万物皆数，数学主宰万物。这是一本充满趣味和智慧的科普读物。
绝对激发你的阅读味蕾，在大胆的数学推理中，发现非凡创造力。
你造吗？在大数据时代，逻辑思维和数学推算能力显得尤其重要。

颠覆惯性思维，原来数学这么有趣！

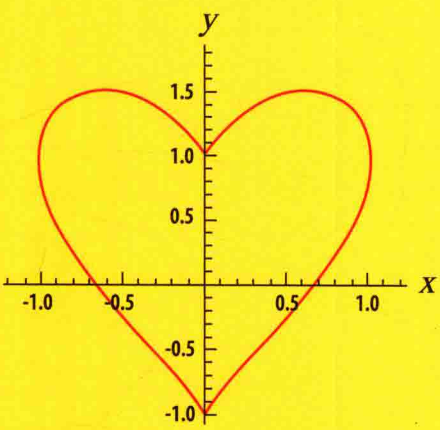
一位年仅15岁“零零后”少年的首部作品

灵动的数学

Lively Mathematics

冯茂恩/著

$$X^2+(Y-\sqrt[3]{x^2})^2=1$$



我的梦想是让越来越多的人喜欢数学。如果能像安德鲁·怀尔斯一样破解“费马大定理”将是我一生的追求！

- 没有数学就没有真正的智慧。　柏拉图（古希腊·哲学家）
- 数学支配着宇宙。　毕达哥拉斯（古希腊·数学家）
- 逻辑是数学的少年时代，数学是逻辑的成年时代。　罗素（英国·数学家）
- 数学是打开科学大门的钥匙。　培根（英国·哲学家）
- 宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，生物之谜，日用之繁，不用数学。　华罗庚（中国·数学家）

河南人民出版社

Lively Mathematics

灵动的数学

一位年仅15岁“零零后”少年的首部作品

冯茂恩 著

河南人民出版社

图书在版编目（CIP）数据

灵动的数学 / 冯茂恩著. 一郑州 : 河南人民出版社,
2017.4
ISBN 978-7-215-10972-8

I. ①灵… II. ①冯… III. ①数学一普及读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆CIP数据核字（2017）第068142号

河南人民出版社出版发行
（地址：郑州市经五路66号 邮政编码：450002 电话：0371—65788067）
新华书店经销 河南新起点印务有限公司印刷
开本 710毫米×1000毫米 1/16 印张 14
字数 100千字
2017年4月第1版 2017年4月第1次印刷

定 价：50.00元

本书献给我的父母

前　言

PREFACE

数学是奇妙的，生活中，我们可以运用数学中的相似三角形来算出旗杆的高度；大自然中，很多花朵的花瓣数量运用了数学中的斐波那契数。数学其实和我们的生活息息相关。

我对数学有独特的兴趣，在我两三岁的时候，奶奶就开始教我做一些简单的数学题，正是这个原因，我从小就对数学有一种痴迷的热爱。

从我上学开始，当别人都在玩耍时，我会拿出一个笔记本，上面会记下一些有趣的数学问题，有空我就会思考这些问题，所以，从小到大我的数学成绩在班上总是名列前茅。

在我身边，很多同学学不好数学，他们觉得数学是枯燥无味的。然而，在我眼中，数学不仅十分有趣，而且还生动美丽。

这本书就讲述了我眼中有趣的、灵动的数学。

兴趣是最好的老师，希望读完这本书，你也能像我一样发现数学的美妙，爱上数学。

冯载恩

目录

CONTENTS

第1章

数学中的魔术

这一章开始之前，我先变一个数学魔术。

首先，请你心里想一个数字，然后将这个数字加上37，再乘4，再减去51，再除以0.5，最后再减去你想的数字的八倍。

这时，你得到的答案是不是194?

这时候你可能要问了，我不知道你心里想的数，为什么能知道你的答案？

这就是数学中的魔术。

其实，魔术都是假的，如果用字母代表你心里想的数，就能得到解答。

设这个数为a，按照上述所说的运算，可以列出式子：

$\frac{4(a+37)-51}{0.5}-8a$，化简得194。

化简后，答案是一个常数，也就是说不管你想的数是什么，得到的答案都会是194。在你运算的过程中，a其实已经被抵消了。

再举一个例子，如何快速口算出35×35，45×45，55×55?

记得以前，我的数学老师告诉我，一个两位数如果个位数是5，那么它的平方运算法则就是：“十位数×（十位数+1），个位数×个位数，答案从左到右写在一起”。

以35为例，35×35的十位是3，3×（3+1）=12，个位5×5=25，那么35×35=1225。

以45为例，就是4×（4+1）=20，5×5=25，所以45×45=2025。

当时我觉得很神奇，但是更神奇的是个位并不一定是5，只要两个数的十位数相同，个位数相加为10，都符合这个运算规律。

比如46×44，结果就是：4×（4+1）=20，4×6=24，合在一起就是答案2024。如果你不信，可以多试几个数，用计算器验证。

口算出两个十位数相同，个位数相加为10的两位数的乘积并不是魔法，如果用字母代替，便有规律可循。

先从简单的入手，当两位数个位数是5时，如35，45，55……，用字母表示可以表示为（$10n+5$）（$n\leq 9$，为正整数），那么它的平方就是

$(10n+5)^2=100n^2+100n+25=100n(n+1)+25$。

以35为例，3×（3+1）=12，然而1225中前两位12实际上表示1200，即乘了100—在这个等式中，$100n(n+1)$便代表了十位数×（十位数+1），25便代表了5×5。这也就是为什么个位数是5的两位数的平方可以直接这样口算的原因。

那么当两个十位数相同的两位数相乘时，可以表示为

$(10n+a)(10n+b)$，化简得$100n^2+10(a+b)n+ab$，

所以当$(a+b)=10$时，这个多项式就可以化简为

$100n^2+100n+ab=100n(n+1)+ab$。

$100n(n+1)$表示十位数×（十位数+1），ab表示个位相乘，相加便是两个数的乘积。而由于从左到右写$n(n+1)$在无形中就乘了100，所以这也解释了为什么多项式展开后能提取一个100。

根据前面两个问题，我们能够总结出一个数学思想：用字母表达数字，从而求出一般规律。

数学中的这种例子还有很多：

例：$5^2=4\times6+1$，$25^2=24\times26+1$，$8^2=7\times9+1$，……

用语言表达就是一个正整数的平方总比比它小1与比它大1的数的乘积大1。

这是什么原因呢？

其实如果用字母n来表达一般规律，n代表任意正整数，那么将语言转化为表达式就是$n^2=(n-1)(n+1)+1$，

如果我们能证明$n^2=(n-1)(n+1)+1$，那么就能证明对于一切正整数的平方总比比它小1与比它大1的数的乘积大1。

而$(n-1)(n+1)+1$展开后得$n^2-1+1=n^2$，显然成立，所以一切正整数的平方总比比它小1与比它大1的数的乘积大1。

例：$25^2-24^2=25+24$，$3^2-2^2=3+2$，$10^2-9^2=10+9$。相信你读了前面的例子，心中对这个例子会有一些想法了，对，仍然是用字母表示。

用n表示任意正整数，我们发现这些等式有一些一般规律，可以表示为$n^2-(n-1)^2=n+(n-1)$。等式左边展开得$n^2-(n^2-2n+1)$，化简得$2n-1$，等式右边化简也得$2n-1$，所以两边恒等，这就解释了为什么这个例子中这样的等式永远成立。

再举最后一个例子：

$5^2+6^2=61=2\times5\times6+1$,

$3^2+4^2=25=2\times3\times4+1$,

$9^2+10^2=2\times9\times10+1$。

在这个规律中，将n表示为任意正整数，那么可以发现

$n^2+(n+1)^2=2n(n+1)+1$。

等式左边化简后得$2n^2+2n+1$，等式右边化简后也得$2n^2+2n+1$，所以等式恒成立，那么n为正整数时，这个规律也永远成立。

当我们想要寻求一个规律的一般形式时，常常要设字母，用字母表达成等式，再证明等式恒成立，于是我们就得到了这个规律的一般形式。这就是数字中的魔术——设字母来找一般规律。

○皮埃尔·德·费马

皮埃尔·德·费马，法国律师和业余数学家。他在数学上的成就不比职业数学家差，他似乎对数论最有兴趣，对现代微积分的建立有所贡献，被誉为“业余数学家之王”。之所以称业余，是由于皮耶·德·费马具有律师的全职工作。费马最后定理在中国习惯称为费马大定理，西方数学界原名“最后”的意思是：其他猜想都证实了，这是最后一个。著名的数学史学家贝尔在20世纪初所撰写的著作中，称皮耶·德·费马为“业余数学家之王”。贝尔深信，费马比同时代的大多数专业数学家更有成就。17世纪是杰出数学家活跃的世纪，而贝尔认为费马是17世纪数学家中最多产的明星。

【人物故事】

费马观察着毕达哥拉斯定理——也叫勾股定理，它有几十种证明方法。如果将毕达哥拉斯方程$X^2+Y^2=Z^2$中X、Y、Z的2次幂升级到3次幂会怎样？他发现方程将没有整数解。他试着将其变为4次幂、5次幂……结果都没有整数解。在数的无限世界里，竟没有“费马三元组”的位置，这似乎是不可能的。费马在这个结论后面，写下了令一代又一代数学家为之苦恼的一段话：“我有一个对这个命题的十分美妙的证明，这里空白太小，写不下。”

这个问题困扰人类长达3个多世纪之久。费马十分满意自己对数学界的挑战。他并非与数学界毫无接触，事实上，他与他们通信，在信中他叙述自己的最新定理，却不提供证明。这种明显的挑衅叫他人无法忍受，有人叫他“那个该诅咒的法国佬”。费马仅有的一次与他人探讨数学的通信是同帕斯卡，他们探讨了概率论。当帕斯卡催促费马发表他的某个成果时，这个喜欢恶作剧的数学家说，“不管我的哪个工作被确定值得发表，我不想其中出现我的名字”。我们不能希求费马改变个性，只能埋怨当时的出版商为何不将书籍的页边弄得更大些。

欧拉只证明了3次幂的形式。“数学家之王”高斯虽然没有研究过费马大定理，但当他得知女数学家热尔曼对证明费马大定理有突破性进展时，一反常态，显得惊喜万分。1825年，两位年纪相差一代的数学家在热尔曼的基础上同时独立证明了5次幂。14年后，法国人证明了7次幂。在热尔曼取得突破性进展后，法国科学院为费马大定理设立了专项奖励，但以后每一次有人声明成功证明费马大定理最终都被发现存在致命漏洞。

数学与物理、化学等学科不同，这些学科由假设开始，然后再在自然界或实验室进行进一步验证，而数学则一开始就要求唯真。或许，这也正是数学的迷人之处。

1908年某天，数学爱好者、德国人沃尔夫斯基凯尔因失恋决定自杀。自杀前他在图书馆看到了费马大定理并为之着迷，他活了下来。后来，他立下遗嘱，以2007年为限，奖励第一个证明费马大定理的人10万马克。全世界都为此疯狂，以至于负责这笔钱的哥廷根皇家科学协会不得不印刷大量的退稿卡片来应付来自各地的信件。

最终，358年后，英国人安德鲁·怀尔斯于1995年证明了费马大定理，那时费马大定理已转换为证明谷山一志村猜想。毫不夸张地说，怀尔斯动用了人类发明数学以来的几乎所有知识，汇集了20世纪有关数论的所有突破性工作。他的证明写了满满200页，被分成6章，由6位世界顶级数学家独立审核。怀尔斯的证明即使浓缩到最短也有100页之多，这与费马留在页边的那段话格格不入。包括很多著名数学家在内的人认为，一定有以17世纪数学知识为基础的简洁巧妙的证明费马大定理的方法。从这个意义说，费马大定理至今仍没有完美解决。