇中教授在诺贝尔获奖仪式上说:“中国有句古话:‘劳心者治人,劳力者治于人’,这种落后的思想对发展中国家的青年有很大害处。由于这种思想的影响,很多学生都倾向于理论研究而避免实验工作,我希望由于我这次得奖能够唤起发展中国家学生们的兴趣,注意实验工作的重要性。”

科学技术的迅猛发展,要求高等工科院校培养的科技人才必须具备坚实的物理基础、出色的科学实验能力和勇于开拓的创新精神。物理理论和实验课程在培养学生这些基本素质和能力方面具有不可替代的重要作用。物理实验是物理基础教学的一个重要组成部分,同时又是学生进入大学后接受系统实验方法和实验技能训练的开端,是对学生进行科学实验基本训练的重要基础。这门课程内涵丰富,所覆盖的知识和包含的信息量以及对学生进行的基本训练内容是其他课程的实验环节不能比拟的;它为学生深入观察现象,建立合理的物理模型,定量研究变化规律,分析、判断实验结果的准确度,激发学生的想象力、创造力,培养和提高学生独立开展科学研究工作的素质和能力奠定了重要的基础。因此,学好物理实验课程对于高等工科院校的学生是十分重要的。

## 二、大学物理实验课的目的与要求

(1)通过对物理实验现象的观测和分析,学习运用理论来指导实验、分析和解决实验中的问题。从理论和实践的结会上加深对理论的理解。

(2)培养学生从事科学实验的初步能力:通过实验阅读教材和资料,能概括出实验原理和方法的要点;正确使用基本实验仪器,掌握基本物理量的测量方法和实验操作技能;正确记录和处理数据,分析实验结

果和撰写实验报告;以及自行设计和完成不太复杂的实验任务等。

(3)培养学生实事求是的科学态度,严谨的工作作风,勇于探索、坚韧不拔的钻研精神以及遵守纪律、团结协作、爱护公物的优良品德。

### 三、大学物理实验课的具体任务

(1)通过对实验现象的观察、分析和对物理量的测量,学习物理实验的基本知识、基本方法和基本技能,加深对物理学原理的理解。

(2)培养和提高学生的科学实验能力,其中包括:

自学能力——自行阅读实验教材或资料,做好实验前的准备;

动手能力——借助教材或仪器说明书正确使用常用仪器并完成实验操作;

分析能力——运用物理学理论对实验现象进行初步分析判断;

表达能力——正确记录和处理实验数据,绘制曲线,说明实验结果,撰写合格的实验报告;

设计能力——完成简单的设计性实验。

(3)培养和提高学生的科学实验素养,要求学生具有:①理论联系实际和解决实际问题的能力;②勤奋学习,认真实验的良好学风;③主动研究和积极探索的创新精神;④遵守实验室守则,注意仪器操作要领,爱护公共财产的优良品德。

### 四、物理实验的教学环节

物理实验课的进行程序大致可分为:提出问题,确定方案,选择仪器设备,安装调试,观察测量,记录数据,总结分析写出科学论文(实验报告)。每个实验环节都有一定的基本要求以及基本技能训练,科学实验基本技能的训练贯穿于实验的全过程中,实验方法各自分散在不同的实验中。因此,实验课有它自身的体系,要达到学会实验、掌握基本技能的目的,就要认真进行每个实验环节的训练,并且在不同实验中学习实验方法。

物理实验教学过程一般包括预习、课程操作和完成实验报告三个重要环节。

#### (一)预习

实验课前认真阅读实验教材或有关资料,弄清本次实验的目的,掌握原理、测量方法及实验步骤,使用什么仪器,该仪器性能是什么,如何使用,操作要点及注意事项等,在实验报告纸上写出实验预习报告。预习报告主要包括以下栏目:

(1)实验目的——简单明确地写出本次实验的目的、要求;

(2)实验原理——扼要地叙述实验原理,写出主要公式,画出主要示意图、电路图或光路图;

(3)实验内容——简要地写出实验内容和操作步骤。

除了以上3项外,还应画好数据记录表格,有时还要求自拟数据表格等,还要书面简要地回答预习思考题。

只有在充分了解实验内容的基础上,才能在实验操作中有目的地观察实验现象,思考问题,减少操作中的忙乱现象,提高学习的主动性。因此,课前预习的好坏,是能否独立顺利地进行实验的关键,应认真完成。

#### (二)课堂操作

学生进入实验室后应认真遵守实验室规则。先要对照仪器实物,认识并熟悉主要仪器及使用方法,然后井井有条地布置好仪器。在调试正常后,严格按实验步骤进行测试并采集数据。注意细心地观察实验现象,认真研究实验中的问题。测试中仪器发生故障或发现异常现象,应及时请教老师,不可随意处理。要注意把重点放在实验能力的培养上,而不是仅仅测出几个数据就以为完成了任务。

学生要严肃地对待测试数据,忠实地记录于事先准备好的表格之中,读数一定要认真仔细,实验原始数据的优劣,决定着实验的成败。当发现错误数据时,要重新进行测量,每个数据都应符合有效数字要求。全部数据经老师检查合格并在记录纸上签字以后,就应切断电源,再整理好仪器,并将室内收拾整洁。课堂操作至此才全部结束。

### (三) 撰写报告

实验报告是对实验工作的总结,课后在报告纸上,接着之前预习报告的内容继续完成以下栏目:

(1)将整理后的数据填入实验报告的表格之中。

(2)数据处理——按实验要求计算待测量的量值的不确定度。报告上的计算过程应包括三个步骤:公式→代入数据→结果;其他中间计算过程可以不写在报告上。最后写明实验结果表达式。关键的公式中,必须代入对应符号的原始数据或运算数据,以深入地了解公式。

(3)用作图法处理数据时要符合作图规则,图线要规矩、美观。

(4)小结或讨论——可以解答讨论思考题,也可以写上对实验现象的分析,对本次实验结果及主要误差因素的简要分析讨论,对实验关键问题的研究体会,实验的收获和建议等。

(5)整篇实验报告应做到简明,工整,重点突出,作图规范,表格清晰。

### 五、遵守实验室规则

为了完成好物理实验课的任务,取得良好的学习效果,同学们应该认真遵守实验室规则:

(1)需带来课前准备好的预习报告和数据记录表格,经指导老师检查后方可进行试验,否则不能随堂参加该次实验。

(2)遵守课堂纪律,保持安静的试验环境。

(3)使用电源时,须经教师检查线路并许可后,才能接通电源。

(4)爱护仪器。不得随意搬弄仪器,试验中严格按仪器说明书操作,如有损坏,照章赔偿。公用工具用完后立即归还原处。

(5)完成实验后,试验数据需经教师审核签字,然后将仪器整理还原,将桌面和凳子收拾整齐,方能离开实验室。

(6)实验报告应在实验后三天集体送交实验室。

(7)只有全部完成教学计划规定的所有实验项目后,方能参加实验课期末考核。

# 第一章 测量误差和数据处理

## 第一节 测量与误差

研究物理现象、了解物质特性、验证物理原理都要进行测量,测量是物理实验的基础。然而任何测量都存在一定的误差,要评价测量结果的可信赖程度,必须对测量误差做出估计。误差理论及数据处理是一切实验结果中不可缺少的内容,是不可分割的两部分,因此,误差分析和数据处理是物理实验课的基础。由于这部分内容牵涉面较广,对低年级大学生来说难度较大,而且这方面问题的深入探讨和详细证明是数理统计学的任务,所以这里仅限于简要介绍这方面的初步知识,引用几个重要概念以及最一般情况下的处理方法,并作简化处理,不进行严密的数学论证,减小学生学习的难度,有利于学好物理实验这门基础课程。

### 一、测量与误差

测量是人类认识和改造客观世界的必不可少的重要手段,它是通过一组操作来确定被测对象的量值。一般说来,测量就是把要测量的量与选作计量单位的同类量进行比较,并确定其倍数的过程。

#### (一)物理实验常用的几种测量方法

##### (1)比较测量法

比较测量法就是用测量量具与被测物直接进行比照得到数值的方法,它是最常用的测量方法之一。测量可以分为两类,按照测量结果获得的方法来分,可将测量分为直接测量和间接测量两类,而从测量条件是否相同来分,又有所谓等精度测量和不等精度测量。

直接测量就是把待测量与标准量直接比较得出结果。如用米尺测量物体的长度,用天平称量物体的质量,用电流表测量电流等,都是直接测量。间接测量借助函数关系由直接测量的结果计算出所谓的物理量。例如已知路程和时间,根据速度、时间和路程之间的关系求出的速度就是间接测量。一个物理量能否直接测量不是绝对的。随着科学技术的发展,测量仪器的改进,很多原来只能间接测量的量,现在可以直接测量了。比如电能的测量本来是间接测量,现在也可以用电度表来进行直接测量。物理量的测量,大多数是间接测量,但直接测量是一切测量的基础。

根据测量条件来分,有等精度测量和非等精度测量。等精度测量是指在同一(相同)条件下进行的多次测量,如同一个人,用同一台仪器,每次测量时周围环境条件相同,等精度测量每次测量的可靠程度相同。反之,若每次测量时的条件不同,或测量仪器改变,或测量方法、条件改变。这样所进行的一系列测量叫作非等精度测量,非等精度测量的结果,其可靠程度自然也不相同。物理实验中大多采用等精度测量。应该指出:重复测量必须是重复进行测量的整个操作过程,而不是仅仅为重复读数。

##### (2)放大测量法

在测量过程中的被测量非常微小,用常规方法无法实现,需要将微小量放大,然后再进行测量。

###### ①光学放大法。

利用几何光学原理放大待测量的方法。光学放大法有两类,一是利用光学放大装置进行放大,测量放大量体现微小长度变化,典型的是光杠杆装置;另一类是通过光学仪器直接放大图像显现,便于观察,典型的是读数显微镜等。

###### ②电学放大法。

通过放大电路来进行实现,将电子线路中的微弱电信号进行放大。

###### ③机械放大法。

微小物理量利用机械部件之间的关系在测量过程中加以放大,常见的有游标卡尺、螺旋测微计等。

###### ④转换测量法。

有些物理量无法直接测量,利用物理量间的函数关系转换成容易测量的物理量,最后再转换回原物理量。

#### ⑤干涉法。

利用波的干涉或者光的干涉理论测量相关物理量,典型的有驻波测声速、牛顿环测平凸镜的半径。

### (二)测量误差

测量值就是测量过程中利用仪器测量得到的结果。由于测量方法、测量仪器、测量环境、测量者的观察力以及种种因素的局限,使测量结果都可能含有误差,因此,分析测量过程中可能产生的各种误差,尽可能减小或消除其影响,并对测量结果中未能消除的误差的范围做出估计,就是物理实验和其他科学实验所必不可少的工作。

测量误差简称误差,它是测量结果与待测量客观存在的真值(或约定真值)的差值。误差可以用绝对误差和相对误差两种方法表示,它反映出测量结果的准确程度。

$$\text{绝对误差} = \text{测量结果} - \text{待测量的真值} \quad (1-1)$$

$$\text{相对误差} = \text{绝对误差} / \text{待测量的真值} (\text{用百分数表示}) \quad (1-2)$$

真值是指在确定条件下,反映任何物质(物体)物理特性的物理量所具有的客观真实数值。待测量的真值是一个理想的概念,一般说来是不知道的,实际测量中常采用已修正过的待测量的算术平均值来代替真值,称为约定真值。

由于工艺的改进,方法的改变,测量结果精度可以达到惊人的高度,但是误差还是始终存在,不能为零。误差公理是指误差自始至终都存在与一切测量过程中。

#### (3)测量误差的分类及处理

根据误差产生的原因和性质不同,误差主要分为两类:系统误差和随机误差,其处理方法也不同。

##### (1)系统误差

指在一定条件下多次测量的结果总是向一个方向偏离,其数值一定或按一定规律变化。系统误差的特征是具有一定的规律性。系统误差的来源有以下几个方面:

①仪器误差,是由于仪器本身的缺陷或没有按规定条件使用仪器而造成的误差;

②理论误差,是由于测量所依据的理论公式本身的近似性,或实验条件不能达到理论公式所规定的要求,或测量方法等所带来的误差;

③观测误差,是由于观测者生理或心理特点造成的误差。

系统误差的特点是具有确定性,因此针对误差产生的原因可以消除或者减小系统误差。从理论上讲,由于任何一种系统误差的发生都有其确定的原因,只要找到系统误差产生的,并设法加以校正,就能减小系统误差的影响。但完全发现和减少实际存在的系统误差是比较困难的工作,没有固定不变的方法,要具体问题具体分析各个击破。有关系统误差的消除与修正方法,这里作简单的介绍。

##### ①消除产生系统误差的根源

如果能够找到产生系统误差的根源,无论是理论模型、实验仪器,还是实验条件,我们都可以使其更完善而减小系统误差的影响。

##### ②用修正值对测量结果进行修正

用标准仪器对测量仪器进行校准,找出修正值或校准曲线,对结果进行修正。例如:对千分尺的零点修正;利用较高级的电表对低级的电表测出修正曲线等;对由理论公式的近似造成的误差,找出修正值进行修正。

##### ③从测量方法上减小或消除系统误差

###### A. 交换法

在测量过程中对某些条件(如被测物的位置)进行交换,使产生系统误差的原因对测量结果起相反的作用。例如:用滑线式惠斯通电桥测电阻时,把待测电阻与标准电阻交换位置再次测量,取两次测量值的平均值就可以消除滑线电阻丝不均匀引起的误差。

###### B. 替换法

在测量装置上对待测量进行测量后,立即用一个标准量替换待测量,再次进行测量,并调到同样的情

况,从而得出待测量等于标准量。

### C. 抵消法

改变测量中的某些条件进行两次测量,使两次测量中误差的大小相等,符号相反,取其平均值作为测量结果以消除系统误差。例如:使用电位差计测微弱电动势的电路中,若有温差电动势  $\epsilon_0$  的干扰,测出的数值  $\epsilon_1$  实为电动势之差,即  $\epsilon_1 = \epsilon - \epsilon_0$ ,若将  $\epsilon$  反向后再测量,测量值  $\epsilon_2 = \epsilon + \epsilon_0$ ,将两次测量结果平均,温差电动势  $\epsilon_0$  引入的误差就被消除了。

此外,“等时距对称观测法”可消除按线性规律变化的变值系统误差,“半周期偶数测量法”可消除按周期性变化的变值系统误差。

### (2) 随机误差

在实际测量条件下,多次测量同一量时,误差的绝对值符号的变化,时大时小、时正时负,以不可预定方式变化着的误差叫作随机误差,有时也叫偶然误差。当测量次数很多时,随机误差就显示出明显的规律性。

实践和理论都已证明,随机误差服从一定的统计规律(正态分布),其特点是:

- ①绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大(单峰性);
- ②绝对值相等的正负误差出现的概率相同(对称性);绝对值很大的误差出现的概率趋于零(有界性);
- ③误差的算术平均值随着测量次数的增加而趋于零(抵偿性)。因此,增加测量次数可以减小随机误差,但不能完全消除。

引起随机误差的原因也很多。仪器精密度和观察者感官灵敏度有关。如仪器显示数值的估计读数位偏大和偏小;仪器调节平衡时,平衡点确定不准;测量环境扰动变化以及其他不能预测不能控制的因素。

### (3) 几种定性的描述误差的名词

#### ① 精密度。

表示测量数据密集的程度。表示在同样测量条件下,对同一物理量进行多次测量,所得结果彼此间相互接近的程度,即测量结果的重复性、测量数据的弥散程度,因而测量精密度是测量偶然误差的反映。测量精密度高,偶然误差小,但系统误差的大小不明确。

#### ② 正确度。

表示测量结果与真值符合的程度。它反映了系统误差的大小,与随机误差无关。若多次测量的平均值对真值偏离小,即系统误差小,意味着测量的正确度高。

#### ③ 准确度。

是对测量中的随机误差和系统误差的综合评价。若测量数据比较集中而且接近真值,即系统误差和随机误差都比较小,称为测量的准确度高。

#### ④ 精度。

精度不是一个确切定义的名词,一般情况下多指准确度,有时用于简略定性地说明问题。在测量条件相同的情况下进行的一系列测量称为精度测量。例如同一个人在同样的环境条件下在同一仪器上采用同样的测量方法对同一被测量进行多次测量,没有任何理由认为某个测量值比另一个测量值更为准确,即每次测量的可靠程度都相同,这些测量就是等精度测量。

### (4) 随机误差的计算

对测量中的随机误差分量如何处理呢?根据随机误差的分布特性,在多次测量时正、负随机误差可以大致相消,因此,为了减少随机误差分量的影响,可以用多次测量的算术平均值表示测量结果。

对某一测量进行多次重复测量,其测量结果服从一定的统计规律,也就是正态分布(或高斯分布)。我们用描述高斯分布的两个参量( $\bar{x}$  和  $\sigma$ )来估算随机误差。设在一组测量值中, $n$  次测量的值分别为: $x_1, x_2, \dots, x_n$ 。

最小二乘法原理证明,多次测量的算术平均值作为被测量量的最佳估计值

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-3)$$

$\bar{x}$  为近似真实值,以后我们将用  $\bar{x}$  来表示多次测量的近似真实值。

测量值的分散程度直接体现了随机误差分量的大小,测量值越分散,测量的随机误差分量就越大。为了表示测量的精密度,必须对测量的随机误差分量做出估计。对随机误差分量作估计的方法有多种,科学实验中常用标准偏差来估计测量的随机误差。

每一次测量值  $x_n$  与平均值  $\bar{x}$  之差称为偏差:

$$\Delta x_n = x_n - \bar{x} \quad (1-4)$$

偏差有正有负,有大有小,通常用“方均根”方法对它们进行统计计算,得到的结果就是单次测量值的标准偏差:

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (\text{贝塞尔公式}) \quad (1-5)$$

标准偏差  $S_x$  小表示测量值密集,即测量的精密度高;标准偏差  $S_x$  大表示测量值分散,即测量的精密度低。估计随机误差还有用算术平均误差、 $2S_x$ 、 $3S_x$  等其它方法来表示的。

## 第二节 测量结果的表示和不确定度

测量的目的是不但要测量待测物理量的近似值,而且要对近似真实值的可靠性做出评定(即指出误差范围),这就要求我们还必须掌握不确定度的有关概念。下面将结合对测量结果的评定对不确定度的概念、分类、合成等问题进行讨论。

### 一、不确定度的含义

在物理实验中,常常要对测量的结果做出综合评定,采用不确定度来表示。不确定度是“误差可能数值的测量程度”,表征所得测量结果代表被测量的程度。也就是因测量误差存在而对被测量不能肯定的程度,因而是测量质量的表征。用不确定度对测量数据做出比较合理的评定。对一个物理实验的具体数据来说,不确定度是指测量值(近真值)附近的一个范围,测量值与真值之差(误差)可能落于其中。不确定度小,测量结果可信赖程度高;不确定度大,测量结果可信赖程度低。在实验和测量工作中,不确定度一词近似于不确知,不明确,不可靠,有质疑,是作为估计而言的;因为误差是未知的,不可能用指出误差的方法去说明可信赖程度,而只能用误差的某种可能的数值去说明可信赖程度,所以不确定度更能表示测量结果的性质和测量的质量。用不确定度评定实验结果的误差,其中包含了各种来源不同的误差对结果的影响,而它们的计算又反映了这些误差所服从的分布规律,这就更准确地表述了测量结果的可靠程度。

### 二、测量结果的表示

在做物理实验时,要求表示出测量的最终结果。在这个结果中既要包含待测量的近似真实值  $\bar{x}$ ,又要包含测量结果的不确定度  $\Delta$ ,还要反映出物理量的单位。因此,要写成物理含义深刻的标准表达形式,即

$$x = \bar{x} \pm \Delta (\text{单位}) \quad (1-6)$$

式中,  $x$  为待测量;  $\bar{x}$  是测量的近似真实值;  $\Delta$  是不确定度,一般保留一位有效数字。这种表达形式反映了三个基本要素:测量值、不确定度和单位。

在物理实验中,直接测量时若不需要对被测量进行系统误差的修正,一般就取多次测量的算术平均值  $\bar{x}$  作为近似真实值;若在实验中有时只需测一次或只能测一次,该次测量值就为被测量的近似真实值。如果要求对被测量进行一定系统误差的修正,通常是将一定系统误差(即绝对值和符号都确定的可估计出的误差分量)从算术平均值  $\bar{x}$  或一次测量值中减去,从而求得被修正后的直接测量结果的近似真实值。例如,用螺旋测微器来测量长度时,从被测量结果中减去螺旋测微器的零误差。在间接测量中,  $\bar{x}$  即为被测量的计算值。

在测量结果的标准表达式中,给出了一个范围  $(\bar{x} - \Delta) \sim (\bar{x} + \Delta)$ ,它表示待测量的真值在此范围之间的概率很大,在 95% 左右,不要误认为真值一定就会落在  $(\bar{x} - \Delta) \sim (\bar{x} + \Delta)$  之间,认为误差在  $-\Delta \sim +\Delta$  之间是错误的。

在上述的标准式中,近似真实值、不确定度、单位三个要素缺一不可,否则就不能全面表达测量结果。同时,近似真实值 $\bar{x}$ 的末尾数应该与不确定度的所在位数对齐,近似真实值 $\bar{x}$ 与不确定度 $\Delta$ 的数量级、单位要相同。在初始实验中,测量结果的正确表示是一个难点,要引起重视,从开始就注意纠正,培养良好的实验习惯,才能逐步克服难点,正确书写测量结果的标准形式。

三、不确定度的两类分量

在不确定度的问题中,主要是从系统误差和随机误差等方面进行综合考虑的,提出了统计不确定度和非统计不确定度的概念。不确定度 $\Delta$ 是由不确定度的两类分量(A类和B类)求“方和根”计算而得。为使问题简化,本书只讨论简单情况下(即A类、B类分量保持各自独立变化,互不相关)的不确定度。

A类不确定度(统计不确定度)用 $\Delta_A$ 表示;B类不确定度(非统计不确定度)用 $\Delta_B$ 表示。则不确定度为

$$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} \tag{1-7}$$

物理实验中的不确定度,一般主要来源于测量方法、测量人员、环境波动、测量对象变化等等。计算不确定度是将可修正的系统误差修正后,将各种来源的误差按计算方法分为两类,即用统计方法计算的不确定度(A类)和非统计方法计算的不确定度(B类)。

A类不确定度,即统计不确定度,是指可以采用统计方法(即具有随机误差性质)计算的不确定度,如测量读数具有分散性,测量时温度波动影响等等。这类统计不确定度通常认为它是服从正态分布规律,因此可以像计算标准偏差那样,用“贝塞尔公式”即式(1-5)计算被测量的A类不确定度。

在计算A类不确定度时,也可以用最大偏差法、极差法、最小二乘法等,本书只采用“贝塞尔公式”法,并且着重讨论读数分散对应的不确定度。用“贝塞尔公式”计算A类不确定度,可以用函数计算器直接读取,十分方便。本书中取单次测量的标准偏差 $S_x$ 的值作为 $\Delta_A$ ,用式(1-5)来计算。

B类不确定度,即非统计不确定度,是指用非统计方法求出或评定的不确定度,如实验室中的测量仪器不准确,量具磨损、老化等等。评定B类不确定度常用估计方法,要估计适当,需要确定分布规律,同时要参照标准,更需要估计者的实践经验、学识水平等。因此,往往是意见纷纭,争论颇多。

仪器不准确的程度主要用仪器误差来表示。在大多数情况下,物理实验中把仪器误差限值 $\Delta_{\text{仪}}$ 简化地直接当作B类不确定度分量 $\Delta_B$ ,而忽略了其他因素的影响。本书对B类不确定度的估计同样只作简化处理。这样,由式(1-7)可得

$$\Delta = \sqrt{S_x^2 + \Delta_{\text{仪}}^2} \tag{1-8}$$

产生仪器误差的诸多因素及具体误差分量的计算分析,大多超出了本课程的要求范围,作为简化表示,通常取仪器误差限值 $\Delta_{\text{仪}}$ 等于仪表、器具的示值误差限或基本误差限。在物理实验中,一般的仪器说明书中都以某种方式注明仪器误差,是由制造厂或计量检定部门给定。物理实验教学中,由实验室提供。

(1)仪器的示值误差限通常可以在仪器说明书或技术标准中查到,为方便初学物理实验的同学,表1-1列出几种常用仪器的示值误差限。

表 1-1 几种常用仪器的示值误差限

| 仪器    | 量程                      | 分度值                   | 示值误差限                   |
|-------|-------------------------|-----------------------|-------------------------|
| 钢直尺   | 300mm                   | 1mm                   | $\pm 0.1\text{mm}$      |
| 钢卷尺   | 1m                      | 1mm                   | $\pm 0.1\text{mm}$      |
|       | 1m                      | 1mm                   | $\pm 0.5\text{mm}$      |
| 游标卡尺  | 150mm, 200mm, 300mm     | 0.02mm, 0.05mm, 0.1mm | 与分度值相同                  |
| 螺旋测微计 | 25mm, 50mm, 75mm, 100mm | 0.01mm                | 1级 $\pm 0.004\text{mm}$ |

(2)电测量指示仪表的误差限值与仪表的准确度等级有关。电测量仪表的准确度等级分为七级:0.1, 0.2, 0.5, 1.0, 1.5, 2.5, 5.0。由仪表的准确度等级与所用量程可以推算出仪表的误差限值:

$$\Delta_{\text{仪}} = \text{量程} \times \frac{\text{准确度等级}}{100} \quad (1-9)$$

电学仪表的准确度等级通常都刻在度盘上,使用时记下其准确度等级,以便计算  $\Delta_{\text{仪}}$ 。

**例 1-1** 有一电流值约为 2.5A,现分别用量程为 3A 和 30A、准确度等级均为 0.5 级的电流表进行测量,试计算 B 类不确定度分量  $\Delta_B$ 。

**解** 由式(1-9),量程为 3A 时

$$\Delta_B = \Delta_{\text{仪}} = 3 \times \frac{0.5}{100} = 0.015\text{A}$$

量程为 30A 时

$$\Delta'_B = \Delta'_{\text{仪}} = 30 \times \frac{0.5}{100} = 0.15\text{A}$$

(3) 数字显示仪表通常取最小分度的一半作为其仪器的示值误差限。

(4) 本书中,对于未加说明的仪器,一般取仪器最小分度的一半作为其仪器的示值误差限。

物理实验室所用的仪器,在相同条件下对同一被测量作多次直接测量时,测量值的标准偏差  $S_x$ ,常常比所用仪器的示值误差限小,当  $S_x < \frac{1}{3} \Delta_{\text{仪}}$  且测量次数大于 5 时,不确定度  $\Delta$  可以简单地只用仪器误差限值  $\Delta_{\text{仪}}$  来表示。

有时因条件限制只能进行一次测量,或实验中心允许降低对这个量的精度要求,只需进行一次测量时,A 类不确定度分量  $\Delta_A$  虽然存在,但是不能用式(5)计算, $\Delta$  也可简单地用仪器误差限值  $\Delta_{\text{仪}}$  来表示。

#### 四、直接测量结果的不确定度的计算

在对直接测量的不确定度的合成问题中,对 A 类不确定度主要讨论在多次等精度测量条件下,读数分散对应的不确定度,并且用“贝塞尔公式”计算 A 类不确定度。对 B 类不确定度,主要讨论仪器不准确对应的不确定度,将测量结果写成标准形式。因此,实验结果的获得,应包括待测量近似真实值的确定,A、B 两类不确定度以及合成不确定度的计算。增加重复测量次数对于减小平均值的标准误差,提高测量的精密度有利。但是注意到当次数增大时,平均值的标准误差减小渐为缓慢,当次数大于 10 以后平均值的减小便不明显了。通常取测量次数为 5~10 为宜。下面通过两个例子加以说明。

**例 1-2** 采用感量为 0.1g 的物理天平称量某物体的质量,其读数值为 35.41g,求物体质量的测量结果。

**解** 采用物理天平称物体的质量,重复测量读数往往相同,故一般只需进行单次测量即可。单次测量的读数即为近似真实值,  $m = 35.41\text{g}$ 。

物理天平的“示值误差限”通常取感量的一半,并且作为仪器误差,即

$$\Delta_B = \Delta_{\text{仪}} = 0.05\text{g} = \Delta$$

测量结果为

$$m = (35.41 \pm 0.05)\text{g}$$

在例 1-2 中,因为是单次测量( $n=1$ ),不确定度  $\Delta = \sqrt{S_x^2 + \Delta_{\text{仪}}^2}$  中的  $S_x = 0$ ,所以  $\Delta = \Delta_B$ ,即单次测量的不确定度等于非统计不确定度。但是这个结论并不表明单次测量的  $\Delta$  就小,因为  $n=1$  时,  $S_x$  发散,其随机分布特征是客观存在的。

**例 1-3** 用螺旋测微器测量小钢球的直径,5 次的测量值分别为:  $d = 11.922\text{mm}, 11.923\text{mm}, 11.922\text{mm}, 11.922\text{mm}, 11.922\text{mm}$ ;螺旋测微器的最小分度数值为 0.01mm。试写出测量结果的标准式。

**解**

① 求直径  $d$  的算术平均值

$$\begin{aligned} \bar{d} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^5 d_i \\ &= \frac{1}{5} (11.922 + 11.923 + 11.922 + 11.922 + 11.922) \end{aligned}$$

$$= 11.922\text{mm}$$

### ②计算 A 类不确定度

$$\begin{aligned} S_d &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (d_i - \bar{d})^2}{n-1}} \\ &= \sqrt{\frac{(11.922 - 11.922)^2 + (11.923 - 11.922)^2 + \cdots}{5-1}} \\ &= 0.0005\text{mm} \end{aligned}$$

### ③计算 B 类不确定度

螺旋测微器的仪器示值误差限  $\Delta_{\text{仪}} = 0.005\text{mm}$

$$\Delta_B = \Delta_{\text{仪}} = 0.005\text{mm}$$

### ④不确定度

$$\Delta = \sqrt{S_d^2 + \Delta_B^2} = \sqrt{0.0005^2 + 0.005^2}\text{mm}$$

式中, 由于  $0.0005 < \frac{1}{3} \times 0.005$ , 故可略去  $S_d$ , 于是

$$\Delta = 0.005\text{mm}$$

### ⑤测量结果为

$$d = \bar{d} \pm \Delta = (11.922 \pm 0.005)\text{mm}$$

从例 1-3 中可以看出, 当有些不确定度分量的数值很小时, 相对而言可以略去不计。在计算不确定度中求“方和根”时, 若某一分量小于另一分量的  $\frac{1}{3}$ , 则这一项就可以略去不计, 这一结论叫作微小误差准则。在进行数据处理时, 利用微小误差准则可减少不必要的计算。

不确定度的计算结果, 一般应保留 1 位有效数字, 多余的位数按有效数字的修约原则进行取舍。评价测量结果, 有时候需要引入相对不确定度  $\Delta_r$  的概念。相对不确定度定义为

$$\Delta_r = \frac{\Delta}{\bar{x}} \times 100\% \quad (1-10)$$

$\Delta_r$  的结果一般应取 2 位有效数字。

## 五、间接测量结果的不确定度的计算

间接测量的近似真实值和不确定度是由直接测量结果通过函数式计算出来的, 既然直接测量有误差, 那么间接测量也必有误差, 这就是误差的传递。由直接测量值及其误差来计算间接测量值的误差之间的关系式称为误差的传递公式。设间接测量的函数式为

$$N = f(x, y, z, \cdots)$$

$N$  为间接测量的量, 它有  $k$  个直接测量的物理量  $x, y, z, \cdots$  各直接测量的测量结果分别为

$$x = \bar{x} \pm \Delta_x$$

$$y = \bar{y} \pm \Delta_y$$

$$z = \bar{z} \pm \Delta_z$$

.....

(1) 若将各个直接测量量的近似真实值  $\bar{x}$  代入函数表达式中, 即可得到间接测量的近似真实值。

$$\bar{N} = f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \cdots)$$

(2) 求间接测量的不确定度, 由于不确定度均为微小量, 相似于数学中的微小增量, 对函数式  $N = f(x, y, z, \cdots)$  求全微分, 即得

$$dN = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz + \cdots \quad (1-11)$$

式中  $dN, dx, dy, dz, \cdots$  均为微小量, 代表各变量的微小变化, 分别表示  $N$  及各直接测量量  $x, y, z, \cdots$  的误差,  $dN$  的变化由各自变量的变化决定,  $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}, \cdots$  为函数对自变量的偏导数。将上面全微分式中的微

分符号  $d$  改写为不确定度符号  $\Delta$ , 并将微分式中的各项求“方和根”, 即为间接测量的不确定度

$$\begin{aligned}\Delta_N &= \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\Delta_x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\Delta_y\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\Delta_z\right)^2 + \dots} \\ &= \sqrt{\sum_{i=1}^k \left(\frac{\partial f}{\partial A_k}\Delta_{A_k}\right)^2}\end{aligned}\quad (1-12)$$

$k$  为直接测量量的个数,  $A$  代表  $x, y, z, \dots$  各个自变量(直接测量量)。

式(1-12)表明, 间接测量的函数式确定后, 测出它所包含的直接测量量的结果, 将各个直接测量量的不确定度  $\Delta_{A_k}$  乘以各变量对应的偏导数再求“方和根”, 就是间接测量结果的不确定度。

对原函数取对数计算后, 还可类似得到不确定度的相对值, 即相对不确定度, 表达式为

$$\begin{aligned}\Delta_r &= \frac{\Delta_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x}\Delta_x\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial y}\Delta_y\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial z}\Delta_z\right)^2 + \dots} \\ &= \sqrt{\sum_{i=1}^k \left(\frac{\partial \ln f}{\partial A_k}\Delta_{A_k}\right)^2}\end{aligned}\quad (1-13)$$

对于仅仅只含积商形式的函数, 运用式(1-13)计算不确定度比较简单。

在一些简单的测量问题中, 也可以采用绝对值合成的方法, 即

$$\Delta_N = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\Delta_x\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\Delta_y\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial z}\Delta_z\right| + \dots \quad (1-14)$$

$$\Delta_r = \frac{\Delta_N}{N} = \left|\frac{\partial \ln f}{\partial x}\Delta_x\right| + \left|\frac{\partial \ln f}{\partial y}\Delta_y\right| + \left|\frac{\partial \ln f}{\partial z}\Delta_z\right| + \dots \quad (1-15)$$

这种合成方法所得结果一般偏大, 与实际的不确定度合成情况可能有较大出入, 但是计算简便。

**例 1-4** 已知电阻  $R_1 = (50.2 \pm 0.5)\Omega$ ,  $R_2 = (149.8 \pm 0.5)\Omega$ , 求它们串联的电阻  $R$  和不确定度  $\Delta_R$ 。

**解** 串联电阻的阻值为

$$R = R_1 + R_2 = 50.2 + 149.8 = 200.0\Omega$$

不确定度

$$\begin{aligned}\Delta_R &= \sqrt{\sum_{i=1}^2 \left(\frac{\partial R}{\partial R_i}\Delta_{R_i}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial R_1}\Delta_{R_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_2}\Delta_{R_2}\right)^2} \\ &= \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2} = \sqrt{0.5^2 + 0.5^2} = 0.7\Omega\end{aligned}$$

测量结果为

$$R = (200.0 \pm 0.7)\Omega$$

相对不确定度

$$\Delta_{rR} = \frac{\Delta_R}{R} = \frac{0.7}{200.0} \times 100\% = 0.35\%$$

在例 1-4 中, 由于

$$\frac{\partial R}{\partial R_1} = 1, \frac{\partial R}{\partial R_2} = 1$$

$R$  的总不确定度为各个直接测量量的不确定度平方和后再开方。

间接测量的不确定度计算结果一般应保留 1 位有效数字, 相对不确定度一般应保留 2 位有效数字。

**例 1-5** 测量金属环的内径  $D_1 = (2.880 \pm 0.004)\text{cm}$ , 外径  $D_2 = (3.600 \pm 0.004)\text{cm}$ , 厚度  $h = (2.575 \pm 0.004)\text{cm}$ 。试求环的体积  $V$  和测量结果。

**解** 环体积公式为

$$V = \frac{\pi}{4}h(D_2^2 - D_1^2)$$

① 环体积的近似真实值为

$$\begin{aligned}V &= \frac{\pi}{4}h(D_2^2 - D_1^2) \\ &= \frac{3.1416}{4} \times 2.575 \times (3.600^2 - 2.880^2) = 9.436\text{cm}^3\end{aligned}$$