教育科学“十五”国家规划课题研究成果

医用物理实验（第二版）

付　妍　付大伟　主编

高等教育出版社

教育科学“十五”国家规划课题研究成果

医用物理实验（第二版）

主编 付 妍 付大伟

编委 付 妍 付大伟 唐笑年 于国伟

诸挥明 侯若莹 孟媛媛 张春伟

Yiyong Wuli Shiyan

高等教育出版社·北京

内容提要

本书是根据医用物理实验的发展，在第一版的基础上修订而成的。全书共分 4 章，分别是测量、误差与数据处理；基础实验；综合性、设计性实验；医学物理实验。相对于第一版，增加了综合性、设计性实验，增加了“B 型超声的实验研究”等 4 个医学物理实验。

本书适用于高等学校医药类专业医用物理学实验课程，也可供生命科学等其他专业的师生参考。

图书在版编目（CIP）数据

医用物理实验 / 付妍，付大伟主编.--2 版.-- 北京：高等教育出版社，2015.9

ISBN 978-7-04-043355-5

Ⅰ.①医… Ⅱ.①付… ②付… Ⅲ.①医用物理学－实验－高等学校－教材 Ⅳ.①R312-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2015）第 171807 号

策划编辑 马天魁　　责任编辑 马天魁　　封面设计 王 洋　　版式设计 王艳红
插图绘制 杜晓丹　　责任校对 窦丽娜　　责任印制 尤 静

出版发行 高等教育出版社
社　　址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印　　刷 北京四季青印刷厂
开　　本 787mm×960mm 1/16
印　　张 10.5
字　　数 190千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598

网　　址 http://www.hep.edu.cn
　　　　 http://www.hep.com.cn
网上订购 http://www.landraco.com
　　　　 http://www.landraco.com.cn
版　　次 2003年12月第1版
　　　　 2015年 9 月第2版
印　　次 2015年 9 月第1次印刷
定　　价 19.00元

物 料 号 43355-00

前　言

物理学是一门实验科学，在学生的科学素质培养中占有重要的地位。物理学是医学的基础学科之一，在现代医学中，物理学的理论和实验方法得到了广泛的应用。物理实验是物理课程的重要组成部分，它与理论课有联系又有区别，是理论课无法替代的。通过物理实验的学习，可以使学生掌握科学的实验方法，提高进行科学实验的能力，培养学生严谨的科学态度和实事求是的工作作风。

随着科技水平的飞速发展，现代医学教育的创新势在必行，新世纪的教学观应是一个融知识、素质、能力于一体的教育观。现在医学人才市场供求关系已发生了变化，社会急需知识与能力都很强的医务工作者，因此我们对现有的医用物理实验内容进行了较大的调整与改革，以适应21世纪的发展和需要。

本书是《医用物理实验》的第二版，本版是根据第一版在使用中所反馈的情况及医用物理实验的发展情况，经全面修订而成。本书共分四章：测量、误差与数据处理；基础实验；综合性、设计性实验；医学物理实验。相对于第一版教材，增加了综合性、设计性实验，增加了“B型超声的实验研究”“用霍尔位置传感器测人骨及黄铜等的杨氏模量”“模拟眼睛的屈光不正及物理矫正”“X射线特性研究及透视”等医学物理实验。

本书适用于高等院校八年制、七年制和五年制的临床、口腔、预防医学、法医学、放射医学、药学、医药信息、医学检验、护理、影像等医药类专业，也可供与生命科学有关的其他专业的师生参考，教学参考学时数为20~60学时。

参加本书编写工作的有吉林大学的付妍、付大伟、唐笑年、于国伟、侯若莹、诸挥明、孟媛媛和张春伟等。

由于编者水平有限，书中难免存在错误和缺点，我们诚恳地希望使用本书的教师和同学批评指正。

编　者

2015年4月

目　录

第1章　测量、误差与数据处理

§1.1　测量与误差

1.1.1　测量及分类

物理实验是用实验的方法研究各种物理规律,物理实验包括物理现象的再现、物理量的测量以及数据处理三部分。对物理量进行测量则是物理实验的重要组成部分。所谓测量就是将待测的物理量与选定的同类标准单位量相比较,测量是人类认识世界和改造世界的基本手段,通过测量,人们对客观事物可以获得定量的概念,总结出它们的规律性,从而建立起定律和定理。物理实验的测量可分为直接测量和间接测量两类。

(1) 直接测量:是指用仪器直接将待测量与选定的同类单位量进行比较,即直接在仪器上读出待测量的数值。例如,用米尺测量物体的长度,用秒表测量时间,用温度计测量温度等。由直接测量所得到的物理量称为直接测得量。

(2) 间接测量:是指由几个直接测量出的物理量,通过已知的公式、定律进行计算从而求出待测量量值的测量。例如,直接测量出摆长 l 及其振动周期 T 的值,可借助公式 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ 求出重力加速度 g。由一些直接测得量通过一定的数学关系式计算出来的物理量称为间接测得量,大多数物理量都是通过间接测量得到的。

从测量条件上讲,测量可分为等精度测量和不等精度测量。

等精度测量是指在测量条件相同的情况下进行的一系列测量。如由同一个人在同一台仪器上,用同样测量方法,在同一环境下对被测对象进行的一系列测量,每次测量的可靠程度都一样,这样的测量可看成是等精度测量。

不等精度测量是指在所进行的一系列测量中,由于所用测量仪器、测量方法、测量环境、测量人员等完全不同或部分不同,使各测量结果的可靠程度不同,这样一组测量称为不等精度测量。

等精度测量数据处理比较容易，所以绝大多数实验都采用等精度测量。

1.1.2 测量的误差及分类

物理量在客观上存在着绝对准确的数值，称为真值，实际测量得到的结果称为测量值。对物理量进行测量就是希望得到被测量的真值，但由于测量仪器、实验条件以及观察者的感官和环境的限制等诸多因素的影响，测量结果都只能是被测量的近似值。我们把测量值与被测量真值之差称为误差，也称为绝对误差。设被测量的真值为μ，测量值为x，则误差为$E=x-\mu$。显然误差有大小、正负之分，它反映了测量值偏离真值的大小和方向。绝对误差与真值之比称为相对误差，常用百分数表示，即

$$E_r=\frac{x-\mu}{\mu}\times 100\%$$

误差存在于一切测量之中，讨论误差的来源，减少测量的误差，是提高测量的准确程度，使测量结果更为可信的关键。误差按其产生原因和性质可分为三类。

（1）系统误差：是指由于仪器本身的缺陷（如刻度不均匀、零点不准确等）、测量理论及方法的近似等引起的，具有一定规律的误差。这类误差单纯增加测量次数不能减小，只能通过仪器的改进、理论及方法上的修正来减小。

（2）随机误差：是由许多不确定的偶然因素引起的误差。例如，测量环境的温度、湿度和气压的起伏，电源电压的波动，电磁场的干扰等偶然因素产生的误差。由于随机误差的偶然性，它是不可消除的，但是增加重复测量的次数可以减少测量的偶然误差。

（3）过失误差：是指实验方法不合理，操作不当，或读错刻度，记错数据等引起的误差。含有这类误差的测量值一般明显偏离正常值，可按一定标准剔除。只要测量者采取严肃认真的实验态度，过失误差是可以避免的。

1.1.3 随机误差的数学描述及统计意义

在同一测量条件下，对同一物理量进行多次重复测量时，每次测量的结果并不都是一样的。测量值有时偏大、有时偏小，具有偶然性。从个别测量值来看，测得的数值带有随机性，看似杂乱无章，但当测量次数足够多时，我们会发现随机误差常满足一定的统计规律，因此可以根据统计方法对随机误差进行估算。

当测量次数足够多时，随机误差服从正态分布的统计规律，其具有以下几个特征。

（1）单峰性：随机误差中绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的概率大；

（2）对称性：绝对值相等的正、负误差出现的机会相等；

(3) 有界性:随机误差的绝对值不会超出一定限度。

正态分布的概率密度函数为

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(\mu-x)^2}{2\sigma^2}}$$

式中两个参数 μ 和 σ 是正态分布的数学期望值和均方根差,其函数曲线如图 1.1-1 所示。

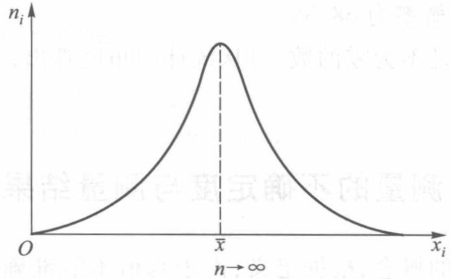

图 1.1-1 正态分布的概率密度函数曲线

等精度测量的数据分布一般服从正态分布,或可转化为正态分布进行描述,加之正态分布理论完善,公式计算方便,所以我们一般用随机误差理论来估计偶然误差的大小,并了解偶然误差的数学描述及统计意义的有关结论。

1.1.4 随机误差的估算——标准差(标准偏差)

1. 算术平均值

在不考虑系统误差的条件下,对同一物理量进行多次测量时,根据随机误差的正态分布,绝对值相等的正、负误差出现的机会相等,随机误差具有抵偿性。因此,由多次测量结果而得的算术平均值比所有各次测量结果更接近于被测量的真值。测量次数越多,算术平均值越接近真值。因此可以用算术平均值

$$\bar{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$$

作为被测量 x 的最佳估计值。

2. 标准偏差

对于任何物理量的测量次数都是有限的,在对 x 进行的有限次测量得到的一组测量列 $(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 中,其偶然误差 σ 可用由测量列决定的标准差来估算。

$$S_x=\sqrt{\frac{\sum(\bar{x}-x_i)^2}{n-1}}$$

它表明,在这组测量数据中,任何一个值 x_i 偏离平均值超过 $\pm S_x$ 的范围的概率不

会超过 68.3%。

反映算术平均值$\overline{x}$与真值 μ 的偏离程度,可由测量列算术平均值的标准差来估算。

$$S_{\overline{x}}=\sqrt{\frac{\sum(\overline{x}-x_i)^2}{n(n-1)}}$$

它表明,在一测量列中,用算术平均值作为真值的最佳估计值时,算术平均值$\overline{x}$与真值 μ 之差小于 $S_{\overline{x}}$的概率为 68.3%。

S_x与 $S_{\overline{x}}$是恒为正且不为零的数,可从统计的角度算出,与误差属两个不同的概念。

§1.2 测量的不确定度与测量结果的表示

误差是一个理想的概念,根据定义,由于真值不能准确知道,测量误差也无法确切得到。不确定度则表示由于误差的存在,对被测量所不能确定的程度,反映了可能存在的误差的分布范围,是表征被测量真值所处范围的评定。测量的不确定度是测量质量的指标,是对测量结果可信程度的评估。

测量的不确定度分为 A 类标准不确定度和 B 类标准不确定度。A 类标准不确定度用统计方法评定,B 类标准不确定度由其他的非统计方法评定。

1.2.1 A 类标准不确定度

对于多次等精度测量,由随机因素产生的误差服从统计规律,因此 A 类不确定度可以用测量列平均值的标准差来表示,即

$$u_A=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}{n(n-1)}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

u_A 的统计意义为:待测量落在$[\overline{x}-u_A,\overline{x}+u_A]$区间内的概率为 68.3%,落在$[\overline{x}-2u_A,\overline{x}+2u_A]$区间内的概率为 95.4%,落在$[\overline{x}-3u_A,\overline{x}+3u_A]$区间内的概率为 99.7%。

1.2.2 B 类标准不确定度

测量中凡是不符合统计规律的不确定度统称为 B 类不确定度。如测量值恒偏大、偏小或呈周期性变化等。这类偏差单纯提高测量次数不能减小,不能用统计方法评定不确定度,其对测量结果的影响用 B 类不确定度 u_B 来表示。影响

B 类不确定度的因素主要有仪器误差、理论误差、人为误差等。一般情况下，我们认为仪器误差是 B 类不确定度的主要来源。根据仪器说明书及仪器准确度等级可以获得极限误差（或称最大允差），在物理实验中此类误差一般可视为均匀分布，均匀分布的标准差为 $\Delta/\sqrt{3}$，则 B 类不确定度可表示为

$$u_{\mathrm{B}}=\frac{\Delta}{\sqrt{3}}$$

1.2.3　合成标准不确定度

对一物理量，其测量值的不确定度来源不止一个，所以要合成其不确定度。如果已分别计算出 A 类标准不确定度和 B 类标准不确定度，则测量值的合成标准不确定度为

$$u=\sqrt{u_{\mathrm{A}}^{2}+u_{\mathrm{B}}^{2}}$$

1.2.4　扩展不确定度

将合成标准不确定度乘以一个与一定置信概率相联系的包含因子 K，得到增大置信概率的不确定度，称为扩展不确定度。若置信概率为 0.95，对正态分布，有 $K\approx2$，则扩展不确定度为

$$u_{0.95}=2u_{0.68}=2\sqrt{u_{\mathrm{A}}^{2}+u_{\mathrm{B}}^{2}}$$

若置信概率为 0.99，取 $K\approx3$，则扩展不确定度为

$$u_{0.99}=3u_{0.68}=3\sqrt{u_{\mathrm{A}}^{2}+u_{\mathrm{B}}^{2}}$$

1.2.5　不确定度的计算

1. 直接测量不确定度的计算

（1）单次测量结果的不确定度

在实验中，有些物理量我们只进行一次测量，此时测量结果的误差主要来源于实验仪器，测量结果的不确定度可用 B 类不确定度来表示。

（2）多次测量结果的不确定度

对于多次等精度测量，在计算其结果的不确定度时，分别计算 A 类不确定度和 B 类不确定度，再根据合成不确定度的公式，计算出测量结果的不确定度 u。

2. 间接测量不确定度的计算

间接测得量是由直接测得量经计算而得到的，因此它的不确定度也是由直接测得量的不确定度传递而来的。

设间接测得量 y 和直接测得量 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 之间的函数关系为

$$y=f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$$

间接测得量的算术平均值为

$$\bar{y}=f(\bar{x}_1,\bar{x}_2,\cdots,\bar{x}_n)$$

则间接测得量的合成不确定度为

$$u_y=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}u_{x_1}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial x_2}u_{x_2}\right)^2+\cdots+\left(\frac{\partial f}{\partial x_n}u_{x_n}\right)^2}$$

上式称为不确定度传递公式。

间接测得量的相对不确定度的表达式为

$$E_y=\frac{u_y}{\bar{y}}\times100\%$$

表 1.2-1 常用函数的不确定度传递公式

函数形式	不确定度传递公式
$w=x\pm y$	$u_w=\sqrt{u_x^2+u_y^2}$
$w=x\cdot y$	$\frac{u_w}{\bar{w}}=\sqrt{\left(\frac{u_x}{\bar{x}}\right)^2+\left(\frac{u_y}{\bar{y}}\right)^2}$
$w=x/y$	$\frac{u_w}{\bar{w}}=\sqrt{\left(\frac{u_x}{\bar{x}}\right)^2+\left(\frac{u_y}{\bar{y}}\right)^2}$
$w=\frac{x^k y^n}{y^m}$	$\frac{u_w}{\bar{w}}=\sqrt{k^2\left(\frac{u_x}{\bar{x}}\right)^2+n^2\left(\frac{u_y}{\bar{y}}\right)^2+m^2\left(\frac{u_z}{\bar{z}}\right)^2}$
$w=kx$	$u_w=ku_x,\ \frac{u_w}{\bar{w}}=\frac{u_x}{\bar{x}}$
$w=k\sqrt{x}$	$\frac{u_w}{\bar{w}}=\frac{1}{2}\ \frac{u_x}{\bar{x}}$
$w=\sin x$	$u_w=\lvert\cos x\rvert u_x$
$w=\ln x$	$u_w=\frac{u_x}{\bar{x}}$

1.2.6 测量结果的表示

物理量的测量结果应包括数值、不确定度和单位三部分。测量结果一般表示为

$$y=\bar{y}\pm u_y\ (\text{单位})$$

或用相对不确定度表示为

$$y=\overline{y}(1\pm E_y)\ (单位)$$

在表达测量结果时还应注意：u_y 最多可取两位有效数字，一般只取一位有效数字即可；最佳估计值的最后一位与不确定度的最后一位必须对齐。例如，测量一物体的长度 $l=118.73\ cm$，$u_l=0.31\ cm$，如不确定度保留两位，最后的结果应写为 $l=(118.73\pm0.31)\ cm$，如不确定度保留一位，则最后的结果应写为 $l=(118.7\pm0.3)\ cm$。

例 1.2-1 用螺旋测微器对以小球的直径 d 进行 8 次测量，测量值如下表所示。已知螺旋测微器的极限误差 $\Delta=0.004\ mm$，求最后测量结果的表达式。

n	1	2	3	4	5	6	7	8
d/mm	4.131	4.121	4.125	4.126	4.129	4.126	4.128	4.124

解：算术平均值为

$$\overline{d}=4.126\ 3\ mm$$

A 类标准不确定度为

$$u_A(d)=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(d_i-\overline{d})^2}{n(n-1)}}=0.001\ 1\ mm$$

B 类标准不确定度为

$$u_B(d)=\frac{\Delta}{\sqrt{3}}=\frac{0.004}{\sqrt{3}}\ mm=0.002\ 3\ mm$$

合成标准不确定度为

$$u(d)=\sqrt{u_A^2(d)+u_B^2(d)}=0.002\ 5\ mm\approx0.003\ mm$$

测量结果为

$$d=(4.126\pm0.003)\ mm$$

例 1.2-2 要测量某圆柱体的密度，已知直接测量结果为：$m=(45.038\pm0.004)\ g$，$D=(1.242\ 0\pm0.000\ 4)\ cm$，$H=(4.183\pm0.003)\ cm$ 根据公式 $\rho=\frac{4m}{\pi D^2H}$，写出密度 ρ 测量结果的表达式。

解：算术平均值为

$$\overline{\rho}=\frac{4\ \overline{m}}{\pi(\overline{D})^2\overline{H}}=\frac{4\times45.038}{3.141\ 59\times1.242\ 0^2\times4.183}\ g\cdot cm^{-3}=8.887\ 06\ g\cdot cm^{-3}$$

则相对不确定度为

$$E_\rho=\sqrt{\left(\frac{u_m}{m}\right)^2+4\left(\frac{u_D}{D}\right)^2+\left(\frac{u_H}{H}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{0.004}{45.038}\right)^2+4\left(\frac{0.0004}{1.2420}\right)^2+\left(\frac{0.003}{4.183}\right)^2}$$
$$=9.7\times10^{-4}$$

不确定度为

$$u_\rho=\bar{\rho}\cdot E_\rho=8.88706\times9.7\times10^{-4}\ \mathrm{g\cdot cm^{-3}}=0.0086\ \mathrm{g\cdot cm^{-3}}\approx0.009\ \mathrm{g\cdot cm^{-3}}$$

测量结果的表达式为

$$\rho=(8.887\pm0.009)\ \mathrm{g\cdot cm^{-3}}$$

§1.3 有效数字

1.3.1 仪器的精度

仪器的精度通常指它能分辨的物理量的最小值，也可称为仪器的最小分度值。例如，对于最小分度是 1 mm 的尺，毫米是可以准确读到的最小量，在毫米以下的数值只能估计出来。

1.3.2 直接测量的有效数字记录

由于仪器的精度和误差的限制，测得的任何一个物理量的数值的位数只能是有限的。例如，用毫米分度尺测量物体的长度，测得其长在 45 mm 与 46 mm 之间，经估计后读为 45.5 mm，其中前两位是准确测出的，是可靠数字，最后一位即十分位是估计的，是可疑数字。也就是说在十分位上出现了误差，尽管十分位上有误差存在，但它在一定程度上还是反映了客观实际，因此是有效的。由于十分位上已经出现了误差，所以再往下写去，如 45.56 mm，就不再具有意义，一般的可疑数字只估计一位，即估计出仪器最小分度值以下的一位数字。我们将测量结果中可靠的几位数字加上一位可疑数字统称为有效数字。例如，$L=564.4$ cm 是4 位有效数字，$\rho=2.35\ \mathrm{g/cm^3}$是 3 位有效数字。用有效数字记录测量值，不但反映了测量值的大小，而且反映了测量的准确程度。对同一事物的测量，仪器的精度越高，测量值的有效数字的位数就越多。一个物理量的数值与数学上的数值有着不同的意义，数学上 $1.47=1.470=1.4700=\cdots$；而物理上 $1.47\neq1.470\neq1.4700\neq\cdots$，因为他们是用不同精度的仪器测出的测量值。所以物理量测量值的有效数字的位数不能随便增减，少记会损害测量的准确程度，带来不必要的附加误差，多记则夸大了准确性，使人产生错误印象。

关于有效数字还应注意以下几点：

（1）数字当中的“0”与数字后面的“0”都是有效数字。有效数字的位数与小数点无关，数字当中的“0”和数字后面的“0”均记入有效数字，而数字前面的“0”不是有效数字。例如，0.026 010 是 5 位有效数字，20.040 1 是 6 位有效数字。

（2）有效数字的位数与单位换算无关。进行单位换算不能改变有效数字的位数，例如，$2\ \mathrm{km} \neq 2\ 000\ \mathrm{m}$，否则改变了测量的准确程度。前者是 1 位有效数字，而后者是 4 位有效数字。正确的写法应是 $2\ \mathrm{km}=2\times10^{3}\ \mathrm{m}$，其中 10^{3} 不记为有效数字。

（3）常数（如 π、e、$\sqrt{5}$、$\frac{1}{3}$ 等）的有效数字为无限位，可根据具体问题适当选取，一般比测量值至少要多保留一位。

1.3.3 有效数字的运算法则

实验结果往往需要通过对直接测量的物理量进行计算才能得到。一般参加运算的各量数值的大小及有效数字的位数不同，经常会遇到中间数的取位问题。因此，根据有效数字中可疑数字只许保留一位以及尽量使计算简洁的原则，规定以下有效数字的运算法则。

1. 加减法

诸数相加减时，所得结果的有效数字应以保留诸数中最高可疑的位数为标准（以下按四舍五入），例如：

$$58.6\underset{\cdot}{2}+0.2\underset{\cdot}{3}4+586.\underset{\cdot}{0}=644.\underset{\cdot}{9}$$

$$3.2\underset{\cdot}{5}-0.018\ \underset{\cdot}{7}=3.2\underset{\cdot}{3}$$

数字下面的“.”表示该数字是可疑位。

2. 乘除法

诸数相乘除时，所得结果的有效数字的位数应以诸数中有效数字位数最少的作为保留标准（以下按四舍五入），例如：

$$4.23\underset{\cdot}{6}\times1.\underset{\cdot}{2}=5.\underset{\cdot}{1}$$

$$6.42\underset{\cdot}{1}\div0.82\underset{\cdot}{5}=7.7\underset{\cdot}{8}$$

3. 乘方与开方

有效数字进行乘方或开方运算时，所得结果的有效数字的位数与底数的位数相同，例如：

$$\sqrt{14.\underset{\cdot}{6}}=3.8\underset{\cdot}{2}$$

$$5.2\underset{\cdot}{5}^{2}=27.\underset{\cdot}{6}$$

4. 三角函数

三角函数的有效数字的位数与角度的位数相同,例如:

$$\cos 32.7^\circ = 0.84\underset{\cdot}{2}$$

5. 对数

对数的有效数字的位数与真数的位数相同,例如:

$$\lg 19.2\underset{\cdot}{8} = 1.28\underset{\cdot}{5}$$

§1.4 常用的实验数据处理方法

1.4.1 列表法

处理数据时常要列表记录。数据列表能够简单明了地表示出有关物理量之间的对应关系,便于检查测量结果是否合理,有助于分析物理量之间的规律性。

列表要简单明了,便于看清楚有关物理量间的对应关系;表中各符号代表的物理意义要交代清楚并标明单位,单位应写在标题栏内,一般不要重复地记在表内各个数字上;表中的数据要正确反映出测量结果的有效数字,以表明测量的准确程度;表中不能说明的问题,可在表下附加说明。

1.4.2 作图法

实验数据进行处理时也常采用作图的方法,这种方法可以把测量结果直观地表示出来。作图法是研究物理量之间的规律,找出对应的函数关系,以及求经验公式的最常用方法之一。通过作图有助于方便地求出所需要的某些实验结果,作图还易于发现实验中的测量错误,由于图线是依据许多数据点描出的平滑曲线,因此对测量的数据有修正作用,具有多次测量取平均值的意义。此外,在图线上能够直接读出没有进行测量的点,而且在一定条件下,可以从图线的延伸部分读到测量范围以外的点。因此,作图法处理数据具有许多优点。

作图时一般遵从以下规则:

(1) 将测量的数据按一定的规律列成相应的表格。

(2) 根据情况选用合适的坐标纸,如直角坐标纸、对数坐标纸或极坐标纸等。

(3) 确定坐标纸的大小及坐标轴的比例。图纸的大小应根据测量数据的有效数字来选择,使测量数据中的可靠数字在图上也是可靠的,即图中的一个小格对应数据中可靠数字的最后一位,数据中的一位可疑数字在图中应是估计的。坐标轴相对比例的选择不必强求一致,以图线不沿某一坐标轴延伸或缩在图上一角为原则,使整个图线比较匀称地充满整个图纸。横轴与纵轴的比例可以不

同，坐标轴的起点也不一定非取零值。

(4) 图纸与坐标轴的比例选定后，要标出坐标轴的方向，标明其代表的物理量或符号以及单位。在坐标轴上每隔一定间距标出该物理量的数值。在图纸上适当位置写明图的名称及作必要的说明。

(5) 标点与连线。根据测量的数据，用"×""·"等符号在图上标出各点的坐标。符号要用尺和尖笔清晰而准确地标出，符号的中心对应实验点的准确位置。同一图纸上不同的曲线应使用不同的符号，即使图纸画好后，符号也不应擦去，以便复核及保留数据的记录。各点标出后，应用直尺或曲线尺把各点连成光滑的曲线。由于误差的影响，曲线不一定通过所有的点，只是要求曲线两边的偏差点有比较均匀的分布，个别偏离较大的点应舍去或重新测量。图线不宜画得过粗，以致看不清标出的点，更不能为使每个标出的点都在图线上而把它们连成折线。

(6) 曲线的直线化。对于较复杂的函数关系，由于它们是非线性的，所以图形都是曲线。不仅由曲线上求值不方便，而且难以从图中判断结果是否正确。因此，常选用不同的变量来代替原来的变量（称为变量置换法），将曲线改直。例如，对 $xy=k$，可以将 $x-y$ 曲线改为以 y 和$\frac{1}{x}$为轴的 $y-\frac{1}{x}$图线，则曲线变为直线。

总之，作图法有许多优点。但作图求得的值准确性不太高，有效数字位数不能太多是它的主要缺点。

1.4.3 逐差法

当自变量和因变量之间呈线性关系，且自变量等间隔变化时，可以采用逐差法来计算因变量变化的平均值。例如，在用拉伸法测定金属丝的杨氏模量的实验中，已知标尺读数 x 和所施加砝码的质量 m 之间满足线性关系 $m=kx$，其中 k 为比例常量。所用砝码的质量为 m，等差地改变砝码个数，所测得的 x 值为 x_1，x_2，…，x_{10}。根据逐差法，可将以上 10 个数据分成前组 5 个数据（x_5,x_4,x_3,x_2,x_1）和后组 5 个数据（x_{10},x_9,x_8,x_7,x_6），然后对应相减求平均值，即

$$\overline{\Delta x_5}=\frac{(x_{10}-x_5)+(x_9-x_4)+(x_8-x_3)+(x_7-x_2)+(x_6-x_1)}{5}$$

$\overline{\Delta x_5}$为每增加 5 个砝码，标尺读数变化的平均值。则

$$k=\frac{\Delta m}{\dfrac{\overline{\Delta x_5}}{5}}$$