



严格依据最新国家教师资格考试大纲编写

光明日报教育专家委员会力荐
国家教师资格考试用书首选

2016最新版

国家教师资格考试统考教材

数学学科知识与教学能力

(初级中学)

黄延林◎主编

本丛书教育专家构成：

北京师范大学 首都师范大学 北京教育学院 北京市海淀区教师进修学校
北京市西城区教育研修学院 北大附中 人大附中

适用于全国统考省市

紧扣考试大纲 贴近考生诉求
直击重点考点 预测命题趋势

光明日报出版社



南阳师院 216413771

国家教师资格考试统考教材
《数学学科知识与教学能力》（初级中学）

黄延林◎主编

G633.602

83



图书在版编目(CIP)数据

数学学科知识与教学能力. 初级中学 / 黄延林主编. — 北京: 光明日报出版社, 2015. 11
国家教师资格考试统考教材
ISBN 978-7-5112-9508-8

I. ①数… II. ①黄… III. ①中学数学课—教学法—初中—中学教师—资格考试—教材 IV.
① G633.602

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第269505号

数学学科知识与教学能力(初级中学)

著 者: 黄延林 主编

责任编辑: 郭玫君

责任印制: 曹 诤

封面设计: 照 心

责任校对: 傅泉泽

版式设计: 赵 鑫 俄狄史卓 赵莫呷

出版发行: 光明日报出版社

地 址: 北京市东城区珠市口东大街5号, 100062

电 话: 010-67017249(咨询), 67078870(发行), 67019571(邮购)

传 真: 010-67078227, 67078255

网 址: <http://book.gmw.cn>

E-mail: gmcbbs@gmw.cn guomeijun@gmw.cn

法律顾问: 北京德恒律师事务所龚柳方律师

印 刷: 北京高岭印刷有限公司

装 订: 北京高岭印刷有限公司

本书如有破损、缺页、装订错误, 请与本社发行部联系调换

开 本: 205mm×280mm 1/16

字 数: 680千字

印 张: 25.125

版 次: 2015年11月第1版

印 次: 2015年11月第1次印刷

书 号: ISBN 978-7-5112-9508-8

定 价: 48.00元

版权所有 翻印必究

本册主编

黄延林

编委会（以姓氏笔画为序）

白 雪 刘忠新 李大永 邵文武

张晓东 黄延林 薛钟俊

目 录

第一部分 数学学科知识

第一章 数与式	3
第一节 实数	4
第二节 代数式	9
第三节 复数	18
第二章 方程(组)与不等式(组)	23
第一节 方程与方程组	24
第二节 不等式及不等式组	30
第三节 二元一次不等式(组)与简单线性规划问题	35
第四节 不等式选讲	38
第三章 集合与逻辑	43
第一节 集合的概念、表示和基本关系	44
第二节 集合的运算	47
第三节 命题与量词、基本逻辑联结词	50
第四节 充分条件、必要条件与命题的四种形式	53
第五节 推理与证明	57
第六节 算法与程序框图	61
第四章 函数	65
第一节 函数的概念	67
第二节 函数的基本性质	71

第三节 反函数和复合函数	76
第四节 一次和二次函数	79
第五节 指数函数	83
第六节 对数函数	88
第七节 幂函数	92
第八节 三角函数	95
第五章 数列	104
第一节 数列的基本概念和表示	105
第二节 等差数列及其前 n 项和	107
第三节 等比数列及其前 n 项和	111
第四节 数列综合问题	112
第六章 图形与几何	117
第一节 图形的性质	118
第二节 图形的变化	127
第三节 图形与坐标	130
第七章 向量	134
第一节 平面向量	134
第二节 空间向量	144
第八章 立体几何	156
第一节 空间图形的基本元素及平面的基本性质	157
第二节 空间中的平行关系	164
第三节 空间中的垂直关系	172
第四节 简单几何体	178
第九章 解析几何	185
第一节 直线	186
第二节 圆的方程	190
第三节 椭圆方程及其基本性质	193

第四节 双曲线方程及其基本性质	197
第五节 抛物线方程及其基本性质	201
第六节 直线与圆锥曲线的位置关系	204
第七节 空间解析几何	210
第八节 坐标系与参数方程	216
第十章 计数原理	220
第一节 两个基本原理	220
第二节 排列	222
第三节 组合	224
第四节 二项式定理	227
第十一章 统计与概率	231
第一节 统计	232
第二节 概率	241
第十二章 极限与微积分	252
第一节 函数极限	253
第二节 数列极限	257
第三节 函数的连续性	260
第四节 导数	261
第五节 微分与积分	267
第十三章 线性代数	277
第一节 行列式	278
第二节 矩阵	283
第三节 线性方程组	288
第十四章 数学史	299
第一节 微积分简史	299
第二节 代数发展简史	300
第三节 几何发展简史	303

第四节 统计概率发展简史·····	305
-------------------	-----

第二部分 教学知识与能力

第一章 课程知识·····	311
---------------	-----

第一节 初中数学课程标准·····	311
-------------------	-----

第二章 教学知识·····	332
---------------	-----

第一节 数学教学过程与方法·····	332
--------------------	-----

第二节 典型内容的教学·····	336
------------------	-----

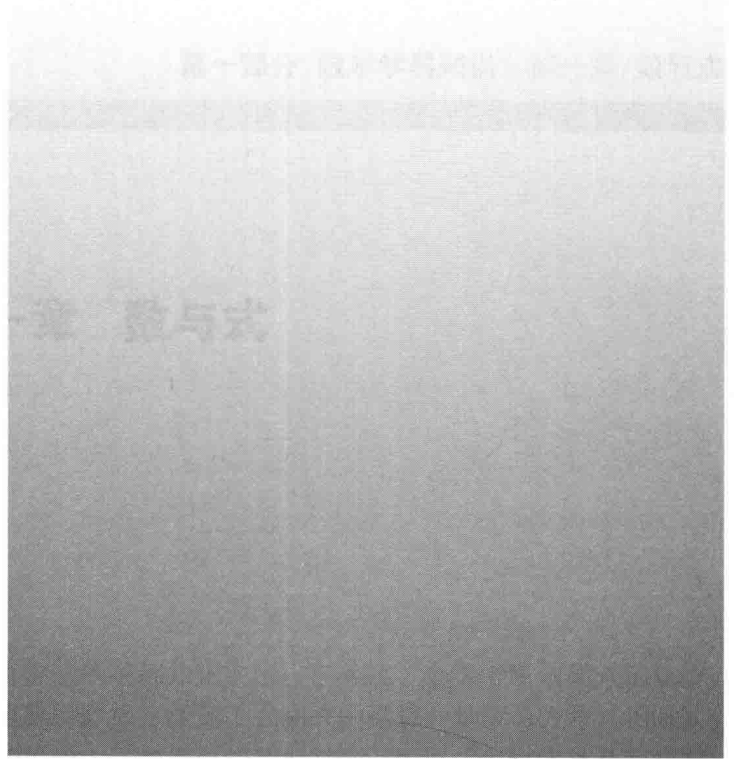
第三节 数学学习方式与评价·····	350
--------------------	-----

第三章 教学技能·····	355
---------------	-----

第一节 教学设计·····	355
---------------	-----

第二节 例说数学教学实施·····	369
-------------------	-----

第三节 教学评价·····	386
---------------	-----



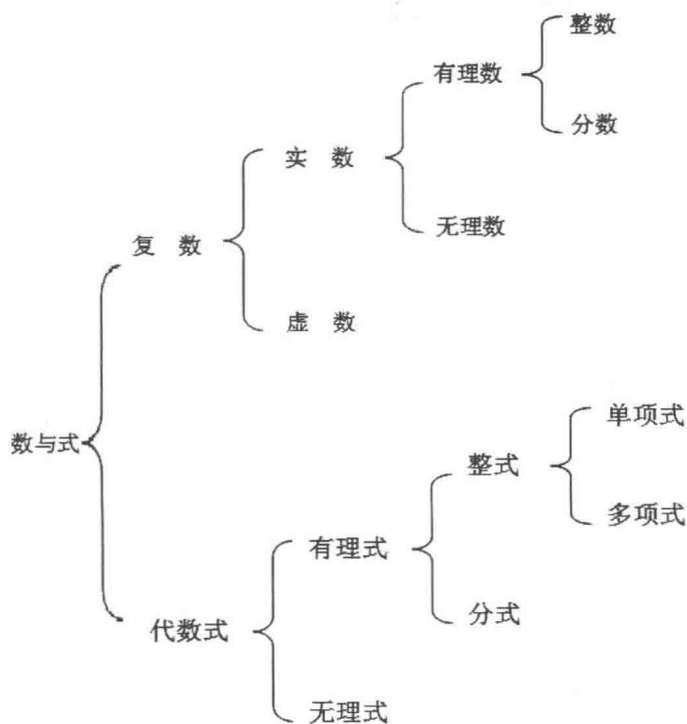
第一部分 数学学科知识

第一章 数与式

考试大纲导读

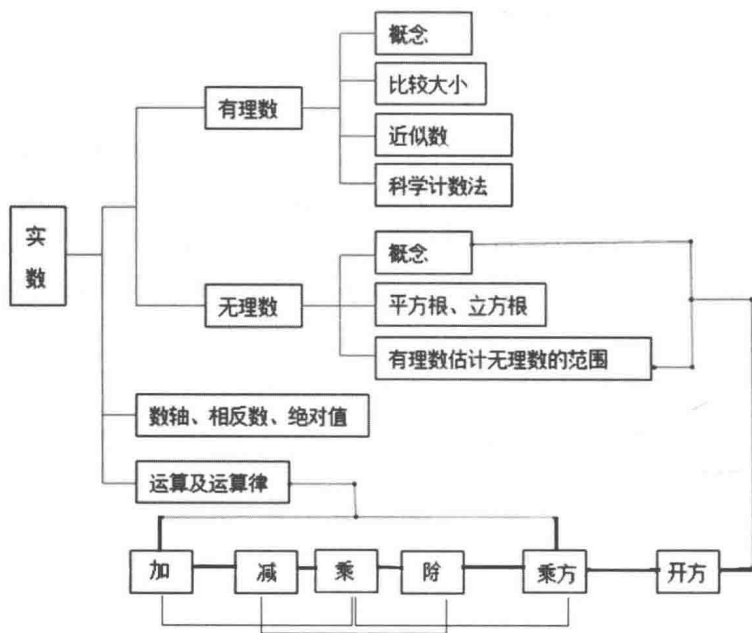
数与式是初中和高中数学最重要、最有价值的基础知识之一，它承续了小学中对数和式的认识，从整数、分数飞跃到有理数、实数，从数和数的运算飞跃到了式和式的运算，是学习方程、不等式、函数等知识的基础，其中蕴含了丰富的数学思想方法和重要的解题技巧。数与式包含实数及其运算、整式运算与因式分解、分式和二次根式、复数及其运算的相关内容，这部分有三多：概念多、公式多和计算多。

章知识结构图



第一节 实数

知识梳理



知识要点回顾

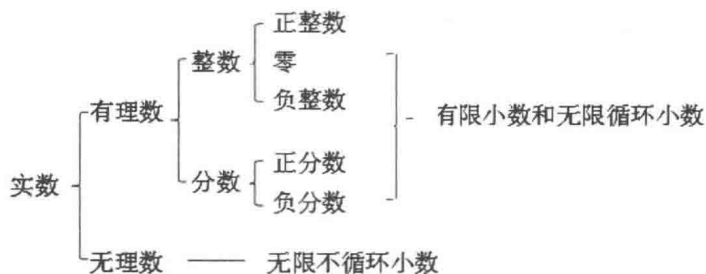
一、实数的概念

(一) 实数的组成

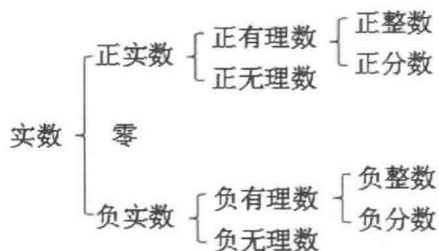
有理数：整数和分数统称为有理数。

无理数：无限不循环小数又叫做无理数。

实数：有理数和无理数统称为实数。



或



正整数和零统称非负整数，正数和零统称非负有理数。

(二) 数轴

规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴。原点、正方向和单位长度是数轴的三要素，是判断图形是不是数轴的根本依据。

在数轴上表示的两个数，右边的数总比左边的数大。

实数与数轴上的点是一一对应的。平面直角坐标系中的点与有序实数对之间也是一一对应的。

(三) 倒数、相反数、绝对值

乘积为 1 的两个数互为倒数。非零实数 a 的倒数是 $\frac{1}{a}$ ($a \neq 0$)。

相反数：一般地，只有符号不同的两个数叫做互为相反数，0 的相反数是 0。两个互为相反数的数的和为零，反之亦然；

一般地，数轴上表示互为相反数的两个点，分别在原点的两旁，并且离原点的距离相等；

绝对值的代数意义：一个正数的绝对值是它的本身；一个负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是 0。

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases} \text{ 或 } |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}.$$

绝对值的几何意义：一个数的绝对值是这个在数轴上的对应点到原点的距离。

绝对值的非负性：对于任何数 a ，都有 $|a| \geq 0$ ，即 $|a|$ 是一个非负数。

若 $|a| = a$ ，则 $a \geq 0$ ；若 $|a| = -a$ ，则 $a \leq 0$ 。

(四) 平方根、算术平方根、立方根

一般地，如果一个数的平方等于 a ，这个数就叫做 a 的平方根（或二次方根），即：如果 $x^2 = a$ ，那么 x 就叫做 a 的平方根。

正数 a 的正的平方根，叫做 a 的算术平方根，记作 $\sqrt{a}$ ，读作“根号 a ”；另一个平方根是它的相反数，即 $-\sqrt{a}$ 。因此正数 a 的平方根可以记作 $\pm\sqrt{a}$ 。 a 称为被开方数。

平方根的性质：一个正数的平方根有两个，它们互为相反数；0 的平方根为 0；负数没有平方根，

立方根：一般地，如果一个数 x 的立方等于 a ，即 $x^3 = a$ ，那么这个数 x 叫做 a 的立方根（也

叫做三次方根），记为 $\sqrt[3]{a}$ ，0的立方根为0

立方根的性质：一个正数的立方根是正数；0的立方根为0；负数的立方根是负数。

$$\left(\sqrt[3]{a}\right)^3 = a; \sqrt[3]{a^3} = a.$$

（五）三类非负数

任何一个数 a 的绝对值是非负数，即 $|a| \geq 0$ ；

任何一个数 a 的偶次方是非负数，即 $a^{2n} \geq 0$ （ n 是整数）；

任何一个数 a 的偶次方根及其被开方数是非负数，即当 $a \geq 0$ 时， $\sqrt[n]{a} \geq 0$ （ n 是大于1的正整数）。

非负数主要有列性质：非负数一定有最小值，这个值是零；有限个非负数的和仍然是非负数；如果有限个非负数的和是零，则每个非负数同时是零。

（六）近似数、科学记数法

一个近似数，四舍五入到哪一位，就说这个近似数精确到哪一位。

科学记数法：把一个数记成 $a \times 10^n$ 的形式（其中 $1 \leq |a| < 10, n$ 为整数）。

（七）实数大小的比较

两个实数比较大小，正数大于零和一切负数；两个正数，绝对值大的数较大；两个负数，绝对值大的数较小。

常用方法：数轴法；作差法；平方法等。

二、实数的运算

在实数集内进行加、减、乘、除（除数不为零）运算，其结果仍是实数，即实数对四则运算的封闭性。

（一）加法

同号两数相加，取相同的符号，并把绝对值相加；绝对值不相等的异号两数相加，取绝对值较大加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值；互为相反数的两个数相加得0。

（二）减法

减去一个数，等于加上这个数的相反数。

（三）乘法

两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对相乘。

（四）除法

除以一个数等于乘以这个数的倒数。两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除，零除以任何一个不等于零的数，都得零。

(五) 乘方

求几个相同因数的积的运算叫做乘方，乘方的结果叫做幂。 $\underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n\text{个}} = a^n$ ， a 叫做底数， n 叫做指数， a^n 叫做幂，读作 a 的 n 次幂（或 n 次方）。一个数可以看作这个数本身的一次方， a 就是 a^1 ，指数1通常省略不写。乘方运算先确定幂的符号，然后计算幂的绝对值。

乘方运算的符号法则：正数的任何次幂都是正数，负数的奇次幂是负数，负数的偶次幂是正数，0的任何正整数次幂都是0。

(六) 开方：

求一个非负数 a 的平方根的运算，叫做开平方，其中 a 叫做被开方数。

如果 $x^2 = a$ 且 $x \geq 0$ ，那么 $x = \sqrt{a}$ 。

开立方：求一个数 a 的立方根的运算就叫做开立方，其中 a 叫做被开方数。

如果 $x^3 = a$ ，那么 $x = \sqrt[3]{a}$ 。

开方与乘方互为逆运算。数的开方与数的乘方是并列的，是同一级运算。

(七) 混合运算：

运算顺序：在没有括号的运算中，先乘方、开方，再算乘、除，最后算加、减；算式里如果有括号，先进行括号内的运算；同级运算，从左到右依次运算。

三、实数的运算规律

交换律： $a+b=b+a$ ， $a \cdot b=b \cdot a$ ；

结合律： $(a+b)+c=a+(b+c)$ ， $(ab)c=a(bc)$ ；

分配律： $a(b+c)=ab+ac$ 。

其中， a 、 b 、 c 表示任意实数。运用运算律有时可以使运算简便。

重点难点提示

本章是初中代数的基础，涉及的概念多，如正数、负数、有理数、数轴、倒数、相反数、绝对值、乘方、平方根、算术平方根、立方根、开方、乘方、无理数、实数、近似数、幂、科学记数法、整式等，因此对这些概念的理解应是本章学习的前提。实数的运算是本章学习的重点，同时也是难点。

实数的运算主要弄清三方面的内容，即运算法则、运算顺序、运算律。实数运算有加、减、乘、除、乘方、开方，其中加法运算是所有运算的基础。运算顺序相对来说好理解，如果有括号则应先算括号里的内容，没有括号时先算乘方与开方运算，再算乘法与除法，最后算加法与减法，在同一级运算中从左到右依次进行即可。运算律包括交换律、结合律、分配律。乘法对加法的分配律非常重要，它是解决整式乘法的工具。

经典案例剖析

例 1. 实数 a 、 b 在数轴上对应点的位置如图所示，则 a ___ b （填“>”、“<”或“=”）



【思路分析】数轴上一点对应的数总大于这个点左边的点对应的数，因此， $a < b$ 。

【解答】 $a < b$ 。

例 2. 从实数 $-\sqrt{2}$ 、 $-\frac{1}{3}$ 、 0 、 π 、 4 中，挑出的两个数都是无理数的为（ ）

A. $-\frac{1}{3}$ ， 0

B. π ， 4

C. $-\sqrt{2}$ ， 4

D. $-\sqrt{2}$ ， π

【思路分析】本题对无理数的概念进行了考查。判断一个数是否为无理数的条件是看这个数是否为无限不循环小数。 $-\sqrt{2}$ 含有根号且开方开不尽，是无理数； $-\frac{1}{3}$ 是分数，整数和分数统称为有理数，所以， $-\frac{1}{3}$ 、 0 、 4 都是有理数； π 是无限不循环小数，它是无理数。故选 D。

【解答】D。

例 3. 计算： $|-3| + (-1)^0 - \sqrt{9} =$ _____。

【思路分析】 $|-3| + (-1)^0 - \sqrt{9} = 3 + 1 - 3 = 1$ 。

【解答】1。

例 4. 已知 $3m - 5$ 和 $-2m + 3$ 互为相反数，求 m 的值。

【思路分析】根据互为相反数的两个数之和为零，建立方程求解。

【解答】因为 $3m - 5$ 和 $-2m + 3$ 互为相反数，

所以 $3m - 5 + (-2m + 3) = 0$ 。

所以 $m = 2$ 。

例 5. 在下列式子中正确的是（ ）。

A. $\sqrt[3]{-5} = -\sqrt[3]{5}$

B. $-\sqrt{3.6} = -0.6$

C. $\sqrt{(-13)^2} = -13$

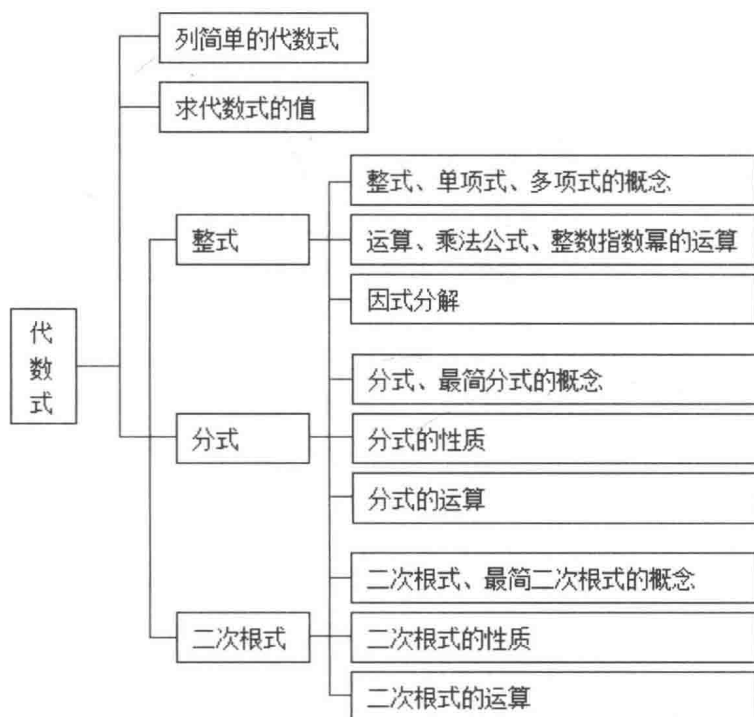
D. $\sqrt{36} = \pm 6$

【思路分析】本题考查的是平方根和立方根的概念和性质。 $\sqrt{36}$ 叫做 36 的算术平方根； $\pm\sqrt{36}$ 叫做 36 的平方根； $-\sqrt{36}$ 叫做 36 的负的平方根。

【解答】A.

第二节 代数式

知识梳理



知识要点回顾

一、代数式、运算及简单应用

(一) 代数式

用运算符号（加、减、乘、除、乘方、开方）把数或表示数的字母连接而成的式子，叫做代数式。特别地，单独的一个数或单独的一个字母也叫代数式。