

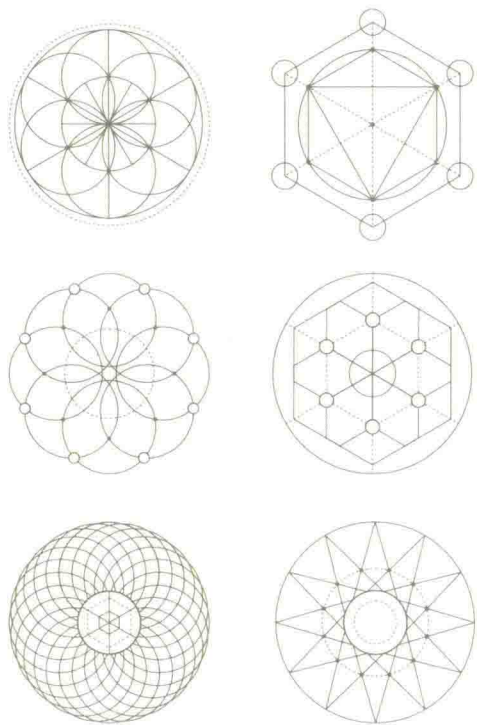
高考中的数学文化

让数学阅读简单又有趣

胡典顺 孔凡祥 编著

翻开它，我们一同去寻找数学文化中“吟安一个字，拈断数茎须”的严谨美，“大漠孤烟直，长河落日圆”的画面美，“绿蚁新醅酒，红泥小火炉”的趣味美吧！

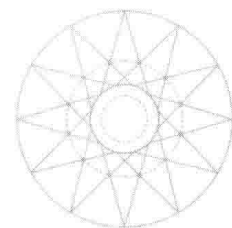
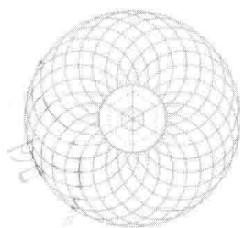
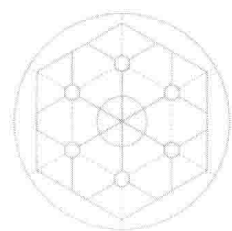
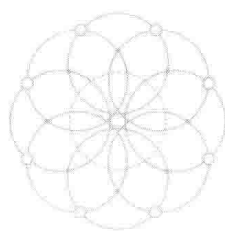
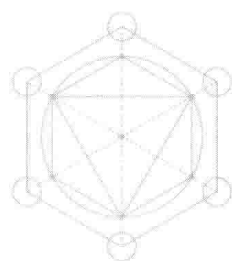
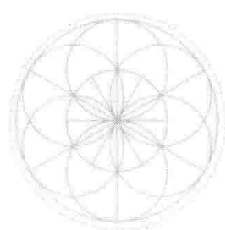
百
三
石厘
步
里
寻
尺
升
分
仟
拾
贰
雉
肆
九
陆
陆
壹
四
筵
玖
乘
几
毫
矢
柒
十



高考中的数学文化

让数学阅读简单又有趣

胡典顺 孔凡祥 编著



图书在版编目 (C I P) 数据

高考中的数学文化：让数学阅读简单又有趣 / 胡典顺，
孔凡祥编著. — 武汉：湖北科学技术出版社，2017.7
ISBN 978-7-5352-9586-6

I. ①高… II. ①胡… ②孔… III. ①中学数学课 —
高中 — 升学参考资料 IV. ①G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字 (2017) 第 183265 号

策 划：韩小婷

责任编辑：韩小婷 胡 静

封面设计：胡 博

出版发行：湖北科学技术出版社

电话：027-87679468

地 址：武汉市雄楚大街 268 号

邮编：430070

（湖北出版文化城 B 座 13-14 层）

网 址：<http://www.hbstp.com.cn>

印 刷：武汉立信邦和彩色印刷有限公司

邮编：430026

700×1000 1/16

20.5 印张

280 千字

2017 年 9 月第 1 版

2017 年 9 月第 1 次印刷

定价：45.00 元

本书如有印装质量问题 可找本社市场部更换

前言

数学一直是文明和文化的重要组成部分,包括柏拉图在内的很多人,都把数学看作是文化的最高理想.数学一直是形成现代文化的主要力量,也是现代文化极其重要的因素.英国数学家、哲学家怀特海在其著名的演讲《数学与善》中宣称:如果文明继续发展,那么在今后 2000 年,人类思想中压倒一切的新特点将是数学理解占统治地位.美国数学家怀尔德提出“数学是一种文化体系”的数学哲学观,数学知识是学习一种文化传统,而数学活动就其性质来说是社会性的.

长期以来,数学教育强调的是知识的传授和技能的训练.学生基本上是听讲、模仿和记忆,再现教师所传授的知识.著名数学家丁石孙教授在《数学与教育》一书中指出:我们长期以来不仅没有认识到数学的文化教育功能,甚至不了解数学是一种文化,这种状况在相当程度上影响了数学研究和数学教学.事实上,中学数学课程并不是针对任何专门技术训练而开设的,它是公共文化的一部分.对于数学教育,我们要小心,不要教出这样的学生,他们不懂得去欣赏数学作为我们伟大文化的实质.《普通高中数学课程标准(实验)》把“体现数学的文化价值”作为高中数学课程的十大基本理念之一,强调数学文化是贯穿整个高中数学课程的重要内容,要求把数学文化渗透到每个模块或专题中.《高中数学课程标准解读》明确指出,数学课程的目标要考虑两个层次:具体的知识技能方法的层次和无形的文化层次.

教育部考试中心公布的《关于 2017 年普通高考考试大纲修订内容的通知》中对高考数学提出了增加数学文化内容的要求.这一文件的公布,是从考试命题的角度正式地、明确地要求要把数学文化融入数学试题.可以预见,数学文化在未来高考数学命题中定会越来越受到重视.显然,在高考试题中渗透数学文化,可以适当引导数学教学,使得更多的教师关注数学文化,研究数学文化,将数学的本质传授给学生.学生通过数

学文化的熏陶,可以充分认识数学的科学价值和人文价值,崇尚数学的理性精神,形成审慎的思维习惯,体会数学的美学意义,进而促进健全人格的养成.近年来,数学文化在高考数学试题中已经有所体现,高考试题无论是在具体的数学内容还是在问题情境、提问方式等方面对于数学文化的渗透都做过一些有益的尝试.然而,数学文化究竟如何在数学试题中体现出来,对广大一线教师和学生而言,还是比较陌生的.

高考数学试题如何体现数学文化,一直是近年来华中师范大学数学与统计学学院数学教育研究团队努力探索的课题之一,本书正是我们研究团队在该方面的研究成果.参与本书编写工作的有:胡典顺、孔凡祥、于芹、雷沛瑶、陈斯、沈晓凯、朱晓语、魏珂、王晓宇、邓杰、文嫡、吴柳莹等.参加本书校对工作的有:朱梦琪、王静、刘婷、孙成成、刘先会、郑璐、刘美玲、王孟雅等.全书由华中师范大学数学与统计学学院博士研究生导师胡典顺教授整体设计、规划,并进行最后统稿.武汉市洪山高级中学数学特级教师孔凡祥老师参与书稿的策划、写作与讨论,并审读全文.在写作过程中,我们参阅了国内外大量相关文献资料,谨向这些文献的作者表示衷心感谢!本书编写得到了华中师范大学数学与统计学学院领导的大力支持,湖北省应城市第一高级中学青年才俊乔安国老师等提出了许多有益的建议,在此致以诚挚谢意!能完成本书,我们要向湖北科学技术出版社韩小婷主任表示衷心感谢,正是她给予我们出版本书的机会,也正是她仔细审阅书稿,提出了许多宝贵的修改意见,为本书增添了不少亮色.由于我们水平所限,书中出现的任何错误和疏漏都由本书作者负责,同时敬请专家和读者批评指正.

编 者

2017年5月9日



数学真
奇妙，一起
来探讨！

目 录

CONTENTS

- 第1章 别裁伪体亲风雅 转益算经是汝师
——探究《张丘建算经》中的两大数学问题 / 1
- 第2章 等闲识得古书语 阳马鳖臑皆无惧
——探究阳马和鳖臑相关问题 / 18
- 第3章 江山代有人才出 各领风骚数百年
——探索球体文化之旅 / 34
- 第4章 解不开的岐中易 摘不下的九连环
——探索九连环的奥秘 / 53
- 第5章 爱好由来难下笔 一图千改始心安
——“杨辉三角”的探秘之旅 / 69
- 第6章 兔子问题渊源长 最美数字显奇妙
——走进神奇的斐波那契数列 / 87
- 第7章 自变因变解何寻 柳暗花明又一村
——走进丰富多彩的函数世界 / 108
- 第8章 千变万化浑不怕 剥丝抽茧见真章
——探究灵活多变的三角函数 / 126

- 第9章 世事洞明皆学问 对数知识有文章
——品味神奇的对数 / 144
- 第10章 天长地久有时尽 此数绵绵无绝期
——探究神奇的常数 e / 160
- 第11章 两点定比一平面 曲径通幽化作圆
——阿波罗尼奥斯圆的奥秘 / 178
- 第12章 虚虚实实迷人眼 拨开迷雾见云天
——领略复数无穷变换的魅力 / 191
- 第13章 数理归纳一纸间 天光云影共徘徊
——探索数学归纳法的神奇奥妙 / 205
- 第14章 朝真暮伪何人辨 古往今来危机多
——数学史上的三次危机 / 221
- 第15章 无边落木萧萧下 不尽长江滚滚来
——对“无限”的探索 / 238
- 第16章 一尺之棰日取半 无限微丝细细牵
——微积分的发展历程 / 255
- 第17章 无烟战争少纸笔 密码传语立奇功
——数学与密码 / 274
- 第18章 或然随机藏深意 成败得失未可知
——走进争议不断的三门问题 / 288
- 第19章 颜料赤橙黄蓝褐 慢把地图来勾勒
——探索四色定理的奥秘 / 304
- 参考文献 / 317



扫一扫，
本章精粹尽
收囊！

第1章

别裁伪体亲风雅 转益算经是汝师

——探究《张丘建算经》中的两大数学问题

引子

试想一下，如果你穿越到古代，现在的知识派得上什么用场吗？如果你想去参加古代的科举考试，梦想以诗词歌赋、八股议文一举考中三甲进士，从此“春风得意马蹄疾，一日看尽长安花”，你还是洗洗睡吧！你连《滕王阁序》都背不了全文，还想以古文写议论文，太天真啦！还是用我大中国古今通吃的独门秘笈——数学吧！

也许你又要说，古代是士农工商，你可不想去当账房先生整天摸算盘，也不想当木匠天天锯木头，就想升官发财、加爵进禄，以“醉卧美人膝，醒掌杀人权”为人生的最高目标。那么，让我来告诉你，科举中还有一科是你可以参加的，就是明算科。

606年隋炀帝设立文采秀美科（进士科），科举制度创建伊始，到唐朝科举制度已渐为成熟，并发展为秀才科、进士科、明经科、明字科、明律科以及明算科六大科分科录取。其中明算科主要是为了选拔数学、天文、历法人才，国子学中也专门设置了算学科博士、助教以教授学生的天文知识。明算科的考试各个朝代各有特点，唐朝时主要分两科，第一科是从《九章算术》《周髀算经》《张丘建算经》等传统数学书中出题，有问答题，也有“帖读”题（类似于秀才科的“帖经”，也类似于今天的诗词填空题，一

般是将经书中的某一行去掉几个字,让考生将其补全,主要考察考生对经书的熟悉程度);第二科主要考《缀术》《缉古》两书的问答,其中《缀术》是祖冲之父子研究算术的心得,这本书在国子学中至少要学四年,涉及很多高深的数学问题,遗憾的是,这本书因为曲高和寡,到宋代以后就失传了。宋朝的明算科考试比唐朝更完备,例如在考历法时,需要考生推算出上个季度金、木、水、火、土几大行星在日出时所处的位置,涉及的数学知识具有一定的难度,因此,选拔出来的人才通常都是进入司天监,至少也是个正九品官员。也就是说,只要被宋朝的明算科录取,就可以直接做官了。

那么,请你猜猜,我们今天掌握的数学知识能通过古代科举明算科的考试吗?先来看一道《张丘建算经》中的数学题吧:

“今有女子不善织,日减功迟,初日织五尺,末日织一尺,今三十日织訖,问织几何?”

《张丘建算经》的探索之旅

在武侠小说的世界里,总存在一些武学奇书,如《九阴真经》《葵花宝典》等,似乎练武之人得到它们就可以打通任督二脉,练成绝世武功,横扫整个江湖。于是这些武学经典为习武之人觊觎,为了争夺它们,江湖中更是血雨腥风。而现实世界里,各行各业都有祖师爷们流传下来的奇妙经书,兵家有《孙子兵法》《吴子兵法》等;医家有《黄帝内经》《本草纲目》等;文学界更是有各类经典名著,那么数学界呢?

我国数学文化源远流长,并取得了举世瞩目的成就。同样,我们的祖师爷们也留下了类似《九阴真经》的经书,其中有 10 部经书最为出名,俗称“算经十书”,包括《周髀算经》《九章算术》《孙子算经》《五曹算经》《夏侯阳算经》《张丘建算经》《海岛算经》《五经算术》《缀术》《缉古算经》,并在唐朝作为国家最高学府的算学教科书,用以数学教育和考试。可以说,“算经十书”较完备地展现了我国古代数学各方面的成就,详尽地展现了我国古代的主要数学思想,称得上是先贤留下的数学秘笈了。

其中,《张丘建算经》约成书于北魏天安元年至太和九年间,是一部不亚于《九章算术》的数学著作。作者张丘建是南北朝时北魏人,相传其父母为贩鸡商人,小时候就帮着父母算账,故数学计算能力超强。他在书中自序的最后题“清河张丘建谨序”,除此之外无其他确切考证。《张丘建算经》是一部数学问题集,传本分为上、中、下三卷。卷中结尾及卷下开头均已残缺,保存下来的共有 92 个数学问题及其解答,其内容、范围与《九章算术》相仿,但在最大公约数与最小公倍数、等差数列、不定方程等方面则超过了《九章算术》的水平。

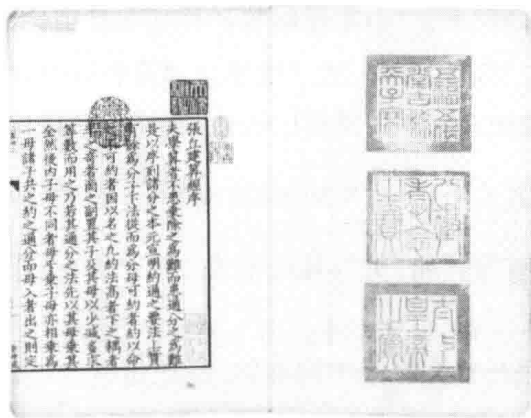


图 1.1 《张丘建算经》序言

正所谓“所以包罗万象,举一千从,运变无形而能化物”。我国古代的算经资源丰富,若要读完这些巨著,也许会同庄子一样感叹:“吾生也有涯,而知也无涯。以有涯随无涯,殆已!”然而,“万人从中一握手,使我衣袖三年香”,算经中所涉知识虽多,但哪怕我们只了解其中一二,也是获益匪浅的。因此,结合现在高中数学的知识基础,本章将简要介绍《张丘建算经》中的两大数学问题。

一、“女子不善织”问题

我们再看一下本章引文中提出的数学问题:

“今有女子不善织,日减功迟。初日织五尺,末日织一尺,今三十日织讫。问织几何?”

这道题翻译成现在白话文的数学题就是:有一个女子不善于织布,

她每天织的布都比前一天减少一些,并且减少的数量都相等,已知她第一天织了5尺,最后一天织了1尺,一共织了30天.问:她一共织了多少布?

学了等差数列的同学都知道,这是一道等差数列求和的问题,用现代数学语言表达就是:已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列,其中 $a_1=5, a_{30}=1$,求 S_{30} .

1000多年以前,张丘建是如何求得的呢?在书中又是如何描述其解法的呢?

张丘建在算经“术文”中这样解答:“并初末日织尺数,半之,余以乘织讫日数,即得.答曰:二匹一丈.”这段话的意思就是:将第一天和最后一天的织布数相加,除以二,再乘以天数,就可以求得这30天织布的总和.用今天的算式表示: $\frac{5+1}{2} \times 30 = 3 \times 30 = 90$.在古代布匹的长度单位中,“尺”之上还有“匹”和“丈”,其进率为1匹=4丈,1丈=10尺,所以90尺=2匹1丈.

以上就是张丘建在算经中的解答.张丘建本人虽然没有在算经中给出详细的计算过程,但是我们可以利用现代数学知识去推导他的算法:

如果我们将这名女子每天的织布数排列起来,看作是等差数列 $\{a_n\}$,则30天织布数的总和,用算式表示就是: $a_1+a_2+\cdots+a_{30}$,由于这是一个等差数列,所以 $a_1+a_{30}=a_2+a_{29}=\cdots=a_{15}+a_{16}$,这样,每一对相加的和都相等,且都等于6.已知这30项中一共有15对和为6的数,将它们全部相加即可得到结果.所以这30项的和为 $6 \times 15 = 90$.

熟悉高中等差数列知识的同学可能已经发现,这和我们用倒序相加求出的数列求和公式,即 $S_n = \frac{(a_1+a_n) \times n}{2}$,本质上是一样的.如果让我们的同学来解答这道题,立即会想到求和公式: $S_n = \frac{(a_1+a_n) \times n}{2}$.代入题中数据,可知: $S_{30} = \frac{(a_1+a_{30}) \times 30}{2} = \frac{(5+1) \times 30}{2} = 90$.

而 1000 多年前张丘建算出的结果和我们今天用数学公式求出来的结果完全相同,真不得不令人叹服古人在等差数列方面的钻研啊!

上述这道题是《张丘建算经》卷上第 23 题,除此之外,张丘建还给出了求等差数列公差、总和以及项数的方法,简要总结如下:

1. 求公差

卷上 22 题,已知 S_n, n, a_1 , 求 d .

$$\text{依术文有: } d = \frac{2 \frac{S_n}{n} - 2a_1}{n-1}.$$

2. 求和

卷上 23 题,已知 a_1, n, a_n , 求 S_n .

$$\text{依术文有: } S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}.$$

3. 求项数

卷上 36 题,已知 a_1, d 及前 n 项的平均值 m , 求 n .

$$\text{依术文有: } n = \frac{2(m - a_1) + d}{d}.$$

这些公式一直沿用至今,经验证也是完全正确的,可见张丘建对等差数列的研究之精!

二、百鸡问题

1. 张丘建解百鸡问题

除了我们上文介绍的等差数列问题以外,《张丘建算经》中还有很多其他方面的巧妙数学问题,而且是在此之前的古算经中未曾出现的,均为张丘建首创.现在让我们来看看算经中这样一道数学题:

“今有鸡翁一值钱五,鸡母一值钱三,鸡雏三值钱一.凡百钱买鸡百只,问鸡翁、母、雏各几何?”

用现代汉语解释:现在公鸡 5 钱 1 只,母鸡 3 钱 1 只,小鸡仔 3 只只要 1 钱,用了 100 钱买了 100 只鸡,请问公鸡、母鸡和小鸡仔各有多

少只?

翻译成数学语言,即:设公鸡有 x 只,母鸡有 y 只,小鸡仔有 z 只,已知:

$$\begin{cases} x+y+z=100, \\ 5x+3y+\frac{1}{3}z=100. \end{cases}$$

求 x, y, z .

这是一个三元一次方程组问题,如果看过人教版高中数学选修 4-6 的同学可能会发现,这还是我们通常定义的三元不定方程求整数解的问题.那么如何来解这个不定方程呢?

书中给出了答案,即:

$$\begin{cases} x=4, \\ y=18, \\ z=78, \end{cases} \begin{cases} x=8, \\ y=11, \\ z=81, \end{cases} \begin{cases} x=12, \\ y=4, \\ z=84. \end{cases}$$

并且指出:“鸡翁每增四,鸡母每减七,鸡雏每益三,即得.”意思是:在给出的解的基础上,将公鸡数加 4,母鸡数减 7,小鸡仔数加 3,并且每次三者都按这个比例变化,则还可以得出更多的解.

用我们今天的数学知识来看,在求得方程组的一组特解 (x_0, y_0, z_0) 之后,其余的解可由下列关系得到:

$$\begin{cases} x=x_0+4t, \\ y=y_0-7t, \\ z=z_0+3t. \end{cases}$$

其中 t 取适当的整数值,使所得结果符合题意.这组解也就是我们求出的这个方程的一般解.

容易验算,张丘建的答案是正确的.但是他并没有在书中像等差数列问题一样给出详细的解答过程.那么,他是怎么得出答案的呢?或者说,我们应该怎样去解这个问题呢?

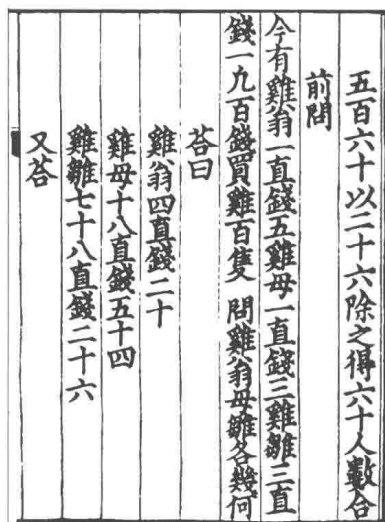


图 1.2 《张丘建算经》正文

2. 百鸡问题的历史发展

自张丘建提出百鸡问题来,千百年来无数数学家都想给出这道题的解法,有的数学家解释得牵强晦涩;有的数学家却解答得方法巧妙,别具匠心;还有的数学家在此基础上设计出新的数学题,演化出更多的不定方程问题.可见,这算经中的最后一题在数学江湖中受关注的热度之高啊!

北周的甄鸾曾为《张丘建算经》注释,但他没有详细地给出百鸡问题的算法,或者说他也不知道是怎么算出来的.虽然他在《数术记遗》“计数”法的注文中曾提出两个类似于百鸡的问题,并且将百鸡问题作为此条注文的例题,但是他将此条注文的方法称为“宜从心计”,即认为是用心算算出来的,便没有给出计算步骤.

后来,同时代数学家谢察微在所谓术文中记述了这样一种解法:他说考虑到小鸡1钱3只,那么把 $100 \div 9$ 得到11余1,11就是母鸡数;第二步用9减去余数1,得到8为公鸡数;第三步 $100 - 11 - 8 = 81$ 为小鸡数;最后依据增减率得到其他解答.这种解法大概可以理解成,先取100钱的 $\frac{1}{3}$ (33钱)为母鸡价,除以3得到母鸡数.不过第二、三步无论如何是说过去的.谢氏的做法可以说是不切实际的浪漫主义算法,只是答案上的巧合而已,并没有经过严谨的逻辑考证,因此这个问题还是没有得到解决.

“逝者如斯夫,不舍昼夜”.时光匆匆而逝,我们的先贤们依旧不放弃对百鸡问题的探索.

南宋著名数学家杨辉在《续古摘奇算法》下卷中,引录了张丘建的“百鸡问题”,因该题含有三个未知数,故称为“三率分身”.杨辉说:“宜云三价中,以一价除出一位所得之数,其余二物共价,如双分法求之.”意思是先设法消去一个未知数,使方程组转化为一个二元一次方程,进而求解,但他也没有给出具体解法的步骤,因此这个方法也没有流传下来,至今无法考证杨辉是否真的解出了这道题.同样,明朝数学家夏源泽也有类似想法,他在其所著的《指明算法》中指出:“随问五六七八色,唯留二色具中平.”也就是说,无论有多少个未知数,先将其用消元法消得只剩

下两个未知数为止,再求解方程.但此书现已失传,内容亦无从可考.

由于之前的数学家们都没有给出合理详尽的解法,于是百鸡问题越来越引起后世数学家们的重视,无数数学家开始研究百鸡问题,但遗憾的是,大部分都没有解答清楚,甚至说没有解答正确.在历史的长河中,人类的智慧是永不干涸的,数学的世界里,人类更像是智慧之神.在众多数学家中,还是有几人的解答是准确简洁的.其中,明朝数学家吴敬曾给出了利用方程组各项系数相乘对减的消元法(相当于联立方程求解),来解这道题.并在他所著的《九章详注比类算法大全》卷2诗词第29问中,将此题改写成了词牌为“鹧鸪天”的词,十分有趣,原文如下:

“家有百文买百鸡,五文雄鸡不差池.草鸡每个三文足,小者一文三个知.玄妙法,实幽微,乘除加减任公为.要知三色该多少,特问明公甚法推.”

用今天的数学语言来解释是:现在用100文钱买100只鸡,已知雄鸡每只需要5文钱,草鸡每只需要3文钱,小鸡1文钱可以买3只,问雄鸡、草鸡和小鸡各买了多少只?

可以说,吴敬这道题除了叙述方式不一样,数字和张丘建的完全一样,几乎可以算是同一道题.而吴敬的解法大体如下:

设雄鸡、草鸡和小鸡数分别为 x, y, z ,则可得到方程组如下:

$$\begin{cases} 5x+3y+\frac{1}{3}z=100, & \text{①} \\ x+y+z=100. & \text{②} \end{cases}$$

用① $\times 3$ -②得到:

$$14x+8y=200.$$

再用 $200\div 14=12$ 只雄鸡,还剩32,则草鸡数为: $32\div 8=4$ (只),所以小鸡数为: $100-12-4=84$ (只).这样就得到了雄鸡、草鸡和小鸡数分别为12,4,84.

这个答案是张丘建给的三组解中的一组,可以说是现存的古书中较为准确地解决百鸡问题的一种方法.虽然吴敬的这种求法简洁合理,但并不全面.后来,同时代数学家王文素对百鸡问题进行了比较系统深入

地研究,他在《算学宝鉴》卷27中,首次明确地给出了用联立方程组首项(或末项)系数互乘它项系数对减消元计算法则(我们今天的加减消元法),并给出了百鸡问题完整的解法,方法比吴敬的更加全面、系统。王文素的解法与吴敬的解法几乎相同,只是王文素用了两次消元法,一次是消掉 x ,一次是消掉 z ,后面解法相同,以此求出了百鸡问题的三组解。但是两者的解法都有试算的性质,并不能作为这类问题的通解,因此,可以说百鸡问题依然没有得到彻底解决。

斗转星移,沧海桑田,转眼来到清朝。清朝的数学家仍在继续研究百鸡问题,他们的研究更加细致深入,并取得了十分可喜的成果,其中以骆腾凤和时曰醇两人的成就最为突出。骆腾凤在1815年所著的《艺游录》卷下“衰分补遗”节中,首次利用了“求一术”来解百鸡问题,使得这一困扰人们1000多年的百鸡问题得到了彻底解决。骆腾凤的解法涉及数论中同余的知识,在这里仅做简单的介绍:

还是联立①②得到: $14x+8y=200$,因为 $7x$ 是7的倍数,而7整除100后余2,所以 $4y=7$ 的倍数+2,又因为 $4y$ 是4的倍数,因而这个百鸡问题可以转化成个数论中的求一问题,即:

今有物不知数,以7除之余2,以4除之,恰尽。问:物几何?

此即: $4y \equiv 2 \pmod{7}$,再用数论中的中国剩余定理求出 $4y$ 即可。

骆腾凤的解答不仅彻底解决了百鸡问题,还可以推广到其他类似的不定方程中。这也引发了数学江湖上的新一轮“百鸡问题”热潮,更多的清朝数学家们不甘示弱,他们继续深入地研究百鸡问题,并提出了更为有趣巧妙的解法。1851年,清朝数学家丁取忠在其所著的《数学拾遗》中给出了一种简洁直观的解法,他先设其中一个未知数为零,求出特殊值之后,再将这个未知数逐渐增加,每增加一次,就计算其他两者的值,由此求出原问题的三组解。

综上所述,百鸡问题在中国古代数学家的世界里一直保持着相当高的热度,各种各样的解法层出不穷,鉴于此,时曰醇在1862年著有《百鸡术衍》一书,专门论证百鸡问题。时氏全书共28问,每一问给出两种解法:一种解法是对杨辉、程大位、丁取忠等人三色差分术的发展;另一种

解法则把百鸡问题转化为同余问题求解,实际与骆腾凤相同.这也是我国数学史上首次专门论述百鸡问题的集大成之作.

除了以上古代先贤的解法,我们还可以利用现代的数学知识进行解答,解法应该也是多种多样的.这里仅介绍现代的一种简便算法,实当抛砖引玉之用.

同样,设公鸡有 x 只,母鸡有 y 只,小鸡仔有 z 只,则:

$$\begin{cases} 5x+3y+\frac{1}{3}z=100, \\ x+y+z=100. \end{cases}$$

消掉 z , 化简得:

$$y=25-\frac{7x}{4}=25-x-\frac{3}{4}x,$$

因为 y 为整数,所以 $\frac{3x}{4}$ 也须为整数.

$$\text{令 } \frac{3x}{4}=m, \text{ 则 } x=\frac{4m}{3}=m+\frac{m}{3}.$$

因为 x 为整数,所以 $\frac{m}{3}$ 也必须为整数.

于是又令 $\frac{m}{3}=n$, 则 $m=3n$, 于是 $x=4n$, 进而 $y=25-7n$,

由此可知 n 的取值范围是: $0 \leq n \leq 3$.

用列举法,当 $n=0, 1, 2, 3$ 时,原方程组的解为:

$$\begin{cases} x=0, \\ y=25, \\ z=75, \end{cases} \begin{cases} x=4, \\ y=18, \\ z=78, \end{cases} \begin{cases} x=8, \\ y=11, \\ z=81, \end{cases} \begin{cases} x=12, \\ y=4, \\ z=84. \end{cases}$$

由于公鸡数不能为零,所以答案即是张丘建的三组解.需要指出的是,这种算法只是一种巧妙的简便算法,并不是解此类问题的通法.

从历代解法的变化中我们可以看出,随着时间的流逝,百鸡问题的算法也越来越优化,从一开始的无人解出,到今天的解法多样.时代在进步,数学在发展,科技在创新,同学们一定要在中学时期打好数学基础,才能在科技日新月异的明天为祖国的发展贡献自己的力量!