

全国普通高校自动化类专业规划教材



**A** ANALYSIS AND DESIGN OF DIGITAL CONTROL SYSTEMS 2nd Edition

# 数字控制系统分析与设计

(第2版)

朱晓青 ◎主 编

Zhu Xiaoqing

郭艳杰 彭晓波 黄浪尘 ◎副主编

Guo Yanjie

Peng Xiaobo

Huang Langchen

清华大学出版社

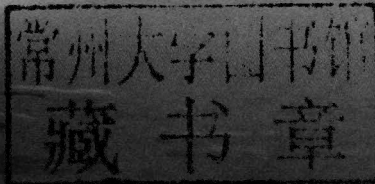


全国普通高校自动化类专业规划教材



ANALYSIS AND DESIGN OF DIGITAL CONTROL SYSTEMS 2nd Edition

# 数字控制系统分析与设计 (第2版)



朱晓青 ◎主 编

Zhu Xiaoqing

郭艳杰 彭晓波 黄浪尘 ◎副主编

Guo Yanjie Peng Xiaobo Huang Langchen

清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书是作者在多年教学工作、工程实践并结合国内外该领域的教学和技术发展等基础上形成的一部教材。书中系统地介绍有关数字控制的基本理论、基本分析方法与数字控制器设计技术等。全书共分5章,内容包括引言与连续控制系统回顾、离散时间系统分析、采样数据系统、基于传递函数的数字系统分析与数字控制器设计及基于极点配置与状态估计的数字控制器设计。

本书可作为自动化类专业或相关专业本科生计算机控制或数字控制类课程教材或教学参考书,也可作为有关工程技术人员的参考资料。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

### 图书在版编目(CIP)数据

数字控制系统分析与设计/朱晓青主编.—2版.—北京:清华大学出版社,2018

(全国普通高校自动化类专业规划教材)

ISBN 978-7-302-48686-2

I. ①数… II. ①朱… III. ①数字控制系统—高等学校—教材 IV. ①TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 271332 号

责任编辑:梁颖 王冰飞

封面设计:常雪影

责任校对:焦丽丽

责任印制:沈露

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

邮 编:100084

社总机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, [c-service@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:c-service@tup.tsinghua.edu.cn)

质量反馈:010-62772015, [zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn)

课件下载: <http://www.tup.com.cn>, 010-62795954

印 装 者:三河市君旺印务有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm 印 张:15.75

字 数:381千字

版 次:2015年2月第1版 2018年8月第2版

印 次:2018年8月第1次印刷

定 价:39.00元

产品编号:077563-01



作为自动控制原理与现代控制理论的后续课程,数字控制侧重于介绍离散系统分析方法和数字控制器的设计方法。学习数字控制需要读者对线性反馈控制和拉普拉斯变换数学知识有一定的理解。数字控制的内容包括基于 $z$ 变换技术的离散系统分析、基于转换技术和基于状态空间技术的数字控制器设计以及拉普拉斯变换与 $z$ 变换(即连续系统与离散系统)之间的关系等。

目前我国大多数学校采用经典控制、现代控制与数字控制分别设课的方式进行教学,这样经典控制与现代控制的知识、连续控制与离散控制的知识内容难以有效地连贯。第2版注重了将自动控制原理、现代控制理论的相关内容与数字(离散)控制系统分析与设计更紧密地连贯起来进行描述,这有助于自动化及相关专业学生或从事自动控制系统设计的工程技术人员对控制系统分析和控制器设计有更直观和系统的理解。

第2版的章节仍按第1版的5章安排。改版后的第1章更系统地对连续控制器设计方法进行概括性回顾,增加了一道综合例题,对控制器设计的各种方法进行解析。考虑到离散控制器设计方法与连续控制器设计方法有许多相近之处,改版后的第4章中根轨迹设计、频率响应设计和PID控制器设计以及第5章中极点配置设计的相关例题中,都注意了采用的设计方法与第1章中综合例题相应方法的对应。同时,还增加了采用根轨迹方法和频率响应方法进行PID控制器设计的内容,以帮助读者理解各种设计方法的灵活应用,以及连续控制器设计与离散控制器设计之间的关系等。

另外,在改版后的状态空间分析和设计内容中,增加了更多的带参考输入系统极点配置设计的描述,这可帮助读者更好地理解状态空间系统与传统反馈控制系统之间的关系。

本书改版中还对原版书中的一些错误之处进行了修改,但由于作者水平所限,书中难免存在不足,敬请读者批评指正。

编者

2018年5月

教学内容	学时	学时安排	
		全部授课	部分授课
第1章 引言	2	1	1
第2章 连续控制原理	10	10	0
第3章 离散系统分析	10	10	0
第4章 离散系统控制器设计	10	10	0
第5章 极点配置设计	10	10	0



随着计算机技术的迅速发展,目前的工业控制系统、机器人系统或其他电子控制装置基本都采用数字控制器来予以实现。本书正是针对这种情况,着重对数字控制系统的分析、设计和建模等问题进行了较系统的介绍,尤其以较多的篇幅讨论了数字控制系统的设计方法。

考虑到目前本科教学人才培养方案课时的逐步压缩,专业课程的课时多为 32~40 课时,这样对数字控制系统的介绍既要较为系统,又要非常简练。本书正是基于以上考虑,并参考了国内外相关教材进行编写的,旨在为与自动化技术相关的学生提供良好的工程基础。

本书第 1 章从对连续控制系统的回顾开始,介绍系统及其动态特性、基于根轨迹技术、频率响应技术和状态空间技术的设计方法等。

第 2 章介绍如何用线性差分方程和  $z$  变换技术对离散时间系统进行描述和分析。

第 3 章介绍对采样数据的分析技术、信号重构技术,以及离散模型的建立与分析等。

第 4 章介绍基于传递函数的数字系统分析与数字控制器设计,内容包括  $s$  平面对  $z$  平面的映射、离散系统的稳定性、数字控制器的仿真设计、数字控制器的根轨迹直接设计、数字控制器的频率响应直接设计、数字控制器的解析设计、模拟 PID 控制器的数字化,以及数字控制器的实现等。

第 5 章介绍基于极点配置与状态估计的数字控制器设计,内容包括离散时间系统的状态空间分析、极点配置、状态观测器设计,以及带状态观测器的极点配置等。

本书体系结构较为完整,其内容涵盖数字控制系统分析与设计的内容。本书内容与工程结合较强,可读性好。全书图文并茂,较为通俗易懂。各章自成体系又融会贯通,可方便读者有选择地学习。本书既注重系统性又注重时代性,既系统地介绍数字控制系统分析与设计方法,又介绍在该领域中数字化的一些新进展。本书控制器设计方面的例题全部基于 MATLAB 和 Simulink 软件进行了仿真,书中内容和各章节后相关习题的编排,注意对学生动手能力的训练与培养。

本书可作为自动化类专业或相关专业本科生数字控制或计算机控制类课程教材或教学参考书。

书中带 \* 的内容可根据教学情况选择性地安排。对本书各章内容的讲授提出教学建议如下。

教学内容	学习要点及教学要求	课时安排	
		全部授课	部分授课
第 1 章 引言与连续控制回顾	<ul style="list-style-type: none"> <li>掌握控制系统描述的基础知识</li> <li>掌握拉普拉斯变换的基本知识</li> <li>掌握反馈控制的基本特性</li> <li>掌握 PID 控制的基本原理</li> <li>掌握系统设计的指标表达方式</li> <li>掌握基于根轨迹方法设计控制器的基本思路</li> <li>掌握基于频率响应方法设计控制器的基本思路</li> <li>掌握基于状态空间方法设计控制器的基本思路</li> </ul>	1~2	1

## IV 数字控制系统分析与设计(第2版)

续表

教学内容	学习要点及教学要求	课时安排	
		全部授课	部分授课
第2章 离散时间系统分析	<ul style="list-style-type: none"> <li>熟练掌握用差分方程建立离散系统模型的基本方法</li> <li>熟练掌握差分方程求解的基本方法</li> <li>熟练掌握<math>z</math>变换的定义、<math>z</math>变换的基本特性及其在离散系统中的应用</li> <li>熟练掌握离散传递函数的基本概念</li> <li>熟练掌握离散系统时域的结构图表达和<math>z</math>域的结构图表达方式</li> <li>熟练掌握脉冲响应与离散传递函数的基本关系</li> <li>熟练掌握基于脉冲响应对开环离散系统进行稳定性判断的基本方法和基本思路</li> </ul>	6	5
第3章 采样数据系统	<ul style="list-style-type: none"> <li>熟练掌握采样与保持模型的建立</li> <li>熟练掌握采样信号的表达方式与特性</li> <li>熟练掌握采样信号频谱的分析方法</li> <li>熟练掌握信号重构的理想恢复方法与非理想恢复方法</li> <li>熟练掌握采样数据系统的结构图表达方式</li> <li>熟练掌握基于多项式<math>z</math>变换方式的对象离散模型建立方法</li> <li>熟练掌握基于对状态变量采样方式的对象离散模型建立方法</li> </ul>	9~10	8
第4章 基于传递函数的数字系统分析与数字控制器设计	<ul style="list-style-type: none"> <li>掌握<math>s</math>域对<math>z</math>域的映射的基础知识</li> <li>熟练掌握离散系统的稳定性分析方法,包括绝对稳定性的检验方法和相对稳定性的检验方法</li> <li>熟练掌握离散等价方法,包括数值近似法、零极点映射法和保持等价法</li> <li>熟练掌握仿真设计的基本步骤,了解运用MATLAB对设计的平价方法</li> <li>熟练掌握系统设计的时域、<math>s</math>域和<math>z</math>域设计指标表达方式,以及时域、<math>s</math>域和<math>z</math>域设计指标之间的转换方法,了解运用MATLAB进行指标之间的转换方法</li> <li>掌握数字控制器根轨迹直接设计的基本思路和设计方法,了解运用MATLAB进行数字控制器根轨迹设计的方法</li> <li>掌握离散系统的频率响应及其特性</li> <li>熟练掌握双线性变换的基本方法与频域设计指标表达方式</li> <li>熟练掌握数字控制器波特图直接设计基本思路和设计方法,了解运用MATLAB进行数字控制器波特图设计的方法</li> <li>了解数字控制器解析设计的基本方法</li> <li>熟练掌握数字PID控制的基本算法,熟练掌握数字PID控制器的参数整定思路和基本方法,了解数字PID控制的改进算法</li> <li>了解数字控制器实现的基本方法,包括直接程序实现、串行程序实现、并行程序实现和嵌套程序实现等</li> <li>了解数字控制系统中采样频率的选取方法</li> </ul>	14~18	16

续表

教学内容	学习要点及教学要求	课时安排	
		全部授课	部分授课
第5章 基于极点配置与状态估计的数字控制器设计	<ul style="list-style-type: none"> <li>了解系统状态空间表达的基本方法</li> <li>了解离散时间系统状态空间方程求解的基本方法</li> <li>了解单输入-单输出离散时间系统状态空间表达与脉冲传递函数的关系</li> <li>掌握离散时间状态空间系统能控性与能观性判断的基本方法</li> <li>掌握离散时间状态空间系统极点配置的基本方法</li> <li>掌握设计全阶状态观测器与降阶状态观测器的基本方法</li> <li>掌握调节器设计的基本方法</li> <li>了解带参考输入的离散时间系统状态空间系统的基本结构</li> </ul>	8~10	0
习题讲解与课堂讨论		2	2
实验	实验内容主要涉及基于 MATLAB 和 Simulink 软件的控制器的设计与仿真。因此,建议学生已学过或自学了 MATLAB 语言	8	0
教学总学时建议	自动化专业(或开设了自动控制原理与现代控制理论课程的自动化相关专业)开设学时 40+8 或 48+8(理论+实验)。其他专业(已开设了自动控制原理课程)开设 32 学时	48~56	32

限于作者水平,书中难免存在不足之处,敬请读者批评指正。

编者

2014年11月



第 1 章 引言与连续控制系统回顾	1
1.1 引言	1
1.1.1 数字控制器的应用领域	1
1.1.2 数字控制系统的基本构成与特点	3
1.2 连续控制系统及其动态特性	5
1.2.1 微分方程	5
1.2.2 拉普拉斯变换与传递函数	5
1.2.3 反馈控制的基本特性	6
1.2.4 反馈系统的稳定性分析	7
1.2.5 时间域设计指标	8
1.2.6 PID 控制	9
1.3 根轨迹设计法	11
1.3.1 $s$ 域设计指标	11
1.3.2 根轨迹及其画图规则	12
1.3.3 基于根轨迹的控制器设计	13
1.4 频率响应设计法	14
1.4.1 频域设计指标	14
1.4.2 基于波特图的控制器设计	16
1.5 状态空间设计法	18
1.5.1 极点配置方法	18
1.5.2 状态观测器的设计	19
1.5.3 极点配置与观测器的组合: 调节器的设计	20
1.5.4 参考输入与积分控制	21
1.6 本章小结	40
习题 1	41
参考文献	42
第 2 章 离散时间系统分析	43
2.1 线性差分方程	43
2.1.1 数字化与差分方程	43
2.1.2 差分方程的求解	47
2.2 $z$ 变换与离散传递函数	49
2.2.1 $z$ 变换及其性质	49
2.2.2 $z$ 变换法求解差分方程	54
2.2.3 结构图描述与分析	56

2.2.4	离散传递函数	58
2.3	离散传递函数与脉冲响应的关系	59
2.4	BIBO 稳定	61
2.5	本章小结	62
	习题 2	63
	参考文献	66
<b>第 3 章</b>	<b>采样数据系统</b>	<b>67</b>
3.1	采样与保持	67
3.1.1	对采样数据的分析	67
3.1.2	采样信号的频谱	72
3.2	信号重构	76
3.2.1	数据外推技术	77
3.2.2	零阶保持对输出信号的影响	81
3.3	采样数据系统的结构图分析	82
3.4	离散模型	84
3.4.1	基于多项式 $z$ 变换的离散模型	85
3.4.2	基于状态空间表达的离散模型	90
3.5	本章小结	94
	习题 3	94
	参考文献	97
<b>第 4 章</b>	<b>基于传递函数的数字系统分析与数字控制器设计</b>	<b>98</b>
4.1	$s$ 平面对 $z$ 平面的映射	98
4.2	离散系统的稳定性	103
4.2.1	闭环系统的稳定性分析	103
4.2.2	绝对稳定性的检验方法	105
4.2.3	相对稳定性的检验方法	111
4.3	数字控制器的仿真设计	114
4.3.1	离散等价方法	114
4.3.2	仿真设计及对设计的评价	124
4.4	数字控制器的根轨迹直接设计	130
4.4.1	$z$ 域设计指标	130
4.4.2	数字控制器的根轨迹直接设计	134
4.5	数字控制器的频率响应直接设计	143
4.5.1	离散系统的频率响应及其特性	143
4.5.2	双线性变换与频域设计指标	145
4.5.3	数字控制器的波特图直接设计	146
*4.6	数字控制器的解析设计	154

4.7	模拟 PID 控制器的数字化	159
4.7.1	数字 PID 控制的基本算法	160
4.7.2	数字 PID 控制器的参数整定	162
4.7.3	数字 PID 控制的改进算法	165
4.8	数字控制器的实现	167
4.8.1	直接程序实现法	168
4.8.2	串行程序实现法	168
4.8.3	并行程序实现法	170
4.8.4	嵌套程序实现法	171
4.8.5	采样周期的选择	171
4.9	本章小结	172
	习题 4	173
	参考文献	178

**第 5 章 基于极点配置与状态估计的数字控制器设计** 179

5.1	离散时间系统的状态空间分析	179
5.1.1	离散时间系统的状态空间表达	179
5.1.2	离散时间状态空间系统的求解	180
5.1.3	脉冲传递函数矩阵	181
5.1.4	离散时间状态空间系统的稳定性	182
5.2	极点配置	182
5.2.1	能控性	183
5.2.2	能观性	184
5.2.3	采样周期与能控性和能观性	185
5.2.4	离散时间状态空间系统的极点配置	186
5.3	状态观测器设计	190
5.3.1	全阶观测器	191
5.3.2	降阶观测器	194
5.4	带状态观测器的极点配置	195
5.4.1	分离原理	195
5.4.2	控制器特性与系统特性	196
5.4.3	带状态观测器的离散系统极点配置	196
5.5	带参考输入的离散系统极点配置	205
5.5.1	参考输入与控制量相比较后加入	205
5.5.2	参考输入与状态变量相比较后加入	207
5.5.3	参考输入与输出相比较后加入	210
5.5.4	积分控制	210
5.6	本章小结	214





# 引言与连续控制系统回顾

## 教学目标

数字控制系统的设计原理在很大程度上还是基于连续控制系统设计方法,因此本章将简要回顾连续控制的基本概念和连续控制器设计的基本方法。需要说明的是,这里只对结论性的要点做了列举,对首次学习这些知识的人来说,本章的内容是不够的,读者需要查阅相关书籍。通过对本章内容的学习,希望读者能够:

- 了解或回顾控制系统描述的基础知识;
- 了解或回顾拉普拉斯变换的基本知识;
- 了解或回顾反馈控制的基本特性;
- 了解或回顾PID控制的基本原理;
- 了解或回顾系统设计的指标表达方式;
- 了解或回顾基于根轨迹方法设计控制器的基本思路;
- 了解或回顾基于频率响应方法设计控制器的基本思路;
- 了解或回顾基于状态空间方法设计控制器的基本思路。

## 1.1 引言

随着计算机技术的迅速发展和应用的日益普及,如今绝大部分控制系统都采用计算机进行控制,这些控制系统包括工业实时控制系统、伺服机械控制系统、各类电子装置的控制系統,甚至包括军事设施的控制系統或航空航天设施的控制系統等。因此,对数字控制器的分析与设计也就越显重要。数字控制器能够使得传统的反馈控制变得更为灵活且高效。

### 1.1.1 数字控制器的应用领域

#### 1. 工业及制造业领域

工业与机械制造业是最早应用数控技术的行业,这些行业需要为其他经济领域提供先进装备。在冶金、石油、化工、造纸、发电、配电、玻璃或采矿等流程工业中,过程参数的实时监控已广泛地使用了基于数字控制器的计算机控制系统。这使得传统的过程控制功能与诸如生产计划、调度、优化及操作控制等实时信息处理和决策应用不断地渗透、融合。也为提高工业设备处理能力和生产效率、提高产品质量、有效利用能源、满足环保要求、确保人身安全以及优化技术经济指标,使工业企业在日益激烈的国内外市场竞争中保持竞争优势,发挥着举足轻重的作用。图 1-1 是一个基于数字控制技术的工业过程控制的例子。

在国防及科研领域(如研制开发与生产现代化军事装备用的高性能加工中心等),汽车制造业(如发动机、变速箱、曲轴柔性加工生产线上用的数控机床和高速加工中心以及整车装备生产线等),机械制造业(如焊接、装配、切割、喷漆机器人等),航空、船舶、发电行业(如加工螺旋桨、发动机、发电机和水轮机叶片零件用的高速加工中心等)都广泛地使用了基于数字控制器的计算机控制系统。图 1-2 是一个基于数字控制技术的机器人控制系统的例子,图 1-3 则是一个基于数字控制技术的设计加工中心的例子,由图可见,数字加工中心可

以直接接收来自设计中心的加工图纸,这将有效地提高加工效率和加工精度。

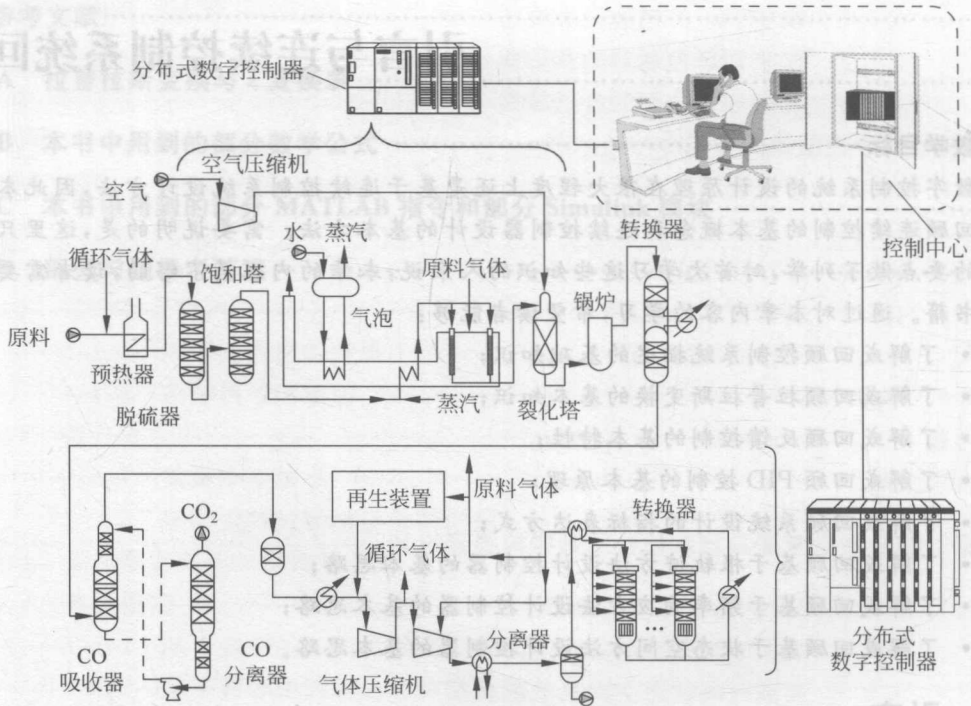


图 1-1 某化工生产流程的数字控制系统图



图 1-2 机器人系统图

## 2. 信息行业

在信息产业中,从计算机到网络、移动通信、遥测、遥控等设备,都需要采用基于超精技术、纳米技术的制造装备,如芯片制造的引线键合、晶片键合和光刻等,这些流程的控制都需要采用数控技术。信息技术的实现过程也同样越来越广泛地使用数字控制技术,图 1-4 是一个基于数字控制技术的能够实现前景与后景同步变焦的实时演播系统的例子。

## 3. 军事装备

现代的许多军事装备都大量采用伺服运动控制技术,如火炮的自动瞄准控制、雷达的跟踪控制和导弹的自动跟踪控制等,数字控制器在这些领域更是有着广泛的应用。图 1-5 是一个基于数字控制技术的雷达跟踪控制系统的例子。



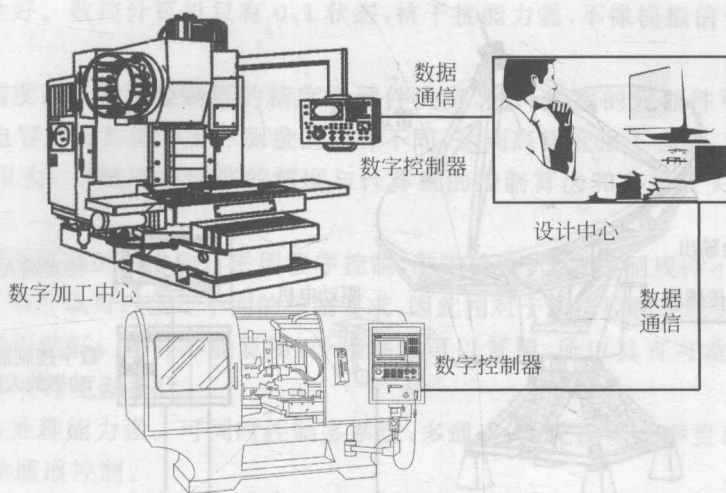


图 1-3 数字化加工中心系统图

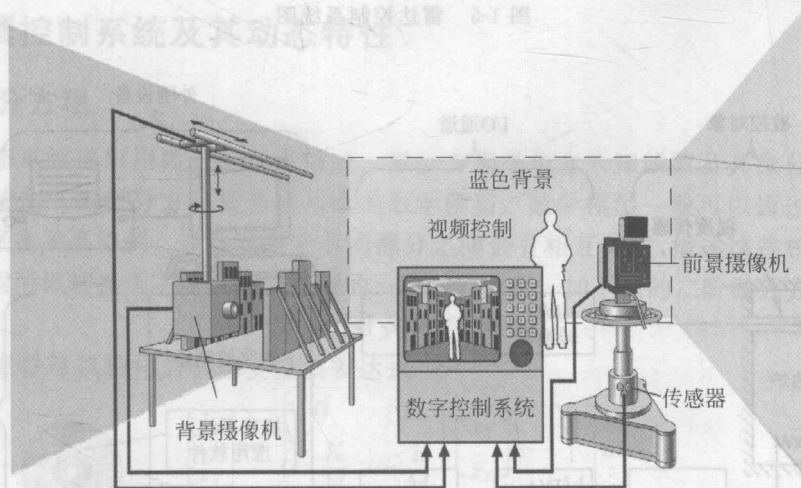


图 1-4 数字化演播控制系统图

#### 4. 其他领域

数字控制器在其他领域的应用包括医疗领域,如许多现代化的医疗诊断、治疗设备都采用了数控技术,如 CT 诊断仪、全身刀治疗机以及基于视觉引导的微创手术机器人等;在轻工行业,采用多轴伺服控制的印刷机械、纺织机械、包装机械以及木工机械等;在建材行业,用于石材加工的数控水刀切割机,用于玻璃加工的数控玻璃雕花机,用于席梦思加工的数控行缝机和用于服装加工的数控绣花机等。

#### 1.1.2 数字控制系统的基本构成与特点

数字控制系统一般由基于计算机结构的数字处理系统、外围设备以及输入输出(I/O)通道等构成,如图 1-6 所示。数字控制系统的硬件一般包括主机、输入输出通道以及外设等。主机是系统的核心,它包括 CPU、存储设备和总线等。主机通过运行软件程序向系统

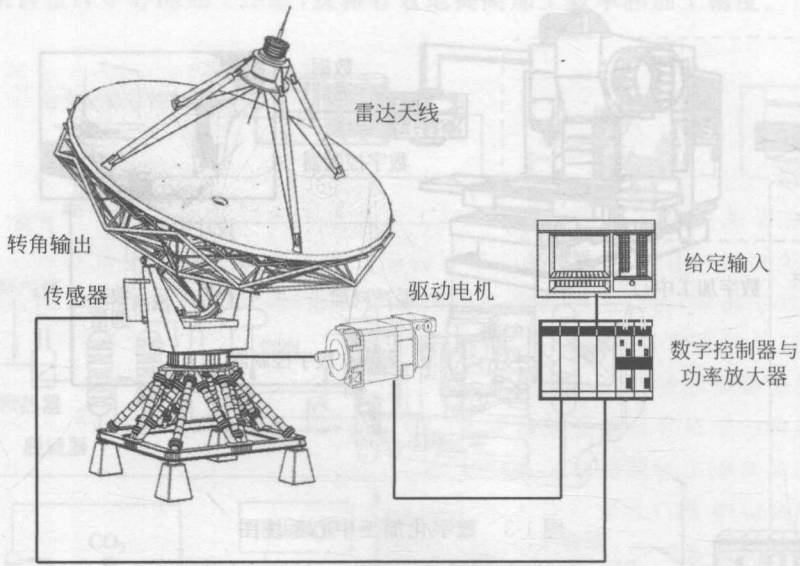


图 1-5 雷达控制系统图

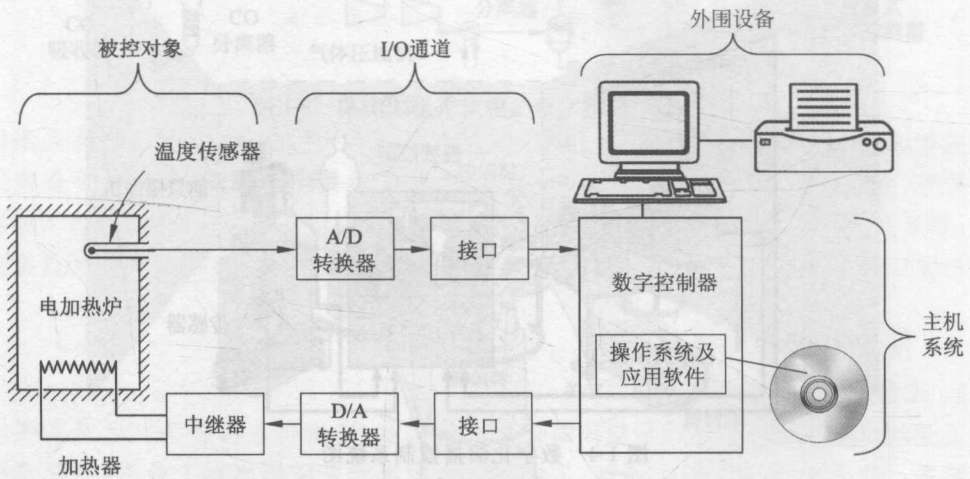


图 1-6 数字控制系统组成框图

的各个部分发出各种命令,对被控对象进行检测与控制。输入输出通道是主机系统与对象之间进行信息交换的桥梁。输入通道把对象的被控参数转换成系统可以接收的数字信号,输出通道则把系统输出的控制指令和数据转换成对对象进行控制的信号。外部设备是主机系统与外界进行信息交换的设备,一般包括人机接口、输入输出设备和外部存储设备等。

数字控制系统除了硬件以外,还要有相应的软件系统。软件是指能够完成各种功能的程序。软件通常包括系统软件、应用软件和数据库等。系统软件包括操作系统、诊断系统和开发系统等软件。应用软件包括为用户专门开发的针对各种应用的算法程序等。数据库则是一些用于资料管理或存档的软件等。

数字控制系统与连续控制系统相比,具有以下特点:

(1) 稳定性好。数控计算机只有 0、1 状态,抗干扰能力强,不像模拟信号受外界环境影响较大。

(2) 控制精度高。模拟控制器的精度由硬件决定,同一批次的元器件可能具有不同的性能,如电阻、电容的标称值和实际测量值会有不同,达到高精度很不容易,元器件的价格随精度不同变化很大;而数字控制器的精度与计算机的控制算法和字长有关,在系统设计时就已经决定了。

(3) 控制规律实现灵活方便。采用程序控制,易于修改,改变控制规律不需要修改硬件,通过修改控制子程序就可以满足不同的控制要求,因此相对于连续控制系统更具有灵活性。

(4) 软件复用性好。硬件不能复用,子程序却可以复用,所以具有可重复性,而且计算机系统和软件都可以更新换代。

(5) 控制与处理能力强。可同时控制多系统、多通道,因此控制效率更高。模拟控制器一般只能完成单通道控制。

(6) 显示灵活方便,人机接口友好。

(7) 实现分级控制和整体优化,提高整体自动化水平。

## 1.2 连续控制系统及其动态特性

### 1.2.1 微分方程

线性动态系统可以用微分方程来描述。微分方程是包含未知函数及其微分的方程表达一个物理系统的一组微分方程就是该系统的数学模型。数学模型一般可以通过系统的能量平衡或物料平衡关系得到。有些系统中不同部分之间会有相互关联,描述这些相互关联的系统的微分方程可以转换为一组状态变量型的一阶微分方程。如下面的二阶微分方程描述为

$$M\ddot{y} + B\dot{y} + Ky = u \quad (1-1)$$

该微分方程可以转化为状态变量型表达式

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K}{M} & -\frac{B}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} u$$

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (1-2)$$

这里

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix}$$

为描述系统特性的状态向量。

### 1.2.2 拉普拉斯变换与传递函数

对线性系统进行分析的一个有效手段是拉普拉斯变换。拉普拉斯变换的定义为

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (1-3)$$

拉普拉斯变换的基本性质可参见附录 A。其中最重要的一个性质就是在零初始状态时,



$$\mathcal{L}\{\dot{f}(t)\} = sF(s) \quad (1-4)$$

利用这个性质可以将式(1-1)表达的微分方程转换为

$$(Ms^2 + Bs + K)Y(s) = U(s)$$

从而得到传递函数  $G(s)$ , 即

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{Ms^2 + Bs + K} \quad (1-5)$$

传递函数可以表达为多项式型

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_1s^m + b_2s^{m-1} + \dots + b_{m+1}}{a_1s^n + a_2s^{n-1} + \dots + a_{n+1}} \quad (1-6)$$

传递函数也可以表达为零点-极点-增益型

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = K \frac{\prod_{i=1}^m (s - z_i)}{\prod_{i=1}^n (s - p_i)} \quad (1-7)$$

如果状态方程的通用型为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases} \quad (1-8)$$

式中,  $\mathbf{x}$  为状态变量;  $\mathbf{A}$  为系统矩阵;  $\mathbf{B}$  为输入矩阵;  $\mathbf{C}$  为输出矩阵。

其状态变量型表达与传递函数型表达是可以相互转换的, 即

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} \quad (1-9)$$

### 1.2.3 反馈控制的基本特性

由被控对象  $G$  及控制器  $D$  组成的典型的反馈控制系统如图 1-7 所示, 该图也就是控制系统的框图表达。该闭环系统的传递函数为

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{D(s)G(s)}{1 + D(s)G(s)} \quad (1-10)$$

式中

$$1 + D(s)G(s) = 0 \quad (1-11)$$

为该闭环系统的特征方程, 特征方程的根即为闭环系统的极点。

在如图 1-7 所示的闭环系统输入端  $r(t)$  加上单位阶跃信号, 可在其输出端  $y(t)$  得到阶跃响应。系统闭环极点位置不同, 其对应的阶跃响应也会不同。

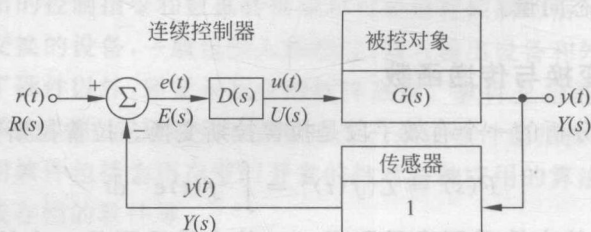


图 1-7 控制系统框图