

国家自然科学基金资助项目号：51275080

# 振动信号的 听觉模型分析方法

李允公 张金萍 戴丽 著

国家自然科学基金资助项目号：51275080

# 振动信号的听觉模型分析方法

李允公 张金萍 戴丽 著



东北大学出版社

· 沈 阳 ·

© 李允公 张金萍 戴 丽 2017

图书在版编目 (CIP) 数据

振动信号的听觉模型分析方法 / 李允公, 张金萍,  
戴丽著. — 沈阳: 东北大学出版社, 2017. 11  
ISBN 978-7-5517-1710-6

I. ①振… II. ①李… ②张… ③戴… III. ①机械振  
动—振动分析方法—系统建模 IV. ①TB533

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 266367 号

---

出 版 者: 东北大学出版社

地址: 沈阳市和平区文化路三号巷 11 号

邮编: 110819

电话: 024-83683655(总编室) 83687331(营销部)

传真: 024-83687332(总编室) 83680180(营销部)

网址: <http://www.neupress.com>

E-mail: [neuph@neupress.com](mailto:neuph@neupress.com)

印 刷 者: 沈阳航空发动机研究所印刷厂

发 行 者: 东北大学出版社

幅面尺寸: 185mm × 260mm

印 张: 12.5

字 数: 286 千字

出版时间: 2017 年 11 月第 1 版

印刷时间: 2017 年 11 月第 1 次印刷

策划编辑: 曲 直

责任编辑: 李 佳

责任校对: 孟 颖

封面设计: 潘正一

责任出版: 唐敏志

---

ISBN 978-7-5517-1710-6

定 价: 49.00 元

# 前 言

振动信号分析是了解机械系统特性的一个有效手段，在设备的设计、制造和运行等阶段中都具有重要的应用价值。随着人们对设备性能要求的逐步提高，振动信号分析的应用领域已不再局限于航天、航空、能源、冶金、精密加工等事关国计民生和生产安全的重要行业，而是日益向普通设备和民用器械扩展，其自身的方法体系也不断得到发展和丰富。

目前，已有的信号分析理论多以内积和卷积作为基本运算，但对计算结果缺少进一步处理的有效手段，如傅里叶变换始于内积又止于内积，小波变换始于卷积又止于卷积，从而难以更为清晰地表达信号特征，导致在工程实际中，通常需对信号分析结果进行细致的人工解读才能获得正确结论。作为一种高级的信号分析系统，人类听觉系统的突出特点是功能丰富、非线性自适应能力强、信号处理机制远远丰富于现有理论。尤其值得注意的是，听觉系统对信号的第一步处理即是频率分解，类似于频谱分析或小波变换，后续环节则对分解结果进行了多种不同层次的深入处理，从而听觉中枢能够对声信号进行准确的分流、识别、定位、记忆与跟踪。因此，听觉系统数学模型的建模与应用一直受到广泛关注，并在语音识别、声呐信号分析等应用领域中表现出良好性能。

本书作者从2008年开始注意到听觉模型这一信号分析工具，并将其引入到振动信号分析领域中，目前已在听觉模型的建模与应用方面积累了一定的工作基础，并验证了听觉模型方法对于振动信号分析的有效性和可行性，且特别适用于机械故障诊断和状态识别场合。随着对听觉系统和听觉模型的认识的逐步深入，作者愈来愈感受到，以生物学形态“自然”形成的听觉系统是一个扩展信号分析方法的灵感宝库，其运行机制既复杂又高效，既细腻又简洁，且多数信号处理方式令人耳目一新。因此，作者试图通过本书将听觉系统数学模型方法推荐给广大读者，以抛砖引玉，让这一方法得到长足的发展。

本书总结了作者近年来的主要研究工作，包括听觉外周、中级听觉和听觉中枢的建模与应用，对听觉显著模型、基于听觉分流机制的瞬态信号提取、基于听觉模型的噪声评价等具体问题进行了较为细致的阐述。同时，考虑到读者的学科背景，本书尽量避免或简化了听觉生理学和生物学的内在运行机制，侧重于原理和功能介绍。

本书的主要作者包括东北大学李允公、沈阳化工大学张金萍和东北大学戴丽。在课题研究和书稿完成过程中，研究生孔祥娜、张雷、于良会、高玉勇、张延琛、权贝贝、叶利丽、刘立、李国萌、吴文寿、王波、张启林、徐劲芳、罗刚、刘君瑜、李思雨、郑

岳震、李明智等同学参与了大量的工作，在此向他们表示感谢。同时，感谢东北大学刘杰教授多年来给予的关心和支持，感谢东北大学宋伟刚教授提出了诸多宝贵建议，感谢书中参考文献的作者们为本书提供了丰富的素材，感谢国家自然科学基金委员会为本书相关研究工作提供了资助。

另外，作者在开展本书相关课题研究时，国内外均未出现将听觉模型应用于振动信号分析的研究报道，几乎没有参考和借鉴资料，加之需自学大量的听觉生理学和生物学知识，从而近年来始终处于学习和探索阶段，所完成的工作也许较为粗浅。另外，由于作者水平有限，书中难免会有不够严谨甚至谬误之处，还请读者批评指正。

# 目 录

第 1 章 绪 论	1
1.1 关于振动信号分析	1
1.2 人类听觉系统	2
1.3 听觉模型	4
1.4 信号分析理论基础	6
第 2 章 耳蜗主要组件建模方法	10
2.1 耳蜗基本结构与工作原理	10
2.2 基底膜模型	11
2.3 内毛细胞与感音神经元模型	16
2.4 侧抑制及其模拟	20
第 3 章 听觉外周模型	24
3.1 概述	24
3.2 EA 听觉模型	24
3.3 基于听觉谱集的故障诊断方法	31
3.4 ZCPA 听觉模型	37
3.5 ZCPA 模型的自适应调节	44
3.6 GLSA 听觉模型	48
第 4 章 中级听觉计算	62
4.1 概述	62
4.2 双耳听觉模拟	62
4.3 基于同步性线索的信号分量关联度分析	70
4.4 基于包络相似的同调幅源分量提取	76
4.5 基于二维 DFT 的谐波频率提取与跟踪	86
4.6 听觉感知特征及其应用	97



第 5 章 听觉显著模型 .....	107
5.1 听觉注意与听觉显著 .....	107
5.2 听觉显著模型 I .....	107
5.3 听觉显著模型 II .....	113
5.4 双耳听觉显著模型 .....	120
第 6 章 基于听觉机制的瞬态振动信号提取 .....	125
6.1 关于听觉分流 .....	125
6.2 基于瞬变性和同步性线索的瞬态信号提取 .....	125
6.3 基于特异性检验的瞬态信号提取 .....	136
6.4 基于分时段特异性检验的瞬态信号提取 .....	148
第 7 章 听神经振荡网络模型 .....	154
7.1 神经元的同步化响应 .....	154
7.2 听神经振荡网络 .....	154
7.3 单层听神经振荡网络模型 .....	156
7.4 双耳双层听神经振荡网络模型 .....	163
第 8 章 基于听觉模型的噪声评价 .....	178
8.1 关于噪声评价 .....	178
8.2 基于 EA 模型的噪声评价 .....	178
8.3 基于听觉显著模型的噪声烦恼度评价 .....	180
参考文献 .....	186

# 第1章 绪 论

## 1.1 关于振动信号分析

振动是几乎所有机械设备都会发生的一种物理现象。机械系统的具体振动形式取决于系统的质量、刚度、阻尼和激励这四类参数，其数学关系通常表达为

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F \quad (1.1)$$

上式中， $M$ 为质量矩阵， $C$ 为阻尼矩阵， $K$ 为刚度矩阵， $F$ 为激振力向量， $X$ 为振动位移响应向量。当激励一定时，振动响应与 $M$ 、 $C$ 和 $K$ 三种动力学参数直接相关，因此，系统参数的改变会使振动特性产生相应变化，且相互之间存在可以定量描述的关联关系。同时， $M$ 、 $C$ 和 $K$ 这三种参数与机械系统的几乎所有因素有关，如零件的材料与形状、零部件的装配与安装方式、系统的结构形式、润滑方式等，所以，有诸内者，必形诸外，振动是机械系统状态信息的一种表现形式或行为载体。另外，由于振动易于被感知和检测，所以，工程实际中通常依据振动信号评估设备状态。

振动信号通常是振动幅值（位移、速度或加速度）关于时间的函数。分析振动信号的目的是提取信号所携带的目标信息，从而明确被测系统的动力学特性，为解决工程问题提供依据，如试验模态分析、动平衡、故障诊断、振动与噪声控制、振动时效等。因此，振动信号分析是一种具有明确工程背景，以函数处理为主要特点的数学计算。目前，已有的振动信号分析方法为数众多，分析目的和功能特点也各有侧重，从计算过程和分析结果来看，大体可概括为统计和分解两大类方法。

统计类方法主要有数值特征分析（如方差、歪度、峭度等）、概率密度分析、矩和累积量分析，可以从宏观上表征振动的强烈程度、复杂程度和性质类型，如峭度值可说明信号中是否存在冲击响应成分或幅值突变，概率密度曲线可以反映信号的幅值分布情况和波形特征。此类方法的计算过程简洁，计算结果的数据量往往很小，且具有明确的数学和物理意义，对于信号的总体特征具有一定的指征作用，在工程实际中具有很好的适用性。

以分解为主要特点的信号分析方法为数众多，其共同特点是基于一定准则将信号分解为若干信号分量，如傅里叶变换将信号分解为无数个幅值、频率和相位不同的正弦波，小波变换利用给定的小波函数对信号进行不同尺度下的分解，所得结果能反映各尺度下信号与小波函数间的波形相似程度，独立分量分析方法通过对多路信号的分解和重组而得到若干独立不相关的信号分量，经验模态分解（EMD）方法则是将信号分解为一系列本征模函数。对信号的分解有助于明确信号的构成情况，既可以展现信号的全局



和整体状况，也可以描述局部和细节特征，从而可更为清晰地了解和分析被测对象振动行为的内在特性，是工程实际中不可或缺的一类方法。同时，由于计算方法不同，不同的分析方法在功能和适用范围方面也各有侧重，从而在实际的振动信号分析中，方法的选择尤为重要。如对于旋转机械的振动信号，由于转轴在某方向的振动分量多为简谐振动，因此，可使用傅里叶变换作为基本方法，若设备中存在零部件间的冲击和碰撞，可使用小波变换提取冲击响应信号，若设备中存在多个相对独立的激励源，则可使用盲源分离方法得到各部件的振动信号。

同时，由于将信号分解为一系列波形分量，所以，分解结果的数据量往往是被分析信号的若干倍，在小波变换、短时傅里叶变换、EMD、盲源分离等多种方法中都存在这一现象。虽然这种数据量的扩张有助于更为细致描述信号，但是，多数情况下，若分解结果中不存在典型波形（如幅值调制、冲击响应），则其可读性并不理想，仍需要进一步处理，以从中提炼出所需信息，如EMD计算之后，通常会计算各本征模函数（IMF）的频谱、包络谱或瞬时频率，从而可更为清晰地了解信号特性。然而，如何有效地进一步处理信号的分解结果，目前尚缺少较为系统的计算方法。

在实际应用中，振动信号分析工作可分为两种类型，一类是提取给定或固定的目标信息，如在试验模态分析中需得到被测系统的频响函数、动刚度、固有频率等信息，在转子系统监测中需得到轴颈的径向和轴向位移，动平衡中需提取振动的频率、幅值和相位。相对来说，这类工作的重点是提高信号分析的精度，如常见的频率精度、幅值精度等。另一类则侧重于为机械状态的识别与分类提供信息依据，即从信号中提取出对不同状态具有明显可区分性的特征信息，如齿轮系统诊断中提取调幅和调频信息，滚动轴承诊断中可提取高频成分、特征频率、包络等信息，转子系统诊断中可提取轴心轨迹信息等。显然，这类工作的重点是目标信息的选取和分析方法的选用或设计，以便从数据量庞大的信号中挖掘出最能表征机械系统状态的内部信息。同时，由于目的明确但目标信息的内容和形式不受严格约束，而且要考虑方法的稳定性、抗干扰能力、计算速度、数据量、分析结果与智能识别算法的衔接等多种问题，所以，此类工作既具有较强的灵活性，也具有很高的挑战性，总体上可认为是一种复杂的寻优问题，即目标信息的优化选取、分析方法的优化设计和分析结果的优化处理。

## 1.2 人类听觉系统

由于拥有听觉系统，人类和多数动物都具备“听”的功能，虽然人们对这一功能是习以为常的，但若从信号分析与识别的角度看，它却无疑是十分高级的。总体上，听觉系统能够将外部的声音信号转换为大脑可以处理和识别的神经冲动信号，这本身就说明其拥有精巧的内部结构和独特的运行机制。同时，听觉系统的很多功能是常规信号分析方法所难以有效实现的，如可对突发的声音产生本能的反应，而且会下意识地转头转向声源方向，这一功能对于动物来说则尤为重要，可以帮助动物随时感知危险，是动物在危机四伏的自然界里能够生存下来所必需的一种能力。

人类的听觉系统包括听觉外周和听觉中枢。听觉外周由外耳、中耳和耳蜗组成。声波经外耳的耳廓和外耳道传至中耳的鼓膜，引起鼓膜的振动，鼓膜的振动经三块听小骨放大后传至耳蜗，耳蜗的主要作用是对声信号进行类似于带通滤波的处理，并将声波的机械能转换为神经编码信号，耳蜗的输出沿听神经上行至听觉中枢，最终产生听觉，其基本工作原理如图 1.1 所示。在上述过程中，耳蜗负责完成声音信号分析和处理的基础性工作，是听觉外周的核心部件，其中与声信号处理密切相关的元件包括基底膜、内毛细胞、外毛细胞和感音神经元。在感音神经元和听觉中枢之间，有三级交换神经元，统称为传入神经。听觉中枢部分主要包括上橄榄核、中脑下丘和听皮层，负责双耳信息的综合、听觉形成、记忆和特殊听觉任务的执行。另外，听皮层会根据听觉任务控制各前端元件的运行，主要的控制信息沿传出神经下行至耳蜗外毛细胞，由外毛细胞调整基底膜和内毛细胞的行为特性，从而使听觉系统具有良好的非线性自适应能力。在上述的听觉实现过程中，既有机械运动的传递，也有与淋巴液有关的流体运动，还存在复杂的神经电信号的产生、传输与处理，所以，听觉系统并不是一个简单的“传声器”，而是一种功能丰富的信号处理系统。声信号经听觉系统处理后，大脑最终感知到的声音与实际声音会存在较大区别，但并不妨碍对声音的理解和记忆。

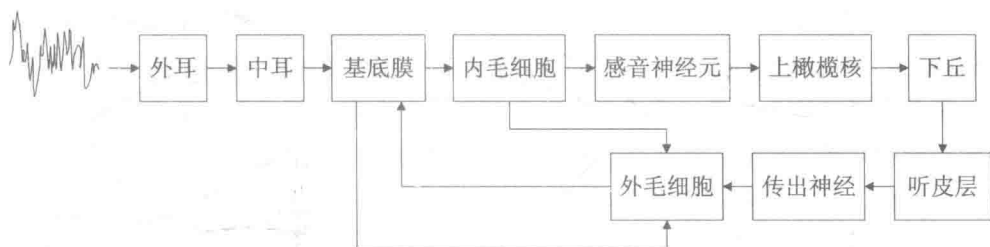


图 1.1 人类听觉系统工作原理

由图 1.1 可知，听觉系统的信号处理过程的主要特点是多层、多步骤和多元件，即信号被多种分布在不同层级、处理功能不同的元件依次处理，从而完成信息的转换、提取、筛选和记忆。同时，耳蜗基底膜对输入信号进行了第一次实质性处理，即频率分解，这一工作与频谱分析或小波变换十分类似。在目前的工程实际中，对信号的分析往往只是止于频谱分析或小波变换等信号分解层面，尚缺少有效的深入处理手段，而在听觉系统中，频率分解只是信号处理的第一个环节，因此，仅从这一点看，听觉系统的信息处理机制便具有很好的研究和借鉴价值，从而对听觉系统的模拟可能是扩展信号分析方法的一种有效途径。

目前，已探明的听觉功能主要有频率分解、多声音混合信号的分离、声源定位与跟踪、噪声背景下的有用信号提取、目标信号流聚焦、信号识别、听觉记忆等，这些功能也多是信号分析领域中重点关注甚至难以实现的，这说明人类听觉系统的运行机制对于信号分析方法的设计具有很好的借鉴价值。因此，从 20 世纪 60 年代开始，人们便尝试建立听觉系统的数学模型（以下简称听觉模型），并将其应用于信号分析中，直至今日，听觉模型的模拟对象已从听觉外周延伸至听觉中枢，从单耳扩充为双耳，并在语音

分析、声源定位、环境噪声评估、机械故障诊断、声呐信号识别等多种领域中获得成功应用，并表现出良好的性能。

## 1.3 听觉模型

### 1.3.1 听觉模型概况

大自然、动物和人类的某些特性往往会触发科学研究的灵感，从而产生新的理论和方法，并获得很好的实际应用效果，如模糊数学、遗传算法、神经网络等。听觉模型便是一种以模拟人类听觉系统运行机制为主要特点的信号分析方法。由于听觉系统功能多样，所以，往往根据应用场合的具体要求而构建相应的听觉模型。在听觉模型的建模过程中，一般有三种思路，第一种是重现式建模，追求模型的功能和性能与实际听觉生物学实验结果相吻合；第二种是功能性建模，只模拟相应功能，但不考虑与听觉生物学的一致性；第三种则是混合式建模，即模型中存在与听觉功能模拟无关的计算。当然，由于听觉系统的生理结构和生物组织十分复杂，其中的神经传导机制也未完全明晰，因此，在听觉模型建模中尚存在很多简化和假设，从而更侧重于功能的模拟和再现。

总体上，听觉模型可分为三部分，包括听觉外周、中级听觉和听觉中枢模型，其中，后两者也可统称为听觉中枢模型。通常情况下，听觉外周模型即为耳蜗模型。由于耳蜗的功能相对较为明确，主要是将输入信号转化为神经冲动信号，因此，听觉外周模型的计算过程已较为成熟。中级听觉部分的功能则十分丰富，负责从多个角度提取信号的内部特征，听觉中枢模型则完成最终的听觉形成、识别、记忆、信号分流等工作。所以，在实际应用中，往往根据所要解决问题的具体情况而设计相应的听觉模型，且目前尚未出现较为统一的模型结构和计算流程。

听觉模型的建模工作涉及生物学、生理学、心理学、神经动力学、机械振动学、信号分析理论等多个学科领域，需要在各学科的相互配合下才能建立起高水平的模型。同时，由于与听觉研究领域关系十分密切，需要随时关注有关听觉系统的最新研究成果，以将其应用于所建模型中，因此，听觉模型是一个能够不断扩展和深入的研究领域。

### 1.3.2 听觉模型的特点

对于模型本身，听觉模型具有结构上的多模块化、计算方法上的开放性和模型输出的多样性这三个主要特点。

① 结构上的多模块化。由于听觉系统的组成元件众多，且每个元件都有其自身功能，所以，听觉模型也由多个功能子模型构成，每个子模型负责一项信息处理任务，信号经各子模型依次处理后得到最终输出，如听觉外周模型的信息处理流程一般为基底膜子模型、内毛细胞子模型、感音神经元子模型等。同时，对于同一听觉元件，也存在多种子模型与之对应，如对于耳蜗基底膜即有多种模拟方法。因此，听觉模型的性能很大程度上取决于子模型的选择和组合方式。

② 计算方法上的开放性。听觉模型计算方法的开放性主要体现在三个方面。首先,由于听觉模型侧重于功能模拟,而同一信息处理功能必然可用多种计算方法实现,如对于内毛细胞的建模,既可以使用微分方程组(如 Meddis 模型)模拟细胞与外界间的物质传输过程而实现内毛细胞半波整流功能,也可以直接进行半波整流,虽然实现方法不同,但最终效果相近。其次,由于听觉系统的许多信息处理功能并没有相关的理论与之对应,因此,在建模过程中,可以很大程度上摆脱传统信号分析理论思想的羁绊,这对于扩充信号处理方法和提升处理效果均具有十分积极的意义,如模拟听觉侧抑制功能可锐化谐波频率并可抑制噪声,模拟听觉掩蔽机制可实现语音增强,模拟听神经同步振荡现象对于实现信号分流和记忆均有一定的辅助作用等。第三,随着对听觉系统研究的深入,很多功能和现象不断被挖掘和充分认识,而由于采用模块化结构,则新的功能模拟子模块可以很方便地嵌入至已有听觉模型中,因此,听觉模型具有很强的可重塑性和包容性。

③ 模型输出的多样性。由于每种听觉模型都是为了解决特定问题而设计的,因此,模型的输出也会存在很大不同,同时,即使同一模型,在不同的应用场合也可以选择不同的输出形式,常见的输出形式有描述信号频域分布情况的听觉谱、模拟神经输出的脉冲编码、信号分流结果的时域波形等。

总体上,听觉模型在结构搭建、计算方法设计和输出形式选择等多个方面均具有很强的灵活性,其中一个重要的原因是,除了基底膜频率分解之外,模型的主要计算步骤均无相应的信号分析方法,所以,听觉模型具有非常广阔的研究空间。

### 1.3.3 听觉模型的应用情况

由于听觉系统处理的是声音信号,因此,听觉模型的早期应用主要集中在语音信号分析领域中,之后,扩展至环境噪声和声呐信号分析中,由于振动与噪声具有同源性,听觉模型在机械振动信号分析中也获得较好的应用效果。可以认为,只要是与声音或振动相关的信号分析场合,听觉模型都具有一定的应用潜力,以下列举几种比较典型的听觉模型应用场合。

① 人工耳蜗。人工耳蜗是一种模拟耳蜗功能的电子装置,利用硬件电路和软件处理将声音信号转换为电信号,通过植入耳部的电极刺激听神经而使听力损伤的人产生听觉,是治疗重度耳聋甚至全聋的有效手段。可见,人工耳蜗也是一种“有形”的听觉模型,其对声音信号的处理过程也与一般的听觉模型相类似。值得注意的是,由于可以使患者在一定程度上恢复听觉功能,说明人工耳蜗的信号处理方式已接近于实际耳蜗,更说明目前的听觉模型建模方法是合理的。

② 语音信号分析。听觉模型在语音信号分析领域中的应用一直较为活跃,而且可实现多种分析功能,尤其在语音识别中,听觉模型已被证明是一种性能优于 FFT 的特征提取方法。除了语音识别之外,听觉模型可用于说话人识别、语音增强、音频文件的数字水印、音乐分类、音频质量估计等场合。

③ 听觉场景分析(ASA)。听觉场景分析是指在多声源混合信号分离出各声源信号

或目标声源信号，是一种盲源分离问题。由于人类听觉系统可在嘈杂的背景噪声中专注于倾听目标声源信息，所以很自然的，听觉模型被引入听觉场景分析的研究中。一般的盲源分离方法通常会要求传感器不应少于声源数目，从而只有在使用大量传感器的情况下才可获得较好的分离效果。而听觉系统只使用双耳信息即可实现目标声源信号的提取，且具有转换目标的能力，所以，听觉系统的运行机制必然优于常规的分离方法，这也是听觉模型受到重视的一个原因。目前，基于听觉模型，已可实现多种基频混杂的语音信号的分离，并能够识别出信号中的非语音成分。另外，语音信号和振动信号在时域分布和频率结构等方面存在很大差异，因此，听觉模型是否可以有效分离目标振动信号，尚需进一步研究。

④ 声源定位。声源定位对于机器听觉、环境噪声评估、机械噪声分析、安防监控等场合均有很强的实际意义，也是必须解决的问题。听觉系统可利用双耳效应和耳廓效应实现声源方位的辨识，而且双耳效应中的生物学机制也日趋明晰，因此，可实现声源定位功能的双耳模型受到广泛关注，并可实现对移动声源的轨迹追踪。

⑤ 机械振动与噪声信号分析。由于振动与噪声信号不存在本质上的区别，所以，听觉模型也可用于机械振动信号分析。同时，机械振动与噪声信号由于语音信号存在一定差异，则听觉模型的具体计算过程和相关参数也与常规模型不尽相同。目前，听觉模型已可用于设备（如舰船、发动机等）噪声分析、声目标识别、车辆噪声主观感受评估、机械故障特征提取等应用领域中。总体上，听觉模型在机械振动与噪声信号分析中主要有两方面应用，一是振动或噪声水平的评估，为设备的设计和改进行提供参考，其突出优点是能有效反映人对振动或噪声的主观感受；另一类则是特征提取，主要面向声目标识别和机械故障诊断，由于听觉模型所得特征与常规信号分析方法所得信号特征存在很大的差异，所以，听觉模型往往能够有效区分不同目标或故障，且稳定性和抗噪声干扰能力均较为突出。

## 1.4 信号分析理论基础

### 1.4.1 内积

信号分析理论中的两个核心运算是内积和卷积，而卷积又是由内积构成的，所以，内积可以认为是信号分析理论中最基本的运算形式。

对于平方可积空间  $L^2(R)$  中的函数或信号  $x(t)$  和  $y(t)$ ，它们的内积为

$$\langle x(t), y(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y^*(t) dt \quad (1.2)$$

上式中，“\*”表示共轭。当对于实离散信号  $x(n)$  和  $y(n)$  ( $n = [0, N]$ )，内积为

$$\langle x(n), y(n) \rangle = \Delta \sum_{n=0}^N x(n)y(n) \quad (1.3)$$

其中， $\Delta$  为采样时间间隔，由上式可见，内积是两信号中所有相同时间处的幅值乘积之

和。

以向量内积为例说明内积的基本性质, 设两二维向量为  $\mathbf{A} = \{a_1, a_2\}$  和  $\mathbf{B} = \{b_1, b_2\}$ , 则内积为

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = a_1 b_1 + a_2 b_2 = |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \cos \theta$$

上式中,  $|\mathbf{A}|$  和  $|\mathbf{B}|$  分别为  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  的模,  $\theta$  为  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  之间的夹角。可见, 当向量  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  的模一定时, 它们内积的值便取决于向量间的夹角, 即当  $\theta = 0$  时, 内积值最大。由于函数或信号也可认为是高维向量, 所以, 内积值的正负和大小可在一定程度上反映两个函数的波动相似性。

对于  $(t_1, t_2)$  区间内的两个函数  $\varphi_1(t)$  和  $\varphi_2(t)$ , 若它们的内积满足

$$\langle \varphi_1(t), \varphi_2(t) \rangle = \int_{t_1}^{t_2} \varphi_1(t) \varphi_2(t) dt = 0 \quad (1.4)$$

则  $\varphi_1(t)$  和  $\varphi_2(t)$  为正交的, 即二者完全不相似。对于由  $M$  个函数构成的函数集  $\{\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_M(t)\}$ , 若在区间  $(t_1, t_2)$  内满足

$$\langle \varphi_i(t), \varphi_j(t) \rangle = \int_{t_1}^{t_2} \varphi_i(t) \varphi_j(t) dt = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ K_i & i = j \end{cases} \quad (1.5)$$

上式中,  $K_i$  为常数, 则称该函数集为正交函数集, 即函数集中的每个函数只与自己相似, 与其他函数完全不相似。如果除了正交函数集  $\{\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_M(t)\}$  中的函数之外, 不存在其他函数  $\varphi(t)$  ( $0 < \int_{t_1}^{t_2} \varphi(t) dt < \infty$ ) 满足

$$\langle \varphi(t), \varphi_i(t) \rangle = \int_{t_1}^{t_2} \varphi(t) \varphi_i(t) dt = 0 \quad (1.6)$$

则称  $\{\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_M(t)\}$  为完备正交函数集。

在信号分析中, 经常希望了解信号的组成情况, 即对信号进行分解。如果给定一在  $(t_1, t_2)$  区间内的完备正交函数集  $\{\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_M(t)\}$ , 则可以假设信号  $x(t)$  为

$$x(t) \approx \sum_{i=1}^M C_i \varphi_i(t) \quad (1.7)$$

对于常系数  $C_i$ , 可以按照使  $x(t)$  与  $\sum_{i=1}^M C_i \varphi_i(t)$  之间的均方误差最小来确定, 即

$$\frac{\partial}{\partial C_i} \int_{t_1}^{t_2} [x(t) - \sum_{i=1}^M C_i \varphi_i(t)]^2 dt = 0 \quad (1.8)$$

将上式展开, 考虑到  $\partial x^2(t) / \partial C_i = 0$ ,  $[\sum_{i=1}^M C_i \varphi_i(t)]^2$  中不包含  $C_i$  的项对  $C_i$  偏导为零, 并结合式 (1.6), 可得

$$\frac{\partial}{\partial C_i} \int_{t_1}^{t_2} [-2x(t) C_i \varphi_i(t) + C_i^2 \varphi_i^2(t)] dt = 0 \quad (1.9)$$

最终可得

$$C_i = \frac{1}{\int_{t_1}^{t_2} \varphi_i^2(t) dt} \int_{t_1}^{t_2} x(t) \varphi_i(t) dt \quad (1.10)$$

当完备正交函数集中的函数数目  $M \rightarrow \infty$  时,  $x(t)$  与  $\sum_{i=1}^M C_i \varphi_i(t)$  之间的均方误差会趋近于无穷小, 则式 (1.7) 可写为

$$x(t) = \sum_{i=1}^{+\infty} C_i \varphi_i(t) \quad (1.11)$$

## 1.4.2 傅里叶分析

以内积运算为核心, 傅里叶分析方法是信号分析理论的基础和起点, 其工程应用效果在所有信号分析方法中也是最为突出的, 并具有清晰的物理意义和明确的数学原理, 几乎是振动信号分析中的一种必需方法。

完备正交函数集的一个典型代表是在区间  $[0, T]$  ( $T = 1/f_0$ ) 上的三角函数集  $\{1, \cos(2\pi \cdot f \cdot t), \cos(2\pi \cdot 2f \cdot t), \cos(2\pi \cdot 3f \cdot t), \dots, \sin(2\pi \cdot f \cdot t), \sin(2\pi \cdot 2f \cdot t), \sin(2\pi \cdot 3f \cdot t), \dots\}$ , 因此, 可将  $[0, T]$  区间内的信号  $x(t)$  表达为

$$x(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi n f_0 t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(2\pi n f_0 t) \quad (1.12)$$

由式 (1.10) 可得

$$\begin{cases} A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \\ a_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos(2\pi n f_0 t) dt \\ b_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin(2\pi n f_0 t) dt \end{cases} \quad (1.13)$$

若引入欧拉公式,  $x(t)$  的复数表达为

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{j2\pi n f_0 t} \quad (1.14)$$

其中,  $c_n$  为

$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-j2\pi n f_0 t} dt \quad (1.15)$$

通常, 称  $|c_n|$  为信号的幅值谱,  $\arg c_n$  为信号的相位谱。由于将信号  $x(t)$  表达为级数形式, 并由傅里叶最先提出, 因此, 式 (1.12) 和式 (1.14) 称为信号的傅里叶级数表达。同时, 由于傅里叶级数表达只限定在  $[0, T]$  区间内, 因此, 若使信号在  $[0, T]$  之外的区间内获得相同的傅里叶级数, 则  $x(t)$  必须是以  $T$  为周期的函数或信号。

当  $x(t)$  为瞬变非周期信号时, 可以认为  $T \rightarrow +\infty, f_0 = 1/T$  将趋近于无穷小, 可用  $df$  表示, 离散的频率值  $n f_0$  变为连续值  $f$ , 离散求和变为积分, 则式 (1.14) 可改写为

$$\begin{aligned} x(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} df \left[ \int_0^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt \right] e^{j2\pi f t} \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \int_0^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt \right] e^{j2\pi f t} df \end{aligned} \quad (1.16)$$

$$X(f) = \int_0^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (1.17)$$

则

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{j2\pi ft} df \quad (1.18)$$

称式(1.17)为 $x(t)$ 的傅里叶变换,式(1.18)为傅里叶逆变换,称 $|X(f)|$ 为幅值谱密度函数,简称幅值谱,相应的,称 $\arg X(f)$ 为相位谱密度函数,简称相位谱。

### 1.4.3 卷积与滤波

对于两个函数 $x(t)$ 和 $h(t)$ ,它们的卷积为

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau \quad (1.19)$$

上式通常简写为

$$y(t) = x(t) * h(t) \quad (1.20)$$

由于 $h(t)$ 在卷积(用 $*$ 表示)计算过程中不断进行时移,而每次时移后进行的计算又是内积,所以,卷积是由内积构成的,则卷积结果能够描述 $x(t)$ 中不同时段内波形与 $h(t)$ 的相似程度。

信号分析理论中有很多以卷积为基本运算的方法,小波变换便是一例,其计算公式为

$$WT(a, \tau) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \varphi^* \left( \frac{t - \tau}{a} \right) dt \quad (1.21)$$

上式中, $\varphi(t)$ 为小波母函数, $a$ 为尺度因子。若 $\varphi(t)$ 为偶函数,则由卷积性质可知, $WT(a, \tau)$ 反映了信号 $x(t)$ 中以 $\tau$ 为起始点的波形与 $\varphi\left(\frac{t - \tau}{a}\right)$ 之间的相似程度。

卷积与内积之间的一个重要联系是两信号的时域卷积与频域内积为傅里叶变换对,反之亦然,即

$$x(t) * h(t) \leftrightarrow X(f) \cdot H(f) \quad (1.22)$$

$$x(t) \cdot h(t) \leftrightarrow X(f) * H(f) \quad (1.23)$$

由式(1.22)可知,信号 $x(t)$ 与 $h(t)$ 做卷积计算后, $x(t)$ 的幅值谱和相位谱均会被 $h(t)$ 所调整,相当于利用 $h(t)$ 对 $x(t)$ 进行频域过滤,所以,卷积可实现对信号的滤波,前述的小波变换的实质便是对信号进行带通滤波,不同尺度对应不同的滤波频带。

另外,在物理意义上,如果 $h(t)$ 为系统的脉冲响应函数, $x(t)$ 为系统的输入,则卷积的结果 $y(t)$ 即为系统的输出。

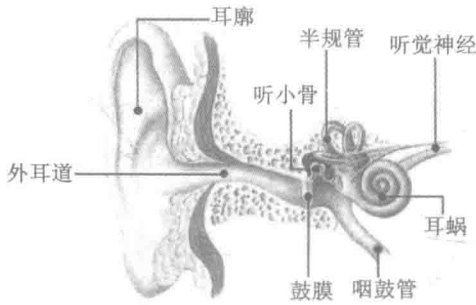




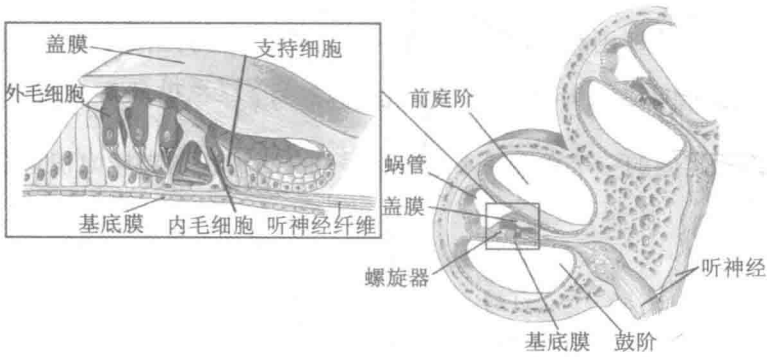
## 第2章 耳蜗主要组件建模方法

### 2.1 耳蜗基本结构与工作原理

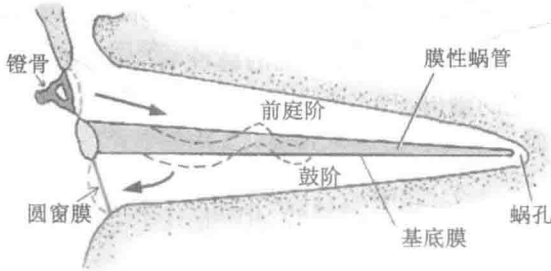
耳蜗是听觉系统中对声信号进行第一次实质处理的元件，其在人耳中的位置和 basic 结构如图 2.1 所示。耳蜗一端与中耳的镫骨相连，负责接收声波导致的镫骨振动，耳蜗



(a) 耳蜗在人耳中的位置



(b) 耳蜗的基本结构



(c) 耳蜗工作原理

图 2.1 耳蜗示意图