



普通高等教育规划教材

Physics  
(waves and optics)

# 大学物理学

## (波动与光学)

主 编 王登龙  
主 审 颜晓红

Physics  
(waves and optics)



北京邮电大学出版社  
[www.buptpress.com](http://www.buptpress.com)



“十三五”普通高等教育规划教材

# 大学物理学

(波动与光学)

主 编 王登龙  
副主编 王晓强 钟瑞霞  
主 审 颜晓红



北京邮电大学出版社  
• 北京 •

## 内容简介

本书为“互联网+”立体化教材,是对全新的立体化“互联网+”教材的一种探索.教材是在“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材《大学物理学》的基础上进行改编的,并配以手机 APP 和网络教学平台等新的辅助教学手段,构建了丰富的学习资源库,便于各高校师生教与学.

本书配有手机 APP 学习资源和网络教学平台.本书以机械波和光学为主要内容,分为振动、波动、几何光学,光的干涉、光的衍射、光的偏振 6 章;手机 APP 学习资源有 AR 扫描、虚拟学习、智能习题、知识框图、拓展阅读、科学巨匠等信息资源;网络教学平台包含有题库考试系统、学习资源库和网络课程.

本书可作为高等工科院校、农林院校等各专业的物理教材,也可作为综合大学和师范院校非物理专业的教材或参考书.

## 图书在版编目(CIP)数据

大学物理学.波动与光学/王登龙主编.--北京:北京邮电大学出版社,2017.8

ISBN 978-7-5635-5216-0

I. ①大… II. ①王… III. ①物理学—高等学校—教材②光学—高等学校—教材 IV. ①O4②O43

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 192584 号

- |      |                                                      |
|------|------------------------------------------------------|
| 书 名  | 大学物理学(波动与光学)                                         |
| 主 编  | 王登龙                                                  |
| 责任编辑 | 唐咸荣                                                  |
| 出版发行 | 北京邮电大学出版社                                            |
| 社 址  | 北京市海淀区西土城路 10 号(100876)                              |
| 电话传真 | 010-82333010 62282185(发行部) 010-82333009 62283578(传真) |
| 网 址  | www3.buptpress.com                                   |
| 电子信箱 | ctrd@buptpress.com                                   |
| 经 销  | 各地新华书店                                               |
| 印 刷  | 北京泽宇印刷有限公司                                           |
| 开 本  | 787 mm×1 092 mm 1/16                                 |
| 印 张  | 14                                                   |
| 字 数  | 348 千字                                               |
| 版 次  | 2017 年 8 月第 1 版 2017 年 8 月第 1 次印刷                    |

ISBN 978-7-5635-5216-0

定价: 32.00 元

如有质量问题请与发行部联系

版权所有 侵权必究

# 广益教育“九斗”APP 操作说明

本书为“互联网+”立体化教材，配有广益教育助学助教平台——“九斗”APP。

使用前，请按照以下步骤操作使用。

步骤一，使用智能手机扫描本书封面图标中的二维码（见下图），下载安装免费的“九斗”APP。提示：下载界面会自动识别安卓或苹果手机。



步骤二，安装成功之后，点击“九斗”APP 进入使用界面。

步骤三，首次使用请先注册。如果您是教师用户请提交资料进行审核，审核通过后即可获得教师的相关功能。

步骤四，注册成功后，使用时，按照软件提示或宣传视频操作即可。

提示：1. 浏览资源请先扫描封底二维码进行教材验证；

2. 教材中带有  标志的图片可以使用 AR 扫描显示相关内容；

3. 教材中的二维码资源请使用“九斗”APP 中的扫一扫功能进行浏览。

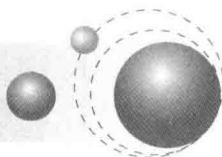
在使用过程中，如有疑问，请随时与我们联系！

联系电话：010-82330186、13811568712

客服 QQ：2158198813

电子邮箱：kf@guangyiedu.com

# 前 言



随着互联网技术的发展,一种全新的生活、工作、学习体验日益影响着人们的习惯,尤其是把最新的技术应用到传统领域的突破,给我们带来了一种惊喜.对大学物理这门课程来说,很多专业人士都在努力尝试用一种直观的方法让学生充分体验物理的奥妙.开始从演示实验为主,后来发展到计算机仿真,直到现在的虚拟现实和增强现实.可以说,大学物理课程的教与学迎来了一次创新变革的契机,正是在这种情况下我们推出了全新的立体化的“互联网+”教材.

根据使用教材院校的反馈信息,我们对“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材《大学物理学》进行改编,把它分为四册,分别为《大学物理学(力学与电磁学)》《大学物理学(热学)》《大学物理学(波动与光学)》《大学物理学(近代物理学)》,每册书均配以手机 APP 和线上学习平台等教学辅助资料,建设了丰富的学习资源库,便于各高校师生的教与学.

本书是大学物理课程系列分册教材之一,内容为波动与光学部分.全书包括振动、波动、几何光学、光的干涉、光的衍射、光的偏振 6 章.每章的习题部分均含有选择题、填空题和解答题 3 种题型,题量大,难易度适中.

大学物理课程是理工科大学生一门重要的基础课,对于非物理专业的学生来说,可能不会直接运用物理学的定律和公式去解决工作中的问题,但是我们相信,在以后的工作和生活当中,都将会从所学到的物理学知识及物理学研究方法中得到益处、受到启迪,甚至激发出灵感.

全书除保持原有国家级规划教材的优质内容外,在手机端和 PC 端提供了具有空间感、趣味性的 AR 交互学习资源,以及部分重难点知识的讲解视频,还有大量的习题和拓展阅读知识,读者可自行下载使用学习.

本书由王登龙教授担任主编,负责全书的修改和定稿工作;由王晓强、钟瑞霞担任副主编;由颜晓红教授担任主审.本书由胡柯负责编写振动、波动、几何光学等内容;王登龙负责编写光的干涉、光的衍射、光的偏振等内容;参加编写的人员还有时光、魏珺芳、魏含志、郝爱民、马琳、张晓燕、刁玉强.在编写过程中,北京邮电大学出版社有关人员在本书的编辑出

版过程中付出了大量的劳动,在此一并致谢.

编写全新的立体化的“互联网+”教材是一种探索,由于编者水平有限,不妥和疏漏之处,恳请读者批评指正,以便再版时改进.

# 目 录

## 第 1 章 振动

/1



1.1 简谐振动的动力学特征 /2

1.2 简谐振动的运动学 /5

1.3 简谐振动的能量 /11

1.4 简谐振动的合成 /13

1.5 振动的频谱分析 /21

1.6 阻尼振动 /22

1.7 受迫振动 /24

1.8 共振 /25

1.9 非线性振动简介 /26

阅读材料 超声波的生物效应 /29

习题 /32

## 第 2 章 波动

/35



2.1 机械波的形成和传播 /36

2.2 平面简谐波的波动方程 /42

2.3 波的能量 /51

2.4 声强 /55

2.5 惠更斯原理 /57

2.6 波的叠加和干涉 /60

2.7 驻波 /65

2.8 多普勒效应 冲击波 /73

2.9 色散 波包 群速度 /79

阅读材料 非线性波 孤波 /82

习题 /84

## 第 3 章 几何光学

/89



3.1 几何光学的基本定律 /90

3.2 球面折射 /91

3.3 透镜 /94

3.4 共轴球面系统的基点和成像公式 /99

PHYSICS

- 3.5 眼睛 /101  
 3.6 放大镜 /108  
 3.7 显微镜 /109  
 习题 /115

#### 第4章 光的干涉 /117



- 4.1 光源 光的相干性 /118  
 4.2 杨氏双缝干涉实验 /122  
 4.3 光程与光程差 /125  
 4.4 薄膜干涉 /128  
 4.5 劈尖干涉 牛顿环 /131  
 4.6 迈克耳孙干涉仪 /137  
 阅读材料 全息照相 /142  
 习题 /147

#### 第5章 光的衍射 /150



- 5.1 光的衍射 惠更斯-菲涅耳原理 /151  
 5.2 单缝夫琅禾费衍射 /153  
 5.3 衍射光栅 /158  
 5.4 圆孔衍射 光学仪器的分辨率 /165  
 5.5 X射线的衍射 /168  
 阅读材料 光纤通信 /172  
 习题 /179

#### 第6章 光的偏振 /181



- 6.1 自然光和偏振光 /182  
 6.2 起偏和检偏 马吕斯定律 /184  
 6.3 反射与折射时光的偏振 /187  
 6.4 散射光的偏振 /190  
 6.5 光的双折射 人为双折射现象 /191  
 6.6 偏振光的干涉 /194  
 6.7 旋光现象 /198  
 阅读材料 液晶 /201  
 习题 /208

#### 习题答案 /211



## 第 1 章 振 动

物体在某固定位置附近的往复运动叫作机械振动,它是物体一种普遍的运动形式.例如,活塞的往复运动、树叶在空气中的抖动、琴弦的振动、心脏的跳动等都是振动.物体在受到打击或摇摆、颠簸、发声时必有振动.任何一个具有质量和弹性的系统在其运动状态发生突变时都会发生振动.

广义地说,任何一个物理量在某一量值附近随时间作周期性变化都可以叫作振动.例如,交流电路中的电流、电压,振荡电路中的电场强度和磁场强度等均随时间作周期性的变化,因此都可以称为振动.这种振动虽然和机械振动有本质的不同,但它们都具有相同的数学特征和运动规律.所以,振动不仅是声学、地震学、建筑学、机械制造等必需的基础知识,也是电学、光学、无线电学的基础.

本章主要讨论简谐振动和振动的合成,并简要介绍阻尼振动、受迫振动和共振现象以及非线性振动.

## 1.1 简谐振动的动力学特征

简谐振动是振动中最基本最简单的振动形式,任何一个复杂的振动都可以看成若干个或无限多个简谐振动的合成.

一个作往复运动的物体,如果其偏离平衡位置的位移  $x$  (或角位移  $\theta$ ) 随时间  $t$  按余弦 (或正弦) 规律变化,即

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (1.1)$$

则称这种振动为简谐振动.

研究表明,作简谐振动的物体 (或系统), 尽管描述它们偏离平衡位置位移的物理量可以千差万别, 但描述它们动力学特征的运动方程或微分方程的形式则完全相同.

### 1.1.1 弹簧振子模型

将轻弹簧 (质量可忽略不计) 一端固定, 另一端与质量为  $m$  的物体 (可视为质点) 相连, 若该系统在振动过程中, 弹簧的形变较小 (形变弹簧作用于物体的力总是满足胡克定律), 那么, 这样的 “弹簧 + 物体” 系统称为弹簧振子.

如图 1.1 所示, 将弹簧振子水平放置, 使振子在水平光滑支撑面上振动. 以弹簧处于自然状态 (弹簧既未伸长也未压缩的状态) 的稳定平衡位置为坐标原点, 当振子偏离平衡位置的位移为  $x$  时, 其受到的弹力作用为

$$F = -kx \quad (1.2)$$

式中,  $k$  为弹簧的劲度系数, 负号表示弹力的方向与振子的位移方向相反, 即振子在运动过程中受到的力总是指向平衡位置. 弹力的大小与振子偏离平衡位置的位移成正比, 这种力称为线性回复力.

如果不计阻力 (如振子与支撑面的摩擦力, 在空气中运动时受到的介质阻力及其他能量损耗), 则振子的运动微分方程为

$$\begin{aligned} -kx &= m \frac{d^2 x}{dt^2} \\ \text{令} \quad \omega^2 &= \frac{k}{m} \end{aligned} \quad (1.3)$$

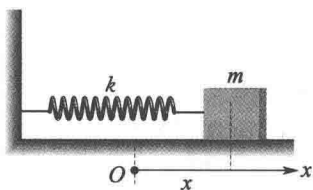


图 1.1 弹簧振子

则有

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad (1.4)$$

方程(1.4)的解就是式(1.1)<sup>①</sup>,式(1.4)就是描述简谐振动的运动微分方程.由此,可以给出简谐振动的一种更普遍的定义:如某力学系统的动力学方程可归结为式(1.4)的形式,且其中常量 $\omega$ 仅决定于振动系统本身的性质,则该系统的运动即为简谐振动.能满足式(1.4)的系统,又可称为谐振子系统.

### 1.1.2 微振动的简谐近似

上述弹簧振子(谐振子)是一个理想模型.实际发生的振动大多较为复杂,一方面回复力可能不是弹力,而是重力、浮力或其他力;另一方面回复力可能是非线性的,只能在一定条件下才可近似当作线性回复力,如单摆、复摆、扭摆等.

一端固定且不可伸长的细线与可视为质点的物体相连,当它在竖直平面内作小角度( $\theta \leq 5^\circ$ )摆动时,该系统称为单摆,如图1.2所示.

以摆球为研究对象,单摆的运动可看作绕过C点的水平轴转动.显然,摆球在铅直方向CO处为平衡位置(回复力为零的位置).当摆线偏离铅直方向 $\theta$ 角时( $\theta$ 在此处称为角位移),摆球受到重力 $G$ 与绳拉力 $T$ 的合力,对过C点水平轴的力矩为

$$M = -mgl \sin \theta \quad (1.5)$$

式中负号表示力矩的方向总是与角位移的方向相反.将 $\theta$ 值用弧度表示,在 $\theta \leq 5^\circ$ 时,则有 $\sin \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \dots$ ,略去高阶无穷小,式(1.5)可近似简化为

$$M = -mgl\theta \quad (1.6)$$

此时的回复力矩与角位移成正比而反向.

若不计阻力,由转动定律可写出摆球的动力学方程为

$$-mgl\theta = ml^2 \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\text{令} \quad \omega^2 = \frac{g}{l} \quad (1.7)$$

$$\text{则有} \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0 \quad (1.8)$$

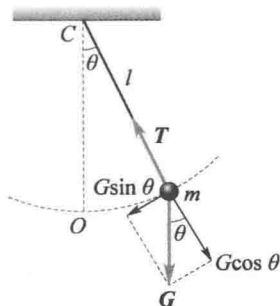


图 1.2 单摆

<sup>①</sup> 根据微分方程理论,方程(1.4)的通解为 $x = Ae^{i(\omega t + \varphi_0)} = A\cos(\omega t + \varphi_0) + iA\sin(\omega t + \varphi_0)$ .在经典物理中我们只用实数部分表示物理量,描述机械振动通常用余弦函数,所以方程(1.4)的解取式(1.1).

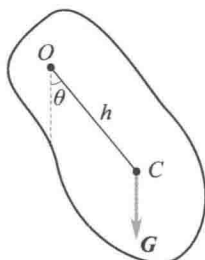


图 1.3 复摆

即单摆的小角度摆动是简谐振动。

绕不过质心的水平固定轴转动的刚体称为复摆<sup>①</sup>, 如图 1.3 所示. 质心  $C$  在铅直位置时为平衡位置, 以质心  $C$  至轴心  $O$  的距离  $h$  为摆长, 同上分析, 当  $\theta \leq 5^\circ$  时复摆的动力学方程为

$$-mgh\theta = J \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (1.9)$$

令

$$\omega^2 = \frac{mgh}{J} \quad (1.10)$$

式中,  $J$  为刚体对过  $O$  点水平轴的转动惯量, 于是式 (1.9) 也可归为式 (1.8).

由上述讨论可知, 单摆或复摆在小角度摆动情况下, 经过近似处理, 它们的运动方程与弹簧振子的动力学方程具有完全相同的数学形式, 即式 (1.4) 和式 (1.8). 进一步的研究表明, 任何一个物理量 (如长度、角度、电流、电压以及化学反应中某种化学组分的浓度等) 的变化规律凡满足方程 (1.4), 且常量  $\omega$  决定于系统本身的性质, 则该物理量作简谐振动。

**例 1.1** 一质量为  $m$  的物体悬挂于轻弹簧下端, 不计空气阻力, 试证其在平衡位置附近的振动是简谐振动。

**证** 如图 1.4 所示, 以平衡位置  $A$  为原点, 向下为  $x$  轴正向, 设某一瞬时振子的坐标为  $x$ , 则物体在振动过程中的动力学方程为

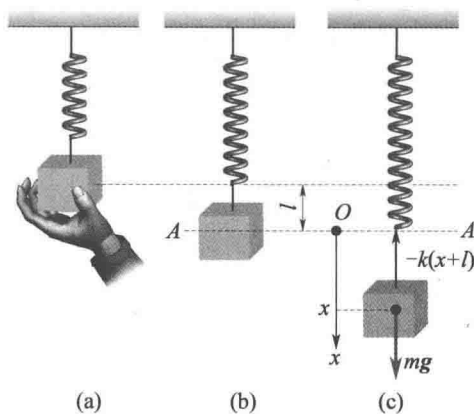


图 1.4

<sup>①</sup> 若悬线长  $l$  与“摆球”的线度  $r$  不满足  $l \gg r$ , 也称为复摆。

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -k(x+l) + mg$$

式中  $l$  是弹簧挂上重物后的静伸长. 因为  $mg = kl$ , 所以上式为

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx$$

即

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

式中  $\omega^2 = \frac{k}{m}$ . 于是该系统作简谐振动.

上例说明: 若一个谐振子系统受到一个恒力(以使系统中不出现非线性因素为限)作用, 只要将其坐标原点移至恒力作用下新的平衡位置, 则该系统仍是一个与原系统动力学特征相同的谐振子系统. 此时的回复力  $-k(x+l) + mg$  称为准弹性力.

## 1.2 简谐振动的运动学特征

### 1.2.1 简谐振动的运动学方程

如前所述, 微分方程  $\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$  的解可写作

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

式中,  $A$  和  $\varphi_0$  是由初始条件确定的两个积分常数. 式(1.4)称为简谐振动的运动学方程.

由于

$$\cos(\omega t + \varphi_0) = \sin\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right)$$

令  $\varphi' = \varphi_0 + \frac{\pi}{2}$ , 则式(1.4)也可写成

$$x = A \sin(\omega t + \varphi')$$

可见简谐振动的运动规律也可用正弦函数表示. 本教材对简谐振动统一用余弦函数表示.

### 1.2.2 描述简谐振动的三个重要参量

#### 1. 振幅 $A$

按简谐振动运动学方程, 物体的最大位移不能超过  $\pm A$ , 物体偏离平衡位置的最大位移 (或角位移) 的绝对值叫作振幅.

简谐振动的运动学方程对时间求一阶导数, 即得简谐振动的速度方程

$$v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (1.11)$$

将初始条件  $t = 0, x = x_0, v = v_0$  分别代入式 (1.1) 和式 (1.11), 得

$$\begin{cases} x_0 = A \cos \varphi_0 \\ -\frac{v_0}{\omega} = A \sin \varphi_0 \end{cases} \quad (1.12)$$

取两式平方和, 即求出振幅

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2} \quad (1.13)$$

例如, 当  $t = 0$  时, 物体位移为  $x_0$ , 而速度为零, 此时的  $|x_0|$  即为振幅, 又  $t = 0$  时, 物体在平衡位置, 而初速为  $v_0$ , 则  $A = \left|\frac{v_0}{\omega}\right|$ , 可见此时初速越大, 振幅越大.

#### 2. 周期、频率、角频率

物体作简谐振动时, 完成一次全振动所需的时间叫作简谐振动的周期, 用  $T$  表示. 由周期函数的性质, 有

$$\begin{aligned} A \cos(\omega t + \varphi_0) &= A \cos[\omega(t + T) + \varphi_0] \\ &= A \cos(\omega t + \varphi_0 + 2\pi) \end{aligned}$$

由此可知 
$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (1.14)$$

和周期密切相关的另一物理量是频率, 即单位时间内系统所完成的完全振动的次数, 用  $\nu$  表示,

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (1.15)$$

在国际单位制中,  $\nu$  的单位是赫兹 (Hz).

由式 (1.15), 有

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \quad (1.16)$$

表示系统在  $2\pi$  s 内完成的完全振动的次数,称为**角频率**(又称**圆频率**). 在国际单位中,其单位是弧度每秒(rad/s) 由上节讨论可知,简谐振动的角频率  $\omega$  是由系统的力学性质决定的,故又称之为固有(本征)角频率. 例如:

$$\text{弹簧振子} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\text{单摆} \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\text{复摆} \quad \omega = \sqrt{\frac{mgh}{J}}$$

由此确定的振动周期称为固有(本征)周期. 例如:

$$\text{弹簧振子} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (1.17)$$

$$\text{单摆} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1.18)$$

$$\text{复摆} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgh}} \quad (1.19)$$

### 3. 相位和初相位

简谐振动的振幅确定了振动的范围,频率或周期则描绘了振动的快慢. 不过仅有参量  $A$  和  $\omega$  还不能确切描述振动系统在任意瞬时的运动状态. 式(1.1)和式(1.11)表明,只有在  $A$ 、 $\omega$ 、 $\varphi_0$  为已知时,系统的振动状态才是完全确定的. 我们把能确定系统任意时刻振动状态的物理量

$$\varphi = \omega t + \varphi_0 \quad (1.20)$$

叫作简谐振动的**相位**(或称**周相**). 例如,当相位  $(\omega t_1 + \varphi_0) = \pi/2$  时,有  $x = 0, v = -\omega A$ , 表明系统此时的振动状态是:振子处于平衡位置并以速率  $\omega A$  向  $x$  轴负方向运动;当相位  $(\omega t_2 + \varphi_0) = 3\pi/2$  时,有  $x = 0, v = \omega A$ , 此时系统的振动状态为:振子处于平衡位置并以速率  $\omega A$  向  $x$  轴正向运动. 可见,在  $t_1$  和  $t_2$  时刻,振动相位不同,系统的振动状态就不相同. 系统的一个确定的振动状态必与一个确定的振动相位对应. 例如,若某时刻系统的位移为  $x = A/2$ , 而速度  $v > 0$  (向正最大位移方向移动),则由式(1.11)可知,与此运动状态对应的振动相位为  $\varphi = -\pi/3$  (或  $5\pi/3$ ).

两振动相位之差  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ , 称作**相位差**. 若相位差等于零或  $2\pi$  的整数倍,则称两振动同步,如果两振动的振幅和频率也相同,则表明此时它们的振动状态相同. 若  $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$ , 则称两振动的相位相反,表明它们的运动状态相反;若  $0 < \Delta\varphi <$

$\pi$ , 则称  $\varphi_2$  超前于  $\varphi_1$ , 或说  $\varphi_1$  滞后于  $\varphi_2$ . 总之, 相位差的不同, 反映了两个振动不同程度的参差错落.

用相位表征简谐振动的运动状态还能充分地反映简谐振动的周期性. 简谐振动在一个周期内所经历的运动状态每时每刻都不相同, 从相位来理解, 这相当于相位经历了从 0 到  $2\pi$  的变化过程. 因此, 对于两个以相同振幅和频率振动的系统, 若它们的运动状态相同, 则它们所对应的相位差必定为  $2\pi$  或  $2\pi$  的整数倍.

$t = 0$  时的相位叫作初相位. 由式(1.1)可得

$$\tan \varphi_0 = -\frac{v_0}{\omega x_0} \quad (1.21)$$

可见, 初相位也是由初始条件确定.

由式(1.21)求出的值, 代入式(1.1)和式(1.11), 使两式均成立的  $\varphi_0$  值, 即为该时刻的初相位值.

若已知振子的初始振动状态, 则可直接由式(1.11)分析得出其初相位. 例如, 若  $t = 0, x_0 = -A/2$ , 而  $v < 0$ , 由式(1.11)可推知, 与此振动状态对应的初相位为  $\varphi_0 = 2\pi/3$ .

### 1.2.3 简谐振动的旋转矢量表示法

在研究简谐振动问题时, 常采用一种较为直观的几何方法, 即旋转矢量表示法.

如图 1.5 所示, 从坐标原点  $O$  (平衡位置) 画一矢量  $\mathbf{A}$ , 使它的长度等于简谐振动的振幅  $A$ , 并令  $t = 0$  时  $\mathbf{A}$  与  $x$  轴的夹角等于简谐振动的初相位  $\varphi_0$ , 然后使  $\mathbf{A}$  以等于角频率  $\omega$  的角速度在平面上绕  $O$  点作逆时针匀角速转动, 这样作出的矢量称为旋转矢量. 显然, 旋转矢量  $\mathbf{A}$  任一时刻在  $x$  轴上的投影  $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$  就描述了一个简谐振动, 旋转矢量末端沿圆周运动的速度大小等于  $\omega A$ , 其方向与  $x$  轴的夹角等于  $\omega t + \varphi_0 + \pi/2$ , 在  $x$  轴上的投影为  $\omega A \cos(\omega t + \varphi_0 + \pi/2) = -\omega A \sin(\omega t + \varphi_0)$ , 这就是简谐振动的速度方程; 旋转矢量末端作圆周运动的加速度  $a_n = \omega^2 A$ , 它与  $x$  轴的夹角为  $\omega t + \varphi_0 + \pi$ , 所以加速度在  $x$  轴上的投影为

$$\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi_0 + \pi) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x$$

以上讨论表明, 简谐振动速度的相位比位移超前  $\frac{\pi}{2}$ , 加速度的相位比速度超前  $\frac{\pi}{2}$ , 比位移超前  $\pi$ .

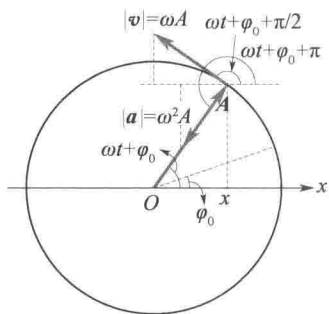


图 1.5 旋转矢量法

**例 1.2** 轻质弹簧振子沿  $x$  轴作简谐振动, 振幅为  $0.4\text{ m}$ , 周期为  $2\text{ s}$ , 当  $t = 0$  时, 位移为  $0.2\text{ m}$ , 且向  $x$  轴负方向运动, 求简谐振动的振动方程, 并画出  $t = 0$  时的旋转矢量图.

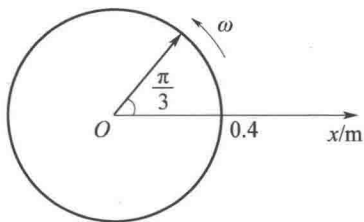


图 1.6

**解** 设此简谐振动的振动方程为

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

则其速度为

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

将  $A = 0.4\text{ m}$ ,  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi$  和  $t = 0$  时,  $x_0 = 0.2\text{ m}$ , 代入  $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$  得

$$\varphi_0 = \pm \frac{\pi}{3}$$

再由  $t = 0$  时,  $v_0 < 0$  的条件, 得  $v_0 = -0.4\pi \sin \varphi_0 < 0$ , 所以

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{3}$$

于是此简谐振动的振动方程为  $x = 0.4 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) (\text{m})$

$t = 0$  时的旋转矢量图如图 1.6 所示.

**例 1.3** 已知简谐振动曲线如图 1.7 所示, 试写出其振动方程.

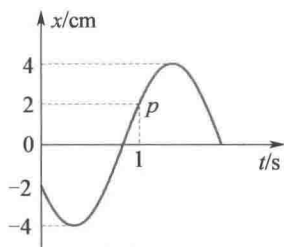


图 1.7