

创新思想、新理论、新路径、新方法、新阐述

奇数集

素数集

孪生素数集

奇合数集

勾股弦集

多平方和数集

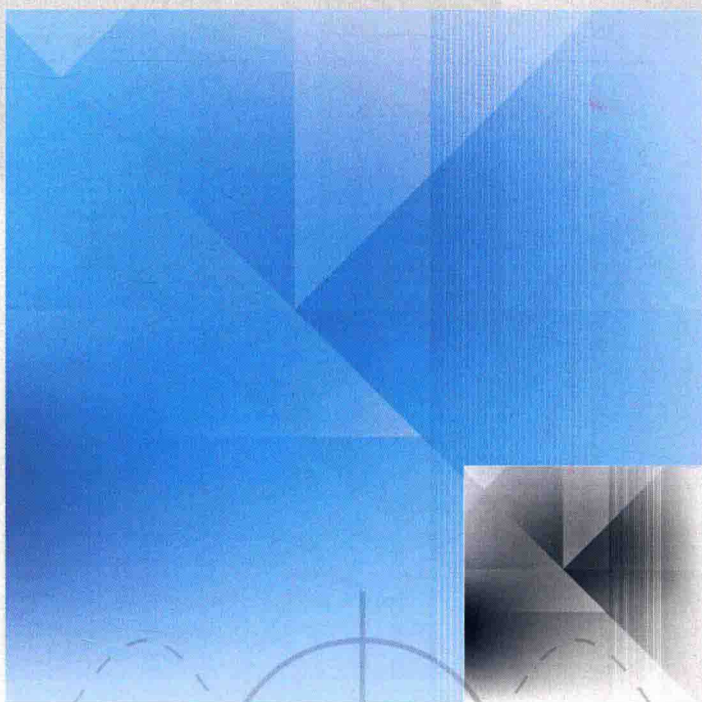
ZL生态空间

两奇素和数集

沈德龙 著

# 数学思考 的魔力

生态思维的创新生态空间及奇数是多态共生、共长、共存的数，  
多维、多值复函数群的函数计算程序群是必然的升级版。



知识产权出版社

全国百佳图书出版单位

创新思想、新理论、新路径、新方法、新阐述

奇数集

素数集

孪生素数集

奇合数集

勾股弦集

多平方和数集

2 $n$ 生态空间

两奇素和数集

沈德龙 著

# 数学思考 的魔力



## 图书在版编目 (CIP) 数据

数学思考的魔力 / 沈德龙著. —北京: 知识产权出版社, 2017. 8

ISBN 978-7-5130-5022-7

I. ①数… II. ①沈… III. ①数学-研究 IV. ①O1-0

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 168671 号

## 内容提要

本书通过大量数据实践例举, 先有对数据的形象思维, 由特殊到一般地探索出一些原本研究数学的方法和理论, 从中找到相关逻辑。始终遵循实践数据与新老理论相辅相成的研究路径。由思维的魔力, 建立了 ZL 空间坐标, 倡导用有限数据事实推理论证, 创立数的有形生态思维, 多态共生共长共存互变系统的量子数, 理性思维产生了神秘奇异的玄变能量, 解决了数学理论中一些难题。

责任编辑: 李婧

责任出版: 孙婷婷

## 数学思考的魔力

SHUXUE SIKAO DE MOLI

沈德龙 著

---

出版发行: 知识产权出版社有限责任公司	网 址: <a href="http://www.ipph.cn">http://www.ipph.cn</a>
电 话: 010-82004826	<a href="http://www.laichushu.com">http://www.laichushu.com</a>
社 址: 北京市海淀区气象路 50 号院	邮 编: 100081
责编电话: 010-82000860 转 8594	责编邮箱: 549299101@qq.com
发行电话: 010-82000860 转 8101	发行传真: 010-82000893
印 刷: 北京中献拓方科技发展有限公司	经 销: 各大网上书店、新华书店及相关专业书店
开 本: 720mm×1000mm 1/16	印 张: 17
版 次: 2017 年 8 月第 1 版	印 次: 2017 年 8 月第 1 次印刷
字 数: 250 千字	定 价: 56.00 元

ISBN 978-7-5130-5022-7

---

出版权专有 侵权必究

如有印装质量问题, 本社负责调换。

## 前 言

小学三年级听数学老师说“ $2=1+1$ ”无人能证。后从武汉大学数学系毕业成为一名教师。某天在报纸上看到徐迟的报告文学称“哥德巴赫猜想”是皇冠上的明珠，还有人说是超越数学家能力的高峰。我国著名数学家陈景润最大的贡献是在书中自述：已穷尽所有方法，若没有新的理论不要去论证，筛法不可解。新的数学理论也只能在实践中探索。猜想是人类对已有智慧和自信心的挑战，战胜挑战是人类必然的选择，破解猜想必须掌控素数，数学史也将有大的突破。探索未知求真创新是人类最优秀的本能和原动力。立新破旧，传承革古，新在其中。

本书论证内容都通过大量数据实践列举，先有对数据的形象思维，由特殊到一般地探索出一些原本研究数学的方法和理论，从中找到相关逻辑。始终遵循实践数据与新老理论相辅相成的研究路径。因为证明规律的密码都在数据中，书中有计算数据的程序设计。由形而上无形思维的魔力掌控素数，建立了ZL空间坐标，倡导用有限数据推理论证，创立数的有形生态思维，多态共生共长共存的生态数，生态思维优于非此即彼的机械动态思维、优于单一定量定性定理定律，精确唯一不变的牛顿、笛卡尔函数的表述，发展了自变量对应唯一函数成多值多函数理论，生态思维将科技引入许多魔法般的新旅程。普通平凡又处处显示创新的数学研究路线图：新问题→新实践→新数据→新哲理→新



理论→新方法→新规律→新性质→新证明→新定理。本书是传播数学科学思想、数学方法，提高数学教育，弘扬科学精神及人文素养的一本科普学术兼顾的书。为关注、学习、应用、研究数学思维与有关生态（量子）奇数，为素数分布与猜想苦恼的数学家们提供帮助。读者以数理专家、学者、科技人员和大学师生为主。

# 目 录

## 第一篇 素数与猜想

导 言 .....	(3)
第一章 素数 .....	(4)
第一节 定义与基本性质 .....	(4)
第二节 奇素数的一个推理 .....	(5)
第三节 素数定义的推演之一：生态数 .....	(6)
第四节 奇素数奇合数的时间律编码 .....	(6)
第五节 素数定义的推演之二：埃拉托色尼筛法 .....	(7)
第六节 无穷素数及孪生素数间距 .....	(8)
第七节 素数的普遍公式和判定 .....	(15)
第二章 破解哥德巴赫猜想 .....	(18)
第一节 ZL 空间 .....	(18)
第二节 奇数与序号的式 (1) (2) (3) .....	(19)
第三节 ZL 中 (数的序号与数对间) 的性质 .....	(20)
第四节 用 ZL 中性质 1 破解 .....	(20)
第五节 数学归纳法破解 .....	(21)



第六节	反证法破解 .....	(22)
第七节	全归纳法破解 .....	(23)
第八节	同一法及无限下推法破解 .....	(28)
第九节	ZL 的坐标法破解 .....	(28)
第十节	有序递推的变换链破解 .....	(29)
第十一节	抽屉原理破解 .....	(31)
第十二节	集合法破解 .....	(32)
第十三节	互质奇数和的无限集有序不唯一 .....	(32)
第十四节	例子和表 .....	(33)
第十五节	实数对称分布定理 .....	(45)
第十六节	“ $2=1+1$ ”中孪生素数的寄生性 .....	(46)
第三章	证明“ $2=1+1 \times 1$ ” ( $2m > 10, u_2 \geq 1$ ) .....	(48)
第四章	“黎曼猜想”不存在 .....	(50)
第一节	数与序号递推的例和程序 .....	(50)
第二节	已知 $i, j$ 函数关系, 求 $x, y$ .....	(51)
第三节	复平面上奇素数奇合数的递推定理 .....	(53)
第四节	奇数的分布函数 .....	(53)
第五节	探讨“黎曼猜想”不存在 .....	(56)
第五章	举例与程序数据 .....	(58)
第一节	偶数分三类和实例 .....	(58)
第二节	“ $2=1+1$ ”的极值对和中值对实例 .....	(65)
第三节	偶数、奇数化素数积、和的实例 .....	(70)
第四节	偶数“ $1+R$ ”的几个实例 .....	(76)
第五节	“ $2=1+1=1 \times 1+1$ ” ( $2m > 10$ ) .....	(82)
第六节	孪生素数表 5 .....	(86)
第七节	每个 $p$ 值是偶数的函数且是 $2m$ 的疑似随机震荡增函数的	





实例 .....	(98)
第八节 证 $p$ 值是自然数列 .....	(134)
第九节 $p$ 值的一个近似公式 .....	(135)
第十节 震荡增函数 $p$ 和 $p$ 的随机期望均值 $E_p$ .....	(137)
第十一节 程序操作 5 例 .....	(138)
第六章 关于 ZL 空间的新思考 .....	(142)
第一节 从研究“ $2=1+1$ ”的意义谈起 .....	(142)
第二节 从有规则数学随机性谈起 .....	(147)
第三节 有关素数分布的普遍公式 .....	(149)
第四节 中西方数学发展的路径 .....	(150)
第五节 中国数学研究中的缺憾和历史教训 .....	(153)
第六节 数学是艺术学表述的工具 .....	(155)
附 录 .....	(159)
附录 1: 证“ $2=1+1$ ”的历史资料 .....	(159)
附录 2: 常用程序及十三个概念的游戏题 .....	(160)

## 第二篇 直角三角形中的勾股弦整数集及多平方和数集

导 言 .....	(197)
第一章 定理和证明 .....	(199)
第一节 定义, 约定, 引理 .....	(199)
第二节 定理 1—11 .....	(200)
第二章 定理应用和多平方数 .....	(209)
第一节 定理的应用 .....	(209)
第二节 例 1—14 .....	(211)
第三节 多平方数的和 .....	(217)





附 录.....	(220)
附录 1: 常用的 5 个程序 .....	(220)
附录 2: 勾股弦整数集及两平方和数集的实例 (308—345) .....	(231)
后 记.....	(259)





## 导 言

哥德巴赫(1690—1764年)出生于德国,定居俄国。曾担任少年沙皇彼得二世的家庭中学教师,后为俄国科学院院士。1742年6月7日他在给变分法奠基人、复变函数论先驱者瑞士数学家欧拉(1707—1783年)的信中,提出了“ $2=1+1$ ”猜想而不得其解。该难题又历经4个世纪,引起众多世纪大数学家的争论。例如,我国著名数学家陈景润的“每一充分大的偶数都是一个素数或一个不超过两个素数的乘积之和”,这是国际上历来用筛法获得的最好结果。但他们的论证过程都只能用“充分大”,大到几乎是不知的。还用了“或”,“或”有不确定性,可是也可非。将两个不同质的数对,“ $2=1+1$ ”或“ $2=1+1\times 1$ ”掺混仍模糊混沌,所谓的最后一步“ $2=1+1$ ”也自然不能确定。本篇从实际出发探索新的发现,新的结果是数学哲理的魔力。如从奇素数与奇合数关系的生态性,令它们是复数实部,有序编号是虚部的复数,找到相互递推的有编号的奇素数与奇合数及孪生素数的全集。找到了有关数的一系列性质,建立了ZL空间坐标,实数有序对称分布公理、将哥德巴赫猜想函数组数集复合隐函数化为3个两两相互独立的,函数代数方程式(1)(2)(3),是一个多重多值的复变函数组合群,破解并深化了哥德巴赫猜想,偶数分解的数对值 $P$ 是偶数的二位疑似随机增函数;孪生素数是哥德巴赫数集的衍生集合;引入ZL时间律,证明定理“ $2=1+1\times 1$ ”(  $2m \geq 12$  );探讨了“陈氏定理”的不确定性、“黎曼猜想”不存在。第二章第十五节例和表3能增强读者对本篇的感性认识。

# 第一章 素数

## 第一节 定义与基本性质

### 一、整除的定义

(1) 广义的定义:两个数相除,商是整数。

(2) 狭义的定义:在正整数中两个数相除,商是整数。

### 二、素因子的定义

积的被乘数或乘数称因数或因子,因子是素数的称素因子。

### 三、素数的定义

《现代汉语词典》中将“素数”定义为:在大于1的整数中,只能被1和这个数本身整除的数叫素数,如2、3、5、7、11。

《辞海》中“素数”定义为:大于1的整数,除了它本身和1以外,不能被其他正整数所整除的,称为“素数”,如2、3、5、7、11、13、17。“素数”亦称“质数”,有无穷多个。

按《现代汉语词典》中素数的定义1也可以是素数。因为1也只是能被1和这个数本身整除的整数;还有2、3、5、7、11等也能被1和这个数本身整除。另外,这



些数还可被它们的相反数整除,推翻定义,它们就不是素数。另外,如:5 能被 1 和这个数本身整除外,还被  $5/3$ ,  $-5/3$  整除,破坏了“只能”,难道 5 不是素数? 定义必须是确切充分必要的。

《辞海》中素数的定义用了大于 1 的整数,使素数在整数中去掉了 1,后又在除数中用了 1,在定义中看不出为何素数要排除 1。这一问题有不同的阐述和争论,且与定义的字语简赅相悖,定义中还是不提 1 为好。另外,还有素数有无穷多个的性质需要证明,不该叙述在定义中。关于他处的叙述也基本类同。因此,有必要重新定义,定义还要便于程序设计。定义的条件必需是确切充要的,必要条件:能被两个数整除的正整数;充分条件:只能被两个数整除的正整数,其中两个数显见是正整数中的 1 和 1 外的本身是明确的。

#### 四、改进的素数定义

正整数中,能且只能被两个不同的数整除,或正整数中有且只有两个因子的数。

#### 五、奇素数的一个基本性质

两个奇素数和是偶合数。自然要排除 1 是素数,否则因  $2 = 1 + 1$ , 2 是偶合数了。数 1 是所有数的基数。首个唯一的偶素数 2 由 1 而产生,显然还存在大于 2 且只能被它本身和 1 整除的,又不能小于且大于它的数整除的奇数,称为奇素数。这是“素”单纯的本意,除了 1 和本身外没有其他因子。

## 第二节 奇素数的一个推理

互素奇素数的和按大小排列: $3+5=8$ ,  $3+7=10$ ,  $5+7=12$ ,  $3+11=14$ ,  $5+11=16$ ,  $\dots$ , 依此类推是连续偶数,因此,两个互素奇素数和是偶合数的充分条件。连续的偶合数可用积表示,积可以化和: $8=2\times 4=3+5$ ,  $10=2\times 5=3+7$ ,  $12=3\times 4=5+7$ ,  $14=2\times 7=3+11$ ,  $16=4\times 4=5+11$ ,  $18=3\times 6=5+13$ ,  $\dots$ , 依此类推连续偶数积可表述



为两个互素的奇素数和,互素奇素数和是偶数的必要条件。所以,偶数至少有一组是互素奇素数和的充要条件。如:后文中实例的表3无反例的形而上公理化法描述:“ $2=1+1$ ”。此逻辑推理有古中国元素:重结果,结果是不完全地省了推理,缺少近现代严密的推理论证。第二章中有西方元素的证明,其实证明原理全相同。无反例是最好证明之一,但为无反例下结论也不容易,要为正确结果把好关,无反例仅是证明表述方式不同而已。

### 第三节 素数定义的推演之一:生态数

有初始唯一偶素数 2 起产生了第一个偶合数  $2 \times 2$ , 由此诞生了第一个奇素数 3。有奇素数 3 起产生第一个奇合数  $3 \times 3$ , 又产生了新的奇素数 5, 7。再有奇合数  $3 \times 5, 3 \times 7, 5 \times 5$ , 又产生了新的奇素数 11, 13, 17, 19, 23, ..., 依此类推, 奇素数和奇合数的循环产生了因果循环律, 直至无穷尽。犹如生物细胞的繁殖, 数也是有生殖生态的复制功能, 我们将这类数的特性称为生态数。

### 第四节 奇素数奇合数的时间律编码

自然界中的事物有先后顺序的规律称时间律。奇素数奇合数在数轴上有各自的时间律编码: 奇素数序号记  $i \in \mathbb{N}$  (自然数, 含 0),  $X(i)$  是第  $i$  个素数  $X$  的值, 如  $i=0, X(0)=2$  是初始偶素数;  $X(1)=3$  是最小奇素数,  $X(2)=5, X(3)=7$  等。奇合数序号记  $j \in \mathbb{N}^+$  (正整数不含。),  $y[j]$  是第  $j$  个奇合数  $y$  值,  $j=0, y[0]$  不存在,  $y[1]=9$  最小奇合数,  $y[2]=15, y[3]=21$  等。奇合数用中括号或符号框内数表示, 如  $y = [9] = \boxed{9} = \boxed{X(1)+2 \times 3} = \boxed{X(2)+2 \times 2} = \boxed{X(3)+2 \times 1}$ 。

若两个奇素数和的序号用  $p$  表示, 奇素数奇合数和的序号用  $u$  表示, 奇合数和的序号用  $v$  表示。如  $3+5=8(p=1, u=0, v=0), 3+7=10(p=1, u=0, v=0), 5+7=3+\boxed{9}=12(p=1, u=1, v=0) \cdots (11, 13) = (7, 17) = (5, 19) = (3, 21] = [9, 15] = 24(p=3, u=v=1)$ 。





## 第五节 素数定义的推演之二：埃拉托色尼筛法

从奇素数 3 起,每隔 3 个奇数,即  $3 \times 3, 3 \times 5, 3 \times 7, 3 \times 9, \dots$ , 是 3 的奇合数;故孪生素数只有连续的两个奇素数。从奇素数 5 起,每隔 5 个奇数,即  $5 \times 3, 5 \times 5, 5 \times 7, 5 \times 9, 5 \times 11, \dots$ , 是 5 的奇合数;依此类推,在数轴上用数数记号的方法(用奇合数的过渡符号:如 3 的奇合数⑨,5 的奇合数[25],7 的奇合数{49},3,5 的奇合数[15],5,7 的奇合数{[35]},含 3,5 的奇合数[45],3,7 的奇合数{21}等。显见奇合数有不少于 2 个相同因子或不相同因子)。连续奇素数中间的奇数是奇合数;连续奇合数中间的奇数是奇素数,这样筛法可区分奇素数或奇合数如奇数 3,5,7,⑨,11,13,[15],17,19,{21},23,[25],27,29,31,33,{[35]},37,39,41,43,[45],47,{49},51,53,[55],57,59,61,{63},[65],67,⋯,是有序时间律数列。

奇数有序编号:由于奇素数、奇合数有了有序编号,显然奇素数中间的奇数是奇合数;奇合数中间的奇数是奇素数。

素数分布有序编号如: $x(0) = 2(0), x(1) = 3(1), x(2) = 5(2), x(3) = 7(3), x(4) = 11(4), x(5) = 13(5); \dots$ , (程序 6xm)。

奇素数分布有序编号如: $x(1) = 3(1), x(2) = 5(2), x(3) = 7(3), x(4) = 11(4), x(5) = 13(5), x(6) = 17(6), \dots$ , (程序 6x)。

奇合数分布有序编号如: $y[1] = 9[1], y[2] = 15[2], y[3] = 21[3], y[4] = 25[4], y[5] = 27[5], y[6] = 33[6], \dots$ , (程序 6ym)。

奇数分布有序混合编号如:3(1),5(2),7(3),9[1],11(4),13(5),15[2],17(6),19(7),21[3],23(8),⋯,(程序 6xy)。孪生素数分布有序四重编号如:3(1)5(2)( $p=1$ )[ $t=1$ ],5(2)7(3)( $p=1$ )[ $t=2$ ],11(4)13(5)( $p=3$ )[ $t=3$ ],⋯,(程序 Rsipt)。(笔者 2008 年完成奇数的程序;2011 年完成孪生素数的程序。其中程序 Rsipt 是 Rsit 与 Zxpp 或 Rspt 与 6xi 的组合)



## 第六节 无穷素数及孪生素数间距

### 一、素数的无穷性,经典证明

有书指出欧几里得《几何原本》中有记载。素数的无穷性实际是奇素数的无穷性,仿欧几里得《几何原本》中记载证明:假设奇素数  $X$  只有有限的  $n$  个,记  $X(n)$ ,从小至最大依次排列为  $X(1), X(2), \dots, X(n)$ 。

又设奇数  $A = X(1)X(2)\cdots X(n) + 2$ 。如果  $A$  是奇合数,它被从  $X(1), X(2), \dots, X(n)$  中的至少一个奇素数除余 2;如果  $A$  是奇合数又不能被  $X(1), X(2), \dots, X(n)$  中的任一个整除,那么能整除  $A$  的一定是大于  $X(n)$  的奇素数,这同题设  $X(n)$  是有限  $n$  个中最大奇素数有矛盾,因此  $A$  不是奇合数。如果  $A$  是奇素数,那么能整除它本身的奇素数在大于有限的  $n$  个  $X(1), X(2), \dots, X(n)$  之外。因此,假设奇素数只有有限的  $n$  个,那么一定可以证明存在另一个更大奇素数在假设奇素数范围之外,所以奇素数的个数是无限的。

### 二、孪生数定义

我们约定误差 2 的奇素数称孪生奇素数簇;两个孪生奇素数简称孪生素数。误差为 2 的两个奇合数称孪生奇合数。多于 1 个奇合数的孪生奇合素数称孪生奇合素数簇。孪生奇素数 3, 5, 7 或 3, 5; 5, 7 是仅有的一簇。孪生素数如 3, 5; 5, 7; 11, 13; 17, 19; 29, 31,  $\dots$ , (程序  $R_s$ )。孪生奇合数如 25, 27; 33, 35; 49, 51,  $\dots$ , (程序  $R_{sy}$ )。孪生奇合数簇如 91, 93; 93, 95。115, 117; 117, 119; 119, 121; 121, 123; 123, 125 或 91, 93, 95; 115, 117, 119, 121, 123, 125 $\dots$ (程序  $R_{syj}$ )。

### 三、公设(定义)

约定任意两个连续 3 倍奇合数记  $y[j], y[j+1]$ , 那么其间可有的两奇数是孪生素数, 奇数是素数或合数是可控的疑似随机。公设的理由如下: 人类有了 0, 1 数的