

高等学校教材

((•))

信号 分析与处理

Signal Analysis and Processing

周洁玲 张白林 吴 勇 / 编著



科学出版社

信号分析与处理

周洁玲 张白林 吴 勇 编著



科学出版社

北京

内 容 简 介

本书主要介绍信号分析与处理的基本数学方法和这些方法在地球物理勘探领域中的应用。全书共分为8章，主要内容包括连续信号的傅氏分析、离散时间信号和系统、离散傅氏级数和离散傅氏变换、快速傅氏变换、 z 变换、数字滤波和相关分析等，重点是离散系统的信号分析与处理。

本书适用于勘查技术与工程专业及其相关专业的学生使用，也可供从事资料数字处理的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

信号分析与处理/周洁玲, 张白林, 吴勇编著. —北京:科学出版社, 2018.1

ISBN 978-7-03-055087-3

I.①信… II.①周… ②张… ③吴… III.①信号分析-教材②信号处理-教材 IV.①TN911

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 267522 号

责任编辑：罗 莉 陈 杰 / 责任校对：熊倩莹

封面设计：墨创文化 / 责任印制：罗 科

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

四川煤田地质制图印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2018年1月第 一 版 开本：787×1092 1/16

2018年1月第一次印刷 印张：14

字数：330千字

定价：49.00元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前　　言

随着信息技术和计算机技术的高速发展，信号分析技术已广泛应用于许多科学技术领域，在电子信息、生物医学、机械工程、航空航天和地球物理勘探领域显得尤为突出。

近年来，信号分析与处理领域的专著及教材出版较多，但其侧重点各不相同。为适应石油地球物理勘探新技术的发展，满足勘查技术与工程专业教学体系改革和教学计划安排的迫切需要，针对本专业培养教学目标中所研究的信号和信号处理方法的特殊性，编写一本适合本专业及相关专业学生培养的教材十分必要。编者在综合国内外信号分析与处理类教科书和文献资料的基础上，根据多年教学实践和经验编写完成了这本教材。

本书力求通俗易懂、深入浅出，重点介绍一些信号分析的数学方法和这些方法在地球物理勘探领域中的应用。本书概念清晰、体系严谨、兼顾专业特点及与后续专业课程教学内容的衔接、易于读者理解和掌握。

本书作为本科专业教材，参考学时为 56 学时，全书共分为 8 章。第 1 章从介绍信号的基本概念入手，讨论信号的分类、几种常用的信号、周期信号的傅氏级数和非周期信号的傅氏积分分析、复函数的傅氏变换、傅氏变换的基本性质。第 2 章讨论在数学、近代物理、无线电通信等自然科学中都有着广泛用途的一种特殊函数—— δ 函数，其中包括 δ 函数的定义、特点、频谱、性质和几个特殊信号的频谱。第 3 章讨论离散时间信号——序列的运算法则、几种常见的典型时间序列、系统的概念和分类、离散时间信号的傅氏变换、线性时不变系统的两个重要性质、连续时间信号的离散化、抽样定理以及由于抽样不当而引起的假频现象。第 4 章讨论周期离散时间序列及其频谱、有限长离散时间序列的傅氏变换、离散傅氏变换的性质及用离散傅氏变换计算线性褶积的方法。第 5 章讨论为什么要引入 FFT、按时间和频率抽取的 FFT 算法、IFFT 的实现和 FFT 的应用举例。第 6 章讨论 z 变换的定义、 z 变换与傅氏变换的关系、 z 变换的收敛域和性质、 z 反变换及褶积性质的重要应用。第 7 章讨论数字频率滤波的概念、原理和实现步骤、理想滤波器、数字滤波的两大矛盾和引起的两种特殊现象以及克服办法。第 8 章讨论相关分析的概念、相关函数、相关滤波、多道相关、地震记录的相关性质及相关分析在实际生产中的应用。

本书第 1 章、第 3 章、第 4 章、第 5 章、第 8 章由周洁玲编写；第 2 章、第 7 章由张白林编写；第 6 章由吴勇编写。吴勇清绘书中所有图件。由于编写人员水平有限，书中存在不完善之处敬请读者批评指正。

目 录

第 1 章 连续信号的傅氏分析	1
1.1 信号及其分类	1
1.1.1 信号的定义	1
1.1.2 信号的分类与特性	2
1.1.3 几种常用的信号	5
1.2 周期信号的傅氏级数分析	8
1.2.1 傅氏级数	8
1.2.2 周期信号的频谱	12
1.3 非周期信号的傅氏积分分析	17
1.3.1 傅氏积分	17
1.3.2 非周期信号的频谱	19
1.4 复函数的傅氏变换	23
1.4.1 复时间信号	24
1.4.2 实时间信号	24
1.4.3 虚时间信号	25
1.4.4 $f(t) = f_1(t) + jf_2(t)$ 的复共轭信号	26
1.5 傅氏变换的基本性质	26
1.5.1 线性叠加性质	27
1.5.2 时移性质	27
1.5.3 频移性质	29
1.5.4 共轭性质	30
1.5.5 奇偶虚实性质	31
1.5.6 对称性质	33
1.5.7 反转性质	34
1.5.8 尺度展缩性质	35
1.5.9 乘积性质	37
1.5.10 褶积性质	38
习题	40
第 2 章 一种广义函数—— δ 函数	42
2.1 δ 函 数	42

2.1.1 δ 函数的引入	42
2.1.2 δ 函数的特点	42
2.1.3 δ 函数的严格数学定义	43
2.2 δ 函数的基本性质及 δ 函数的频谱	43
2.2.1 δ 函数的基本性质	43
2.2.2 δ 函数的频谱	44
2.3 几个特殊信号的频谱	45
2.3.1 直流信号及其频谱	45
2.3.2 余弦信号和正弦信号及其频谱	46
2.3.3 符号函数及其频谱	46
2.3.4 单位阶跃信号及其频谱	48
2.4 δ 函数的两个重要性质	48
2.4.1 δ 函数与任一函数的褶积	48
2.4.2 等间隔脉冲序列的傅氏变换	50
习题	52
第3章 离散时间信号和系统	53
3.1 离散时间信号	53
3.1.1 序列的运算法则	54
3.1.2 几种常见的典型时间序列	55
3.2 系统	58
3.2.1 系统的定义	58
3.2.2 系统的分类及特性	58
3.3 离散时间信号的傅氏变换	61
3.3.1 离散时间信号傅氏正变换的引入	61
3.3.2 离散时间信号的频谱特性	62
3.3.3 离散时间信号傅氏逆变换	62
3.4 线性时不变系统	64
3.4.1 线性时不变系统的两个重要性质	64
3.4.2 线性时不变系统的因果性和稳定性	66
3.4.3 离散褶积的计算	67
3.5 连续信号的离散化——抽样定理	71
3.5.1 连续信号的离散化	71
3.5.2 离散信号的连续化	78
3.5.3 频域混叠现象	79
习题	83
第4章 离散傅氏级数和离散傅氏变换	86
4.1 离散傅氏级数	86
4.1.1 周期离散时间序列及其频谱	86

4.1.2 离散傅氏级数的引入	89
4.2 离散傅氏变换	90
4.2.1 有限长离散时间序列和周期性离散时间序列的关系	90
4.2.2 DFT 公式的导出	91
4.3 离散傅氏变换的性质	93
4.3.1 线性叠加性质	93
4.3.2 循环移位性质	93
4.3.3 循环反转性质	96
4.3.4 对称性质	97
4.3.5 奇偶虚实性质	98
4.3.6 序列的总和	98
4.3.7 序列的初值	99
4.3.8 帕斯瓦尔(Parseval)定理	99
4.3.9 人为地加长序列	100
4.4 用离散傅氏变换计算线性褶积	102
4.4.1 循环褶积	102
4.4.2 线性褶积与循环褶积的关系	107
4.4.3 用 DFT 计算线性褶积	109
习题	111
第 5 章 快速傅氏变换	114
5.1 FFT 的基本思想	114
5.1.1 直接计算 DFT 的问题	114
5.1.2 改善 DFT 运算效率的基本途径	115
5.2 时间抽取法	116
5.2.1 算法原理	116
5.2.2 时间抽取 $N = 2^m$ 点 FFT 算法流程图	118
5.2.3 时间抽取法的特点	119
5.3 频率抽取法	123
5.3.1 算法原理	123
5.3.2 DIT 与 DIF 的比较	126
5.4 FFT 逆变换	126
5.5 FFT 的应用	127
5.5.1 利用 FFT 对信号进行谱分析	127
5.5.2 利用 FFT 计算线性褶积——快速褶积	129
5.5.3 利用 FFT 求相关——快速相关	130
习题	130
第 6 章 z 变换	132
6.1 z 变换的定义	132

6.1.1	z 变换的引入及定义	132
6.1.2	z 变换的收敛域	134
6.1.3	z 变换与傅氏变换的关系	135
6.2	几种特殊序列 z 变换的收敛域	136
6.2.1	有限长序列	136
6.2.2	右序列	137
6.2.3	左序列	138
6.2.4	双边序列	140
6.3	z 反变换	141
6.3.1	z 反变换公式	142
6.3.2	z 反变换求取的三种常用方法	142
6.4	z 变换的定理和性质	147
6.4.1	线性	147
6.4.2	移位	148
6.4.3	乘指数序列	149
6.4.4	$X(z)$ 的微分	149
6.4.5	复序列的共轭	150
6.4.6	初值定理	150
6.4.7	终值定理	150
6.4.8	序列的褶积	150
6.4.9	序列乘积的 z 变换——复褶积定理	151
6.4.10	帕斯瓦尔(parseval)定理	153
6.5	褶积性质的重要应用	154
6.5.1	时间序列的分解	154
6.5.2	零点和相位特性	156
习题	158
第7章	数字滤波	161
7.1	数字滤波的原理	161
7.1.1	数字滤波的定义	161
7.1.2	数字频率滤波	163
7.2	理想滤波器	165
7.2.1	理想滤波器的定义	165
7.2.2	常见的理想滤波器	165
7.3	数字滤波的两个特殊问题	168
7.3.1	Gibbs 现象	168
7.3.2	“伪门”现象	175
习题	177

第8章 相关分析	178
8.1 相关分析的一般概念	178
8.1.1 相关的含义	178
8.1.2 相关分析的定义	179
8.1.3 相关系数	179
8.2 相关函数	183
8.2.1 相关函数的定义	183
8.2.2 相关函数的性质	185
8.2.3 关于相关函数的几点说明	186
8.3 相关滤波	187
8.3.1 自相关滤波	188
8.3.2 互相关滤波	189
8.3.3 相关和褶积的关系	190
8.4 地震记录的相关性质	192
8.4.1 地震记录的组成	192
8.4.2 反射有效波和随机干扰的相关性质	193
8.5 多道相关	198
8.5.1 能量比标准	199
8.5.2 叠加标准	199
8.5.3 未标准化相关系数	200
8.5.4 标准化相关系数	201
8.5.5 关于衡量多道相关的各种标准的相互关系及其变化范围	201
8.5.6 关于对多道信号预先进行规格化问题	203
8.6 相关分析在实际生产中的应用	204
8.6.1 利用互相关求取两记录之间的时差	204
8.6.2 利用自相关识别和消除多次波	205
8.6.3 利用相关分析求取相干加强系数，对地震记录进行相干加强	209
习题	211
参考文献	213

第1章 连续信号的傅氏分析

1.1 信号及其分类

1.1.1 信号的定义

信号对于每个人都不陌生，因为人们每时每刻都在与信号打交道。如上课铃声是一个信号，汽车喇叭声是一个信号，这些是声信号。十字路口的红绿灯亮光是一个信号，战场上的信号弹是一个信号，这些是光信号。晶体管放大器的输入输出电压是一个信号，电视无线从天空中接收到的电磁波是一个信号，这些是电信号。在地震勘探中，利用人工震源激发产生地震波(弹性波)，这种波在地下介质中传播，经过地层界面的透射、反射及折射，在地面上或井中用检波器接收，并转换成电信号记录在磁带上，将它称为地震信号 $s(x, y, t)$ ，这是弹性波信号。

所有这些信号的物理表象虽然很不相同，但是，可以在它们之间找出一个共同点——它们都包含有一定的意义，此处所说的“一定的意义”就是“信息”。所以，信号是信息的载体，是信息或消息传输的一种形式。

一个信号中可以包含多个信息。例如，野外原始地震信号中，既包含与地下地层结构有关的信息：波的传播时间 t 、波的传播速度 v 、波的反射振幅 A 、频率 f 、相位 φ ……，利用这些信息，人们可以对地下地质情况做出正确解释；也包含干扰人们对地下地层情况做出正确判断的信息：面波、爆炸后在空气中传播的声波、各种风吹草动等自然因素以及人和车马的走动等人为因素引起的不规则振动。前者称为有效信息，后者则称为干扰信息。因此，为了充分地获取信息和有效地利用信息，必须对信号进行分析和处理。信号分析就是通过解析方法或测试方法找出不同信号的特征，从而了解其特性，掌握它随时间或频率变化规律的过程。通过信号分析，可以将一个复杂的信号分解成若干简单信号的分量之和，或者用有限的一组参量去表示一个复杂波形的信号，并由这些分量的组合情况或者这组参量去考察信号的特性。信号处理则可以理解为对信号进行某种加工或变换，把一个信号转换成另一个信号的过程。例如，为了有效地利用信号中包含的有用信息，采用一定的手段剔除原始信号中混杂的噪声，削弱多余的分量，这个过

程就是最基本的信号处理过程，因此也可以把信号处理理解成为了特定的目的，通过一定的手段改造信号的过程。

1.1.2 信号的分类与特性

信号的分类方法有很多，可以从不同的角度对信号进行分类。

1. 连续时间信号和离散时间信号

按照时间函数取值的连续性或离散性可将信号划分为连续时间信号和离散时间信号。

1) 连续时间信号

连续时间信号(简称连续信号)是指在所讨论的时间间隔范围内，对任意时间(除若干不连续点之外)都有确定的振幅值，但信号的振幅值可以是连续的，也可以是离散的。其特点是时间上是连续的，振幅值可连续，也可离散。时间和振幅值都连续的信号则称为模拟信号。这种信号可以用连续变化的函数来表示，数学上一般记作 $f(t)$ ，如图 1.1(a)所示的正弦波信号和图 1.1(b)所示的方波信号。

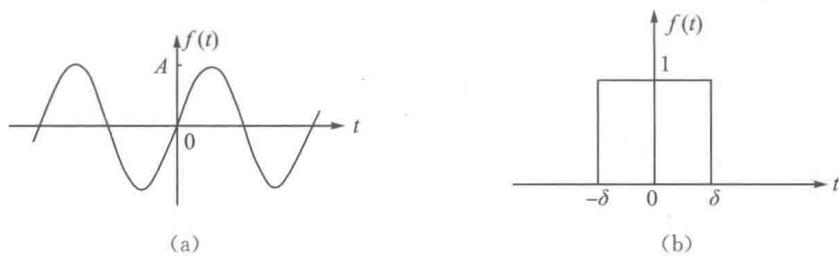


图 1.1 连续时间信号

注：A 为振幅峰值； δ 为方波的脉冲宽度

2) 离散时间信号

离散时间信号是指只在某些不连续的规定瞬时给出函数值，而在其他时间上无定义的信号(即时间 t 被量化了)。量化是指用一组数值来表示变量的过程。其特点是时间上是离散的，振幅值可连续，也可离散。当离散时间信号的振幅值是连续值时称为抽样信号。抽样信号可以理解为在离散时间下对模拟信号的抽样，一般来说，抽样是等间隔的，数学上将之记作 $f(n\Delta)$ ， Δ 为相邻采样点之间的时间间隔，简称采样间隔或采样周期， $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ，如图 1.2(a)所示。当离散时间信号的振幅值是离散值时，称这种信号为数字信号，数字信号可以用数学上的序列来表示，记作 $f(n)$ ，如图 1.2(b)所示。

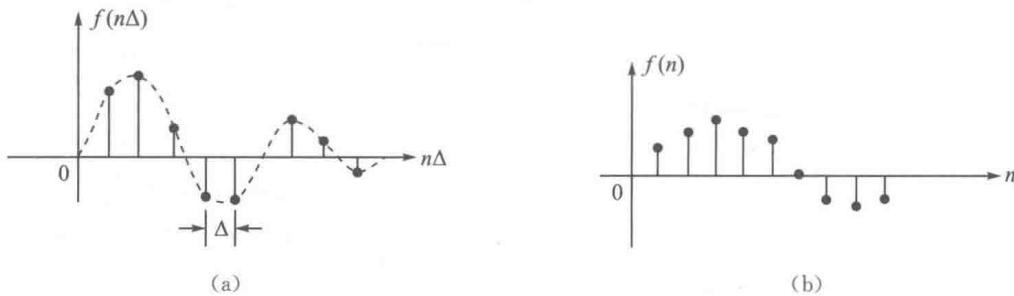


图 1.2 离散时间信号

2. 周期信号、非周期信号和概周期信号

按照信号随时间变化的特点将信号划分为周期信号、非周期信号和概周期信号。

1) 周期信号

周期信号是按一定的时间间隔周而复始，而且无始无终的信号。

周期信号的数学表达式可以写成

$$f(t) = f(t + nT) \quad (-\infty < t < +\infty; n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (1.1)$$

满足此关系的最小 T 值称为信号的周期。如图 1.3(a) 所示的周期锯齿脉冲信号和图 1.3(b) 所示的周期三角脉冲信号。

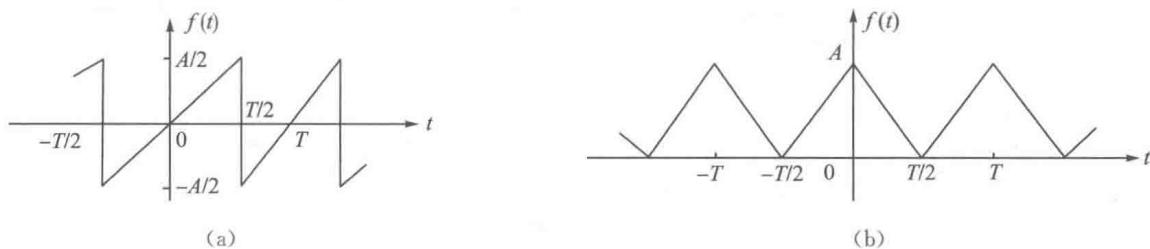


图 1.3 周期信号

从周期信号的定义和表达式可以知道，周期信号有两个主要的特点：

- (1) 它是无始无终的无限长信号。
- (2) 它在各个不同周期内的变化规律是相同的。

根据这些特点可以知道，只要研究周期信号在一个周期内的变化过程和规律，就能认识到它在任何时间上的特点。所以，周期信号的平均值实质上就等于周期信号在一个周期内的平均值，用数学式子表示为

$$\bar{f} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \quad (1.2)$$

对于周期信号，积分等式

$$\int_0^T f(t) dt = \int_{t_0}^{T+t_0} f(t) dt \quad (1.3)$$

是成立的。 t_0 为任意实数。如果令 $t_0 = -T/2$ ，则利用式(1.3)可以把周期信号的平均值写为

$$\bar{f} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt \quad (1.4)$$

周期信号的平方在一个周期内积分的平均值，无论是电流还是电压信号，都代表在单位电阻上损耗的平均功率，因此周期信号的平均功率记为

$$P = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f^2(t) dt \quad (1.5)$$

2) 非周期信号

非周期信号是指在时间上不具有周而复始及无始无终特性的信号。例如脉冲信号，如图 1.4(a) 所示；如果一个信号虽然在一定时间间隔上具有周而复始的性质，但不是无始无终的，这种信号也是非周期信号，如图 1.4(b) 所示的一段正弦信号；一个无限长信

号, 如果不是周而复始的, 也是非周期信号, 如双边指数衰减信号, 如图 1.4(c)所示。

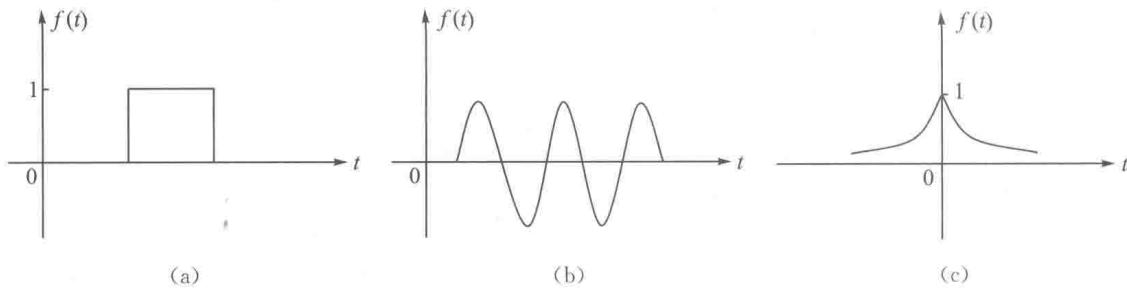


图 1.4 非周期信号

脉冲信号和一段正弦信号也称为有限长信号, 而双边指数衰减信号则称为无限长信号。

3) 概周期信号

由有限个周期不成公倍数的周期信号组成的信号称为概周期信号。严格地讲, 概周期信号并不满足式(1.1)所定义的周期条件。如:

$$f_1(t) = \sin t + \sin 2t, \quad f_2(t) = \sin t + \sin \sqrt{2}t$$

$f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 都是由两个不同频率的周期信号的和构成的, 但 $f_1(t)$ 是周期信号, 而 $f_2(t)$ 的频率比不是有理数, 不成谐波关系, 因此, $f_2(t)$ 的准确周期是不存在的, 只有近似周期, 所以, $f_2(t)$ 不能称为周期信号, 只能按定义称为概周期信号。

概周期信号的特点在于: 这种信号具有平均功率, 这一点与非周期信号不同; 这种信号不满足周期性, 这一点又与周期信号不同。

3. 确定性信号和不确定性信号

按照信号是否可以表示为确定的时间函数可将信号划分为确定性信号和不确定性信号。

若信号可以表示为确定的时间函数, 即在任意时刻的值都能精确确定, 这种信号称为确定性信号或规则信号, 如前面提到的正弦信号、方波信号、双边指数衰减信号等。若信号不能用确定的时间函数来表示, 即在任意时刻的取值不能精确确定, 或者说取值是随机的, 这种信号称为不确定性信号或随机信号, 如地震勘探中检波器接收到的风吹草动、人走马行等引起的干扰。本书只讨论确定性信号的分析。

4. 有效信号和干扰信号

按照信号的用途可将信号划分为有效信号和干扰信号。

有效信号是指对人们分析研究有用的信号, 而干扰信号则是指对人们分析研究起干扰作用的信号。例如反射波法地震勘探中, 主要是利用检波器接收到的来自地下各个反射界面的反射波来解决地下地质问题, 因此, 反射波被称为有效信号。相对于这种有效信号而言, 妨碍人们记录有效信号的其他信号都称为干扰信号。如面波、声波、风吹草动、人走马行等。在地震勘探中一个十分重要的问题就是如何压制各种干扰信号, 以便使有效信号能被清晰地被记录下来, 从而达到利用与油气聚集有关的构造或地层信息,

寻找和勘探油气的目的。

不同的信号由于其特性不一样，使用的数学研究方法也就不同。例如周期信号应用傅氏级数来研究，非周期信号应用傅氏积分来研究，而对于随机信号，只有借用数理统计的方法来研究。本章仅介绍前两种信号的分析方法。

1.1.3 几种常用的信号

在众多确定性信号中，有一些常用的基本信号，这些基本信号可以组合构成许多更复杂的信号。下面给出这些常用的基本信号的表达式及波形。

1. 正弦信号

正弦信号的表达式为

$$f(t) = A \sin(2\pi f_0 t + \varphi) = A \sin(\omega_0 t + \varphi) \quad (-\infty < t < +\infty) \quad (1.6)$$

式中， A 表示振幅； φ 表示初相位角； f_0 表示(线)频率； ω_0 表示(角或圆)频率。

式(1.6)所表示的波形如图 1.5 所示。

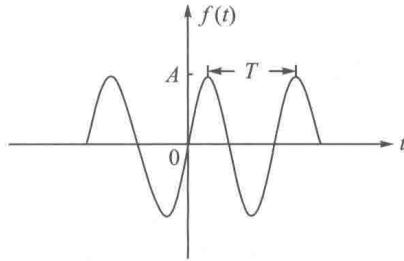


图 1.5 正弦信号

2. 余弦信号

余弦信号的表达式为

$$f(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \varphi) = A \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (-\infty < t < +\infty) \quad (1.7)$$

式中，参数与正弦信号相同，其波形如图 1.6 所示。由于正弦信号和余弦信号仅在相位上相差 $\frac{\pi}{2}$ ，故

$$A \cos(\omega_0 t + \varphi) = A \sin\left(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \quad (1.8)$$

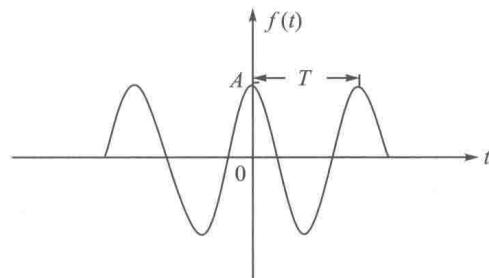


图 1.6 余弦信号

正弦信号和余弦信号都是周期信号，它们统称为简谐信号，其角频率 ω_0 与线频率 f_0 和周期 T 的关系为

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T}$$

3. 方波信号

方波信号的表达式为

$$f(t) = \begin{cases} A, & |t| < T \\ 0, & |t| \geq T \end{cases} \quad (1.9)$$

当 $A=1$ 时，称为归一化的方波信号，记为

$$p_T(t) = \begin{cases} 1, & |t| < T \\ 0, & |t| \geq T \end{cases} \quad (1.10)$$

图 1.7 是归一化的方波信号波形。

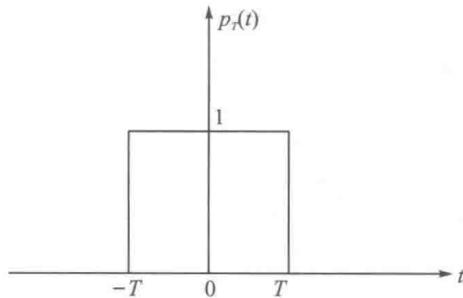


图 1.7 归一化的方波信号

4. 单边指数衰减信号

单边指数衰减信号的表达式为

$$f(t) = \begin{cases} Ae^{-\alpha t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (\alpha > 0, \text{为衰减系数}) \quad (1.11)$$

其波形如图 1.8 所示。

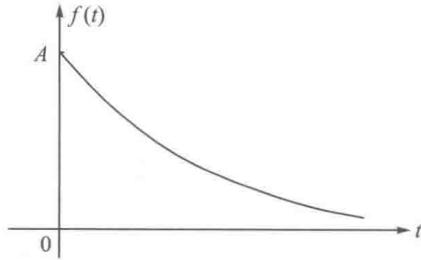


图 1.8 单边指数衰减信号

5. 钟形波

钟形波的表达式为

$$f(t) = A e^{-\alpha^2 t^2}, (-\infty < t < +\infty; \alpha > 0) \quad (1.12)$$

其波形如图 1.9 所示。

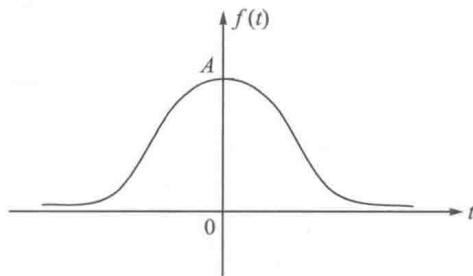


图 1.9 钟形波

6. 三角波

三角波的表达式为

$$f(t) = \begin{cases} A \left(1 - \frac{|t|}{T}\right), & |t| < T \\ 0, & |t| \geq T \end{cases} \quad (1.13)$$

当 $A=1$ 时，称为归一化的三角波，记为

$$q_T(t) = \begin{cases} 1 - \frac{|t|}{T}, & |t| < T \\ 0, & |t| \geq T \end{cases} \quad (1.14)$$

图 1.10 是归一化的三角波波形。

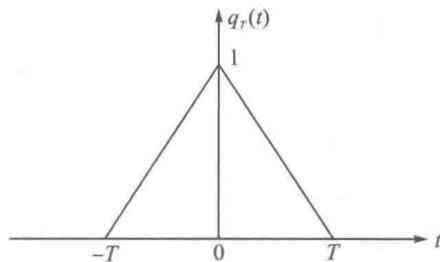


图 1.10 归一化的三角波

7. 单位阶跃信号

单位阶跃信号通常记为

$$u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (1.15)$$

其波形如图 1.11 所示。在突变点 $t=0$ 处，函数值未定义；或在 $t=0$ 处，规定函数值 $u(0)=\frac{1}{2}$ 。

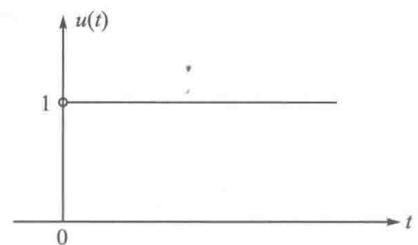


图 1.11 单位阶跃信号

8. 单位符号信号

单位符号信号通常记为

$$\operatorname{sgn}(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t = 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases} \quad (1.16)$$

其波形如图 1.12 所示。

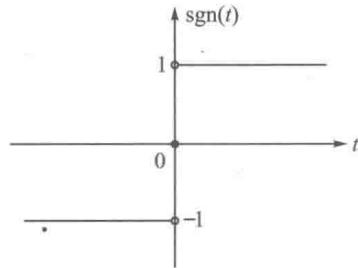


图 1.12 单位符号信号

9. 雷克子波(Ricker wavelet)

雷克子波是广泛用于地震勘探模型计算和解释中的一个信号。其表达式可以写成

$$f(t) = e^{-\alpha t} \sin(\beta t) u(t) \quad (1.17)$$

从式(1.17)可以看出，雷克子波是一种按指数规律衰减的单边正弦振荡信号，其波形如图 1.13 所示。

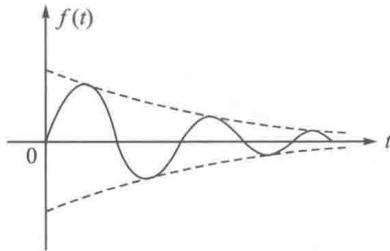


图 1.13 雷克子波

1.2 周期信号的傅氏级数分析

1.2.1 傅氏级数

1. 三角函数形式的傅氏级数

在物理学的振动与波动部分已经知道，一个复杂的周期振动可能由若干个不同振幅、