



数学家
教你
学数学



康托尔 教你学集合

[韩]罗淑子 著 吴荣华 译

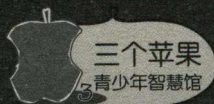
考点精讲，高分必备！

- ★集合的表现方法
- ★维恩图
- ★全集与子集
- ★集合的运算



理解概念 · 掌握应用 · 攻克难题
★ 数学 ★
就得这样学！

全国百佳图书出版单位
时代出版传媒股份有限公司
黄山书社



康托尔 教你学集合

[韩] 罗淑子 著 吴荣华 译



点精讲，高分必备！

集合的表现方法

- ★ 维恩图
- ★ 全集与子集
- ★ 集合的运算

解概念，掌握应用，攻克难题
★ 数学 ★
就得这样学！

全国百佳图书出版单位
时代出版传媒股份有限公司
黄山书社

수학자가 들려주는 수학 이야기

Copyright © 2010 by JAEUM & MOEUM CO., LTD.

Simplified Chinese translation copyright © 2015 by Huangshan Publishing House.

This translation was published by arrangement with Jaeum & Moeum Publishing Co., through Shanghai

All One Culture Diffusion Co., Ltd.

All rights reserved.

图书在版编目 (CIP) 数据

康托尔教你学集合 / 【韩】罗淑子著; 吴荣华译. — 合肥: 黄山书社, 2015. 12

(数学家教你学数学: 中学版)

ISBN 978-7-5461-5111-3

I. ①康… II. ①罗… ②吴… III. ①数学—青少年读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 175861 号

版权合同登记号 图字: 12151528

KANGTUO' ER JIAO NI XUE JIHE

康托尔教你学集合

【韩】罗淑子 著 吴荣华 译

出品人 任耕耘

总策划 任耕耘 杨雯

执行策划 司雯

责任编辑 程景

特约编辑 古宏伟 赵迪秋

装帧设计 齐娜

出版发行 时代出版传媒股份有限公司 (<http://www.press-mart.com>)

黄山书社 (<http://www.hspress.cn>)

地址邮编 安徽省合肥市蜀山区翡翠路 1118 号出版传媒广场 7 层 230071

印刷 安徽国文彩印有限公司

版次 2016 年 2 月第 1 版

印次 2016 年 2 月第 1 次印刷

开本 710mm×1000mm 1/16

字数 90 千

印张 8.75

书号 ISBN 978-7-5461-5111-3

定价 24.00 元

服务热线 0551-63533706

销售热线 0551-63533761

官方直营书店 (<http://hssbook.taobao.com>)

版权所有 侵权必究

凡本社图书出现印装质量问题,
请与印制科联系。

联系电话 0551-63533725



让我们站在数学巨人的肩膀上， 以更远的目光、更广的视野去观察数学世界吧！

数学教科书往往以“结果”来揭示数学，很难使学生了解数学不断进化的过程。事实上，数学的历史是围绕着一个课题，由众多数学家刻苦研究从而揭示一个个规律性原理的演绎推理过程。

《数学家教你学数学》是古今中外的数学家以他们那亲切的声音直接给我们讲述各种数学原理的产生过程，有助于学生以“现在进行时”来理解数学，而不是以“过去完成时”来理解。

学生对数学产生畏难情绪的主要原因之一是数学较强的“抽象思维”。数学的这一特性恰恰与学生喜欢的“具体思维”相悖。要想缩短“抽象思维”和“具体思维”之间的差距，方法只有一个，那就是在尽量回避数学抽象推理的同时，尽可能地增加对数学概念和原理的具体说明。而《数学家教你学数学》正是生动再现数学教科书的内容，力争使数学“变脸”，将原来抽象的数学改头换面成为具体的数学。此外，书中引用的大量名人逸事和数学家的趣闻，使学生感到枯燥无味的数学很容易变成妙趣横生、回味无穷的数字

游戏。

从结构上看,《数学家教你学数学》首先简要介绍数学家的业绩,然后通过数学家的讲解揭示数学的内在世界和外在世界,从列举的大量例子中说明数学概念和原理,最后再通过一个小结来归纳每节课讲的内容。本丛书的这种结构可以使读者从整体上了解每个数学概念和原理。

《数学家教你学数学》紧扣中学数学教程,尽可能包含中学数学所涉及的全部内容。比如《莱布尼茨教你学记数法》讲述的是数字形成的背景、原始进制法到数位进制法的发展过程、0的出现、莱布尼茨二进制法等方面的故事,如实反映了中学一年级进制法的内容。可见这套《数学家教你学数学》丛书能够起到帮助学生消化和吸收学校数学课程的作用。

伟大的科学家牛顿留下了一句绝世名言:“If I have seen further it is by standing on the shoulders of giants. (如果说我比别人看得更远些,那是因为我站在了巨人的肩膀上)”没错,如果我们也站在这些数学巨人的肩膀上放眼远眺,就可以用更长远、更开阔的视野去了解数学世界。希望这套丛书能使我们的读者们都有机会站在数学巨人的肩膀上,把数学世界看得更清楚。

弘益大学数学教育系教授、《数学协奏曲》作者 朴京美



用数学眼光看穿世上的真理， 让我们亲身体会真理之伟大的“集合”的故事

我喜欢数学！1，2，3，…

自从咿呀学语那天开始，我们就掰着手指头接触了数学。

可那个时候我还不懂得数学的魅力，小学时因数学成绩不好还有过“放学后不许回家”的待遇呢！

好不容易背完九九乘法口诀，讨厌的分数计算又接踵而来。

可是，时间老人解决了这一切。

到了中学后，通分之类的问题对我来说已经是小菜一碟、不在话下。随着未知数 x 的出现，数学语言也开始变了。数学语言非生活语言，接受起来委实不易，可一旦接触也并非“老虎的屁股摸不得”。与死记硬背的其他科目相比，数学显得更加轻松易学。

可我仍未品尝到数学的甜头，只是用“笨鸟先飞”的观念反复解题反复计算而已，并没有真正掌握具有创造性的、合理的思考方式，结果就是尚未见到数学真正美丽的世界，反而白白浪费了时间。

可是有一天，我迎来了真正接触生活中的数学世界的恍然大悟

的瞬间。

在分门别类、井然有序地摆放各种书籍的书店里，我遇到了在课堂上无心接触的“集合（set）”，也发现了集合里的“元素（element）”。我的神经细胞开始兴奋起来了。

然而，事情并没有就此结束。我在我经常使用的电脑里也发现了蠢蠢欲动的集合。设立一个文件夹将那些杂乱无章的资料输入进去，结果电脑里的“集合”便默默无闻地将那些资料整理得有条不紊、一目了然。

掌握了集合，我就可以用黄金比例来理解夜空中美丽的星群，用斐波那契数列1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, …来理解花草的协调，用概率 $\frac{1}{8145060}$ 来计算福彩中奖的几率，这使我丢掉虚无缥缈的期待和虚荣心。

还有，在预测人间幸运与不幸的占卜算卦中，我又认识了只用0和1来发明的二进制逻辑，从这个时刻起，我已经被数学的美丽完全迷住了。

时光飞逝，弹指一挥间邂逅数学已经40多年。如今我只有一个心愿，我只希望有更多的人在这个美丽的数学世界里品尝到数学真正的甜头。

罗淑子



课 程 导 航

1

这本书的不同之处

《康托尔教你学集合》以几个对集合产生浓厚兴趣的学生叫醒沉睡在历史长河中的数学家康托尔开始。一方是一群执意想知道轰动19世纪数学界的“集合论”的孩子们，一方是因发表“集合论”而受到无情的非难和攻击从而身心遭受重创的康托尔，他们通过相互之间倾吐心声来渐渐填补历史鸿沟，增进了了解，增进了友情。通过与康托尔的亲密接触，孩子们越来越了解集合的概念和原理。受孩子们纯真情感的影响，康托尔的讲课也变得越来越精彩。随着数学原理与日常生活越来越接近，康托尔给孩子们讲的故事也渐入佳境。

可以说现代数学“始于集合，终于集合”，集合是数学世界的主人公。今天，我就拿这位主人公的故事来招待大家。

1. 每节课前面安排一套漫画和诗句，以此来预习该单元的内容，好让大家提前领会课程的来龙去脉。

2. 每节课紧紧围绕原理和概念这个中心，使大家轻松掌握集合的相关内容。

3. 每节课后的“康托尔与孩子们有趣的数学体验”和课后小结两个栏目将数学与实际生活紧密地联系起来，使大家能够更准确地理解和掌握数学术语与概念。这一部分都是用发生在我们身边的生动有趣的生活故事来编写的，有助于大家对集合的理解。

4. 每节课单独整理了重要的数学术语，便于同学们自己归纳所学的概念和原理。

5. 详细介绍了集合在现代数学中的重要性，使大家不仅能看到集合这一棵树，还能通过集合一览数学这一片树林。

3

课程介绍

第一课 集合 (set) 的问世

用数学方法讲述在我们周边司空见惯的集合的概念。

第二课 集合的多种表现形式

同样的集合，根据不同的需要可表现为列举法和描述法。

第三课 维恩图

维恩图可以帮助我们更加通俗易懂地理解集合与集合之间的包含关系。

第四课 子集

详细了解集合之间的包含关系，学习随元素的个数而不同的子集内容。

第五课 集合的运算①——交集与并集

学习集合的运算过程——交集与并集，从两个对象中造就同一种类的一个对象。

第六课 集合的运算②——差集与补集

学习集合的运算过程——差集与补集，从两个对象中造就同一种类的一个对象。

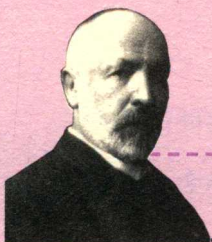
第七课 神出鬼没的集合

详细了解“始于集合，终于集合”的现代数学。

• 提前预习

——函数：要了解定义域、值域、最大值、最小值的概念。





数学家简介

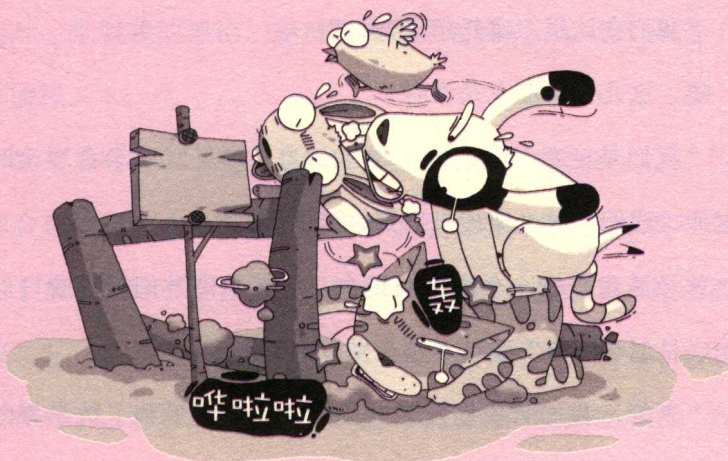
康托尔 (Georg Cantor, 1845~1918)

数学是用逻辑思维去理解和领会的学问，

不应被任何条条框框所束缚。

因为数学是以人人都作为真理而接受的公理为基础

无限发展下去的特殊的学问。





大家好，我是康托尔！

“康托尔老师！康托尔老师！”

咦，这是谁在叫我呀？

“我们在这里，康托尔老师！”

咦，这几位小朋友是谁呀？

“我们是正在学集合的小学生。为了拜见发明集合理论的康托尔老师，我们乘时光穿梭机来到您这里了。”

曾经逼我变成一个疯子的集合，居然从同学们嘴里脱口而出！
这到底是怎么回事？我这不是在做梦吧？

“老师，我们听说您发表‘集合论’之后受到了数学界的猛烈

抨击和非难，以至于您患上了精神病，这是真的吗？”

今年是哪一年呀？

“是2014年。”

“集合论”是我在29岁的那一年，也就是1874年发表的，看来时间确实过了很久了呀！

“那当然，已经过了100多年的岁月。可听说在您发表‘集合论’的时候受到了人们的强烈反对，这是怎么回事呀？”

没错。正是由于当时受到强烈的刺激，我的性格才变得特别敏感、孤僻。

“是吗？”

这是我永生难忘的事情。当时最猛烈地攻击和非难我的人不是别人，恰恰是我的指导老师克罗内克（Leopold Kronecker，1823~1891）。别看他是我的恩师，可就是这个人不顾师生之情，无情地排斥、批驳我的理论，逼得我患上了精神病，以至于断送了我的大好前程。

“原来是这样。不过，老师现在您不必为这些事操心了，因为您的集合理论已经成为了现代数学的核心内容，甚至有人称现代数学‘始于集合，终于集合’。在现代人心目中，您的名声比山高、比海深。”

人都死了，要名声有什么用？当时在人们的猛烈攻击下，我的

精神受到极大的刺激，出入精神病医院就像出入自家大门一样。试想一个人死于精神病，他在精神上受到的打击该有多大。

“这可真是令人痛心的事情。”

不过现在想来我还是能理解人们当时的心境。我发表的“集合论”是一种无限数学，我在那里揭示了当时被数学家们认为是禁区的无限概念，用数学方式证明了无限也包括多个阶段的事实。由此看来，我的这个理论也给当时的数学家们带来了极大的冲击。

当时在人们的意念中，只有神才是“无限”的，因此要是有人竟敢研究这个无限，无疑是对神的亵渎和污辱。事实上，在我研究集合的十年时间里，我本人也对自己的理论产生过怀疑，甚至还产生过悔意。经过长时间的犹豫和考虑，到了29岁那年，我终于下定决心发表“集合论”，由此可见我的这个理论引发人们的非议是在所难免的。

“不过老师，我今天还给您带来了一个好消息。”

什么好消息？

“也不能说是是什么好消息，也许对您来说是一件有点哭笑不得的事情……”

到底是什么消息，你就别卖关子了，赶快说出来吧。

“看到您的‘集合论’扬名天下，俄罗斯、丹麦、德国等国家都把您说成是他们国家的人，这又是怎么回事呢？”

哦哦，原来是这个事情呀！我可以猜测到为什么会发生这样的事情。没错，我的确是在俄罗斯圣彼得堡出生的，可我的父母都是丹麦人，后来移居俄罗斯并在那里生下了我。当我11岁时我们全家又移居德国，此后一直生活在那里。因此说俄罗斯、丹麦、德国都是与我有因缘的国家，但是我的国籍还是德国，大家可以把我看作为德国柏林大学长期从事教授工作的德国数学家。

“不管您是哪国人，您历经艰难险阻向世人揭示了数学真理，您在我们的心目中永远是一位伟大的数学家。”

能够得到你们的认可，这可真是我做梦都没有想过的事情。不过，说句心里话，我自己也为自己的“集合论”给20世纪的数学带来长足的发展而感到骄傲，也为自己敢于推翻当时统治欧洲思想界的权威理论、敢于向保守的传统观念挑战而感到自豪。

“是啊。我们也佩服您在当时的情况下敢于发表‘集合论’，从而改写整个数学历史的勇气。今天我们能够拜见您这么一位伟大的数学家，不能不说是我们的幸运。哦，对了，我还想跟您说一件事情。康托尔老师，您知道我们为什么如此痴迷于数学吗？那正是因为我们给您留下的一句名言：‘数学的本质就在于自由。’”

是的。数学是用逻辑思维去理解和领会的学问，不应被任何条条框框所束缚。因为数学是以人人都作为真理而接受的公理为基础无限发展下去的特殊的学问。

“这么说，我们也可以用不同的解释法给您的‘集合论’插上一个又一个翅膀喽？”

当然，这是一千个、一万个应该的事情。这就是数学有别于以观察和实验为基础的其他学科的独特风格。

“有别于其他学科的独特风格？我们真想立刻体会这个风格。康托尔老师，请您不要再跟我们兜圈子了，还是赶快向我们介绍这个神奇的集合世界吧。”

好的。能够跟你们这些既有礼貌又聪明的孩子重游集合世界，对我来说也是一件十分荣幸的事情。好，我们这就出发，去游览一下集合世界。

“哇塞，我们这就走进神奇的集合世界喽！”