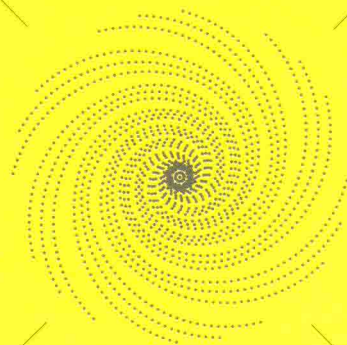


神秘岛
Mysterium

数学

一看就懂的数学传奇，
触手可及的变革现场。



王雁斌 著

另类世界史 现场

An Alternative World History
Eye-witnessed
by A Simple Mathematical Equation

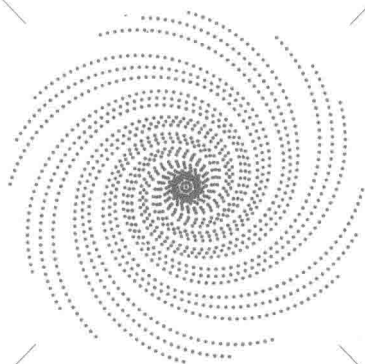


GUANGXI NORMAL UNIVERSITY PRESS

广西师范大学出版社

数

学



SHUXUE XIANCHANG
王雁斌 著

现

另类世界史

场

An Alternative World History
Eye-witnessed
by A Simple Mathematical Equation

 GUANGXI NORMAL UNIVERSITY PRESS
广西师范大学出版社

· 桂林 ·

出版统筹：施东毅
选题策划：耿磊 刘丹亭
责任编辑：廖幸玲
美术编辑：卜翠红
营销编辑：杜文心
责任技编：李春林

图书在版编目（CIP）数据

数学现场：另类世界史 / 王雁斌著. —桂林：广西师范大学出版社，2018.1
ISBN 978-7-5598-0138-8

I. ①数… II. ①王… III. ①数学史—世界
IV. ①O11

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2017）第 285997 号

广西师范大学出版社出版发行

（广西桂林市五里店路 9 号 邮政编码：541004）
网址：<http://www.bbtpress.com>

出版人：张艺兵

全国新华书店经销

长沙鸿发印务实业有限公司印刷

（湖南省长沙县黄花镇黄垌村黄花工业园 3 号 邮政编码：410137）

开本：720 mm × 1 010 mm 1/16

印张：19.5 字数：260 千字

2018 年 1 月第 1 版 2018 年 1 月第 1 次印刷

印数：0 001~8 000 册 定价：65.00 元

如发现印装质量问题，影响阅读，请与印刷厂联系调换。

目 录 | CONTENTS

引子		001
第一章	开天辟地	009
第二章	金字塔的秘密	023
第三章	爱琴海群英	037
第四章	缪斯殿的笼中鸟	053
第五章	“不要碰我的圆”	065
第六章	黑衣布袋人	081
第七章	被人诅咒的数学家	095
第八章	暴乱中的女人	105
第九章	百年战乱之后的父子	113
第十章	魔语一百单八句	127
第十一章	最后的罗马人	139
第十二章	目中无人的太史丞	149
第十三章	引入代数的波斯人	161
第十四章	写柔巴依的数学家	171
第十五章	乱世之隐	183
第十六章	谜一般的流星	193

第十七章	来自北非的比萨人	207
第十八章	费罗的遗言	219
第十九章	倔强而不幸的结巴	227
第二十章	邪恶的天才	239
第二十一章	少年才俊	249
第二十二章	制造虚幻的工程师	257
第二十三章	承先启后的神算家	269
尾声	新的开始	281
书尾题记		287
参考书目		289
附录一		293
附录二		297
附录三		300
附录四		301
附录五		305

④



公元前 490 年，雅典军队在马拉松大败数十倍于己的波斯军队，雅典就此进入黄金时代。那时候的雅典，朝气蓬勃，意气风发，是整个世界的希望。可是不到六十年，雅典就陷入伯罗奔尼撒战争的旋涡，地中海周边杀气冲天，大大小小的上百个希腊城邦互相征伐，打得难解难分。

与此同时，一场空前的灾难降临雅典。

当时的雅典城被军队和难民挤得水泄不通，满地都是牲畜的粪便。人口暴涨使食品和物资的需求骤增，给养从雅典周边唯一的港口比雷埃夫斯源源不断地运来，随之而来的，还有传染病。

大批大批的雅典人死去了，侥幸活下来的也落下了残疾。许多人失去了记忆，认不得家人和朋友，甚至连自己是谁都搞不清了。被后人称为“历史学之父”的修昔底德（Thucydides，公元前

数海拾贝①

在数学里，方程表示含有未知数的等式。“方程”这个中文名称最早出现在著名的数学专著《九章算术》里，它大约在东汉成书。其中第八卷的卷名就是“方程”。那里面的第一个数学问题是：有上等黍三捆，中等黍两捆，下等黍一捆，共出黄米三十九斗。又有上等黍两捆，中等黍三捆，下等黍一捆，出米三十四斗。再有上等黍一捆，中等黍两捆，下等黍三捆，出米二十六斗。问上等、中等、下等黍每捆各出多少斗黄米？

把这个问题翻译成现代代数语言，是个三元一次方程组：

$$3x + 2y + z = 39$$

$$2x + 3y + z = 34$$

$$x + 2y + 3z = 26$$

这里， x 、 y 、 z 分别是上等、中等、下等黍的每捆出米斗数。它们是要量出的量，称为未知数。这个方程组里一共有三个未知数，所以称为“三元”。“元”应该是“天元”的简称，也就是未知数。这个词是 13 世纪金国的数学家李冶发明的。

460~455—公元前 400) 亲身经历了这场灾难，在大病之中差点儿送了性命。他在《伯罗奔尼撒战争史》中对灾疫的描述是现存唯一的现场目击者记录。

这场灾难对雅典的打击是毁灭性的，这座城市的人口减少了至少三分之一，损失了大批年轻力壮的战士。在此后的几年里，灾难一再来临，雅典已经精疲力竭，无论在政治上还是军事上都无法同敌人抗衡了。雅典的老百姓开始诅咒奥林匹亚的神明，埋怨他们站到了敌人一边。为了改善与神明之间的关系，领袖们紧急拜访了德洛斯岛上最著名的预言家。经过一连串神秘而复杂的巫术仪式，预言家宣称找到了解决危机的办法：

“你们必须在德洛斯岛给阿波罗神庙重新建造一座神坛，它必须是现在神坛体积的两倍。”

德洛斯岛地处爱琴海的中心，面积只有四十平方公里。然而这个弹丸之地对古希腊人的意义却十分重大。相传天神宙斯的一对儿女，山林、猎兽之神阿尔忒弥斯与光明、太阳、真理、音乐和诗歌之神阿波罗就出生在这座小岛上。

魏晋时期的数学家刘徽（约公元 225—公元 295）为《九章算术》作注时是这么定义“方程”的：“程，课程也。群物总杂，各列有数，总言其实，令每行为率。二物者再程，三物者三程，皆如物数程之，并列为行，故谓之方程。”这话需要简单翻译一下。“课程”不是我们今天上课的课程，而是指按不同物品的数量关系列出的等式。“实”是式中的常数项（比如上面方程中的 39、34、26 等）。“令每行为率”，就是根据一个条件列一行等式。“如物数程之”，就是有几个未知数就必须列出几个等式。所以“二物者再程，三物者三程”。“方”的本意是并排。把两条船并起来，船栓拴在一起，在古语里就叫作方。所以列出的一系列等式叫作“方程”。而如今，我们赋予刘徽古老的“方程”这个词新的含义。

现在让我们看看多项方程式：

$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x^1 + a_0 = 0$ 。这里， $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 都是已知数，而且 $a_n \neq 0$ 。这个方程含有一个未知数 x ，所以是一元方程； x 的幂次最高为 n ，所以称为一元 n 次方程。所有满足这个方程的 x 的值叫作方程的“根”，或者方程的“解”。如果所有的根都能用一个公式来表达，那么这个公式就是该方程的通解。比如一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的通解是

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}。$$

为了使德洛斯岛更加圣洁，雅典人把岛上古墓里的尸体全部挖出来，运到其他岛上去了。新神坛很快就建起来，比旧神坛富丽堂皇多了。这时，人们忽然意识到犯了一个严重的错误：他们把神坛的每一条边都增大了一倍，这么一来，新神坛的体积就成了旧神坛的八倍。

灾疫继续流行，而且越来越严重，更多的人死去。看来阿波罗要继续惩罚雅典人，直到他们灭亡为止，而雅典却找不出一个有能力建造二倍神坛的人来。

其实，从今天代数学的角度看来，二倍神坛是一个非常简单的一元三次方程问题：

$$X^3=2 \quad (1)$$

找到这个方程的正根，也就是 $\sqrt[3]{2}$ ，二倍神坛的问题就解决了。

为什么是这样？为了简单起见，我们先假定神坛的形状是一个立方体。边长是 a 的立方体的体积为 $V_a=a^3$ 。边长是 b 的立方体的体积为 $V_b=b^3$ 。如果 $V_b=2 \times V_a$ ，那么 $\frac{V_b}{V_a}=\frac{b^3}{a^3}=\left(\frac{b}{a}\right)^3=2$ 。由此可以推导出 $\frac{b}{a}=\sqrt[3]{2}$ 。所以 $b=\sqrt[3]{2} a$ 。复杂形状的神坛也是一样。表一列出一些常见的几何形状和它们的体积计算公式。请读者验证一下，对于任何一种几何形状，二倍体积都相当于把三个对应的长度乘以 $\sqrt[3]{2}$ 。

注意表一中的体积公式都是利用代数方法表达的。可代数概念的萌芽要在一千五百年之后才会出现呢。古希腊人熟悉的是几何学。事实上，他们酷爱甚至崇拜几何学，认为它是上天赐予的最为美丽和谐的理论。几何学需要用尺规作图法，也就是完全依靠圆规和没有刻度的直尺，来解决这个二倍神坛问题。为什么不用带刻度的直尺呢？这是因为一旦依靠读取刻度来确定一条线的长度，问题就具体化了，无法找到通解（也叫普遍解）。另外，2 的三次方根（ $\sqrt[3]{2}$ ）是个无理数，也就是说，

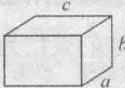
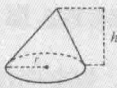
它不能写成两数之比。如果把它写成小数的形式，小数点之后有无穷多个数字，而且不会循环（所以无理数也被称为无限不循环小数）。通过读取刻度得到的长度必然带有误差，永远得不到绝对准确的结果。

经过几十年的努力，仍然没人能够解决这个难题。最后德洛斯联盟的领袖们找到了柏拉图（Plato，约公元前 427—约公元前

348）。出生在大灾疫之中的柏拉图把这个难题带到他的学院，并将其称之为“德洛斯难题”。

无数的希腊几何学家、天文学家甚至哲学家都费尽心机研究这个问题。柏拉图却警告他们说，阿波罗是在戏弄我们，因为雅典轻视教育；太阳神嘲笑我们无知，他要我们真心努力钻研几何学，而不是仅仅把它当作无聊时解闷的游戏。柏拉图还说，阿波罗给出这个难题，是希望我们调动所有的希腊人，停止战争，放弃敌意，在缪斯女神的呼唤之下齐心协力，用真诚的热情以及从推理和数学中得到的智慧和平地生活在一

表一：几种常见的几何形状和它们的体积计算公式

名称	图示	体积公式
立方体 (边长 = a)		$a \times a \times a = a^3$
长方体（三条相互垂直的边长为 a, b, c ）		$a \times b \times c$
球体 (半径 = r)		$\frac{4}{3} \times \pi \times r^3$
椭球体 (三个半轴分别是 r_1, r_2, r_3)		$\frac{4}{3} \times \pi \times r_1 \times r_2 \times r_3$
圆柱体 (截面半径 = r ，垂直于截面的高 = h)		$\pi \times r^2 \times h$
圆锥体（底面半径 = r ，高 = h ）		$\frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$

起，互助互利而不是相互侵害。

可是政客和将军们哪里会把哲学家的话放在心上？公元前 415 年，野心勃勃的雅典议事会孤注一掷，派出倾国之力，以空前庞大的海军攻打位于西西里岛东南端的城邦叙拉古，企图从那里登岛，逐步占领整个西西里，进而挺进意大利半岛，向欧洲扩张。代表雅典十个部落的将领之间争论不休，严重干扰了作战的决策。叙拉古海湾一役，海军全军覆没，雅典被迫投降。后世有人认为，公元前 430 年的灾疫具有非同寻常的历史意义。假如没有那场灾疫，就没有雅典城邦的消亡，恐怕也就没有马其顿的兴起和古罗马的称霸。世界历史就不是今天这个样子了。

汹涌的战争浪潮之下，
希腊和她的基床
建立在永恒的
思维结晶的大海之上。

摘自 19 世纪英国浪漫诗人雪莱（Percy Bysshe Shelley，
公元 1792—公元 1822）的抒情诗剧《希腊》（*Hellas*）

第一章 开天辟地

起初，宇宙是一团空虚和混沌。在天和地出现之前，宇宙之内只有阿普苏和提阿马特。阿普苏是淡水之神，他来自无底的深渊。他的爱人提阿马特是咸水之神。淡水和咸水缠绕在一起，就生下了埃亚和他众多的弟弟妹妹。这些小神祇都居住在提阿马特庞大的躯体之内。提阿马特的形象有时像蛇，有时像龙。她非常巨大，可以盖住地中海。小东西们整天打打闹闹，让他们的父母厌烦不堪，父亲阿普苏打算杀死他们。埃亚提前得到了警告，便杀死了父亲，成为众神之首。他和配偶达姆金娜生下了儿子马尔杜克，这个新生儿显示出非凡的能力，让他的祖母提阿马特焦躁不安。

提阿马特想要杀死埃亚，以报杀夫之仇。她还生出十一条怪龙来协助作战，并为自己创造了一个新丈夫金固（King，这个名字的意思是“没有技艺的劳动者”），使他成为最高主宰。面对提阿马特的强大势力，以埃亚为首的反对派显得无能为力。这时，马尔杜克挺身而出，经过惨烈的搏斗，杀死了祖母提阿马特，用她的身体创造出了天和地；又杀死了金固，用他的鲜血和地上的泥土塑造出人类，并使他们活起来。

马尔杜克创造的天地很独特：地是扁平的圆盘，被海洋环绕着，人类可居住的土地是一整块圆形的大陆，从一个海洋漂浮到另一个海洋。天是巨大的弧形的圆盖，覆掩着大地。海水一直延伸到极远处，那是人与神分界的地方。众神还为自己修建了一座可以居住的城市，那就是巴比伦城。

这个创世纪的传奇故事是古巴比伦的著名史诗《埃努玛·埃利什》的主要内容。史诗以楔形文字镌刻在七块泥板上，发现于中东名城尼尼微（位于今天的伊拉克摩苏尔地区）里面的亚述巴尼拔图书馆遗址。故

事里的巴比伦城是真实存在的，它坐落在狭长而肥沃的美索不达米亚平原上，两条近于平行的河流把它夹在中间。这两条河，一条是幼发拉底河，一条是底格里斯河，它们是人类文明的母亲之河。早在公元前 23 世纪，苏美尔人就在两河流域建立了人类历史上第一个帝国阿卡德。巴比伦人的祖先亚摩利人在公元前 21 世纪迁徙至此，打败了苏美尔人，在巴比伦定居下来，巴比伦城的雏形初现。大约在公元前 18 世纪，一个名叫汉谟拉比（Hammurabi，约公元前 1792—公元前 1750）的亚摩利国王建立了巴比伦帝国，统治了大约四十年。巴比伦城的规模日益膨胀，变得越来越雄伟。从那时候起，美索不达米亚平原的南部有了一个新的名字，叫作巴比伦尼亚。巴比伦人从苏美尔人那里学会了楔形文字，用来记录周围发生的一切。他们把文字刻在黏土制作的泥板上，经过烧制成为类似红砖颜色的泥板，整整齐齐地码放在神殿里。随着大量的黏土泥板的陆续发现，我们对这个大约出现在四千年前的古老文明有了一些大致的了解。

1901 年，瑞士考古学家热魁尔（Gustave Jéquier，公元 1868—公元 1946）在位于今天伊朗胡齐斯坦省的著名古城苏撒里发现了一尊二米多高的黑色玄武岩石碑，上面用楔形文字镌刻了二百八十二条古巴比伦法律，这就是著名的汉谟拉比法典。它是迄今发现的人类史上最早的法律条文。石碑的顶端雕刻了汉谟拉比的形象：长髯及胸，相貌威严的国王从马尔杜克手中接过象征皇权的徽章。他在法典的前言中宣告：“马尔杜克授权于我统治天下，我做到了公义，并为被压迫者带来了福祉。”

汉谟拉比法典在人类发展史上具有重要意义，它包含了早期宪法的萌芽，无罪推定的思想，原告人与被告人都必须提供证据的理念，还有“以眼还眼、以牙还牙”的惩罚方式。