



全国普通高等医学校药学类专业“十三五”规划教材

供药学类专业用

高等数学

□ 主编 艾国平 李宗学

在线学习版

教学资源 ◎ 练习测试
互动教学 ◎ 智能学习

全国普通高等院校药学类专业“十三五”规划教材

高等数学

(供药学类专业用)

主编 艾国平 李宗学

副主编 李建明 张喜红 杨晶

编者(以姓氏笔画为序)

王颖(吉林大学数学学院)

申笑颜(沈阳医学院)

安洪庆(潍坊医学院)

祁爱琴(滨州医学院)

李宗学(内蒙古医科大学)

杨晶(天津医科大学)

郭东星(山西医科大学)

艾国平(江西中医药大学)

刘国良(赣南医学院)

安建平(山西职工医学院)

李伟(辽宁中医药大学)

李建明(山西医科大学)

张喜红(长治医学院)

曹莉(内蒙古医科大学)

中国医药科技出版社

好书推荐 五十一 内容提要

本书是全国普通高等医学院校药学类专业“十三五”规划教材。全书由八章、附录及习题参考答案三部分组成，主要内容包括：函数与极限、导数与微分、不定积分、定积分及其应用、微分方程、空间解析几何、多元函数微分法、多元函数积分法及 MATLAB 在高等数学上的应用。本教材在介绍理论知识的同时，强调数学知识与医药知识的交互性，注重引入实际案例，以培养学生理论联系实际的应用能力和分析、解决问题的能力；每章还有“学习导引”“本章小结”“练习题”等模块，以增强教材内容的指导性、可读性。同时，为丰富教学资源，增强教学互动，更好地满足教学需要，本教材免费提供配套在线学习平台（含电子教材、教学课件、图片、视频和习题集），欢迎广大师生使用。

本书可供全国医学院校及中医药院校各专业、各层次的学生使用，也可作为医药行业培训与自学用书。

图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学 / 艾国平, 李宗学主编. —北京: 中国医药科技出版社, 2016.1

全国普通高等医学院校药学类专业“十三五”规划教材

ISBN 978-7-5067-7894-7

I. ①高… II. ①艾… ②李 III. ①高等数学—医学院校—教材 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 004014 号

美术编辑 陈君杞

版式设计 郭小平

出版 中国医药科技出版社

地址 北京市海淀区文慧园北路甲 22 号

邮编 100082

电话 发行: 010-62227427 邮购: 010-62236938

网址 www.cmstp.com

规格 787×1092mm¹/₁₆

印张 19½

字数 309 千字

版次 2016 年 1 月第 1 版

印次 2016 年 1 月第 1 次印刷

印刷 三河市百盛印装有限公司

经销 全国各地新华书店

书号 ISBN 978-7-5067-7894-7

定价 39.00 元

版权所有 盗版必究

举报电话: 010-62228771

本社图书如存在印装质量问题请与本社联系调换

全国普通高等医学院校药学类专业“十三五”规划教材

出版说明

全国普通高等医学院校药学类专业“十三五”规划教材，是在深入贯彻教育部有关教育教学改革和我国医药卫生体制改革精神，进一步落实《国家中长期教育改革和发展规划纲要》（2010—2020年）的形势下，结合教育部的专业培养目标和全国医学院校培养应用型、创新型药学专门人才的教学实际，在教育部、国家卫生和计划生育委员会、国家食品药品监督管理总局的支持下，由中国医药科技出版社组织全国近100所高等医学院校约400位具有丰富教学经验和较高学术水平的专家教授悉心编撰而成。本套教材的编写，注重理论知识与实践应用相结合、药学与医学知识相结合，强化培养学生的实践能力和创新能力，满足行业发展的需要。

本套教材主要特点如下：

1. 强化理论与实践相结合，满足培养应用型人才需求

针对培养医药卫生行业应用型药学人才的需求，本套教材克服以往教材重理论轻实践、重化工轻医学的不足，在介绍理论知识的同时，注重引入与药品生产、质检、使用、流通等相关的“实例分析/案例解析”内容，以培养学生理论联系实际的应用能力和分析问题、解决问题的能力，并做到理论知识深入浅出、难度适宜。

2. 切合医学院校教学实际，突显教材内容的针对性和适应性

本套教材的编者分别来自全国近100所高等医学院校教学、科研、医疗一线实践经验丰富、学术水平较高的专家教授，在编写教材过程中，编者们始终坚持从全国各医学院校药学教学和人才培养需求以及药学专业就业岗位的实际要求出发，从而保证教材内容具有较强的针对性、适应性和权威性。

3. 紧跟学科发展、适应行业规范要求，具有先进性和行业特色

教材内容既紧跟学科发展，及时吸收新知识，又体现国家药品标准〔《中国药典》（2015年版）、药品管理相关法律法规及行业规范和2015年版《国家执业药师资格考试》（《大纲》、《指南》）的要求，同时做到专业课程教材内容与就业岗位的知识和能力要求相对接，满足药学教育教学适应医药卫生事业发展要求。

4. 创新编写模式，提升学习能力

在遵循“三基、五性、三特定”教材建设规律的基础上，在必设“实例分析/案例解析”

模块的同时，还引入“学习导引”“知识链接”“知识拓展”“练习题”（“思考题”）等编写模块，以增强教材内容的指导性、可读性和趣味性，培养学生学习的自觉性和主动性，提升学生学习能力。

5. 搭建在线学习平台，丰富教学资源、促进信息化教学

本套教材在编写出版纸质教材的同时，均免费为师生搭建与纸质教材相配套的“爱慕课”在线学习平台（含数字教材、教学课件、图片、视频、动画及练习题等），使教学资源更加丰富和多样化、立体化，更好地满足在线教学信息发布、师生答疑互动及学生在线测试等教学需求，提升教学管理水平，促进学生自主学习，为提高教育教学水平和质量提供支撑。

本套教材共计 29 门理论课程的主干教材和 9 门配套的实验指导教材，将于 2016 年 1 月由中国医药科技出版社出版发行。主要供全国普通高等医学院校药学类专业教学使用，也可供医药行业从业人员学习参考。

编写出版本套高质量的教材，得到了全国知名药学专家的精心指导，以及各有关院校领导和编者的大力支持，在此一并表示衷心感谢。希望本套教材的出版，将会受到广大师生的欢迎，对促进我国普通高等医学院校药学类专业教育教学改革和药学类专业人才培养作出积极贡献。希望广大师生在教学中积极使用本套教材，并提出宝贵意见，以便修订完善，共同打造精品教材。

中国医药科技出版社
2016 年 1 月

全国普通高等医学校药学类专业“十三五”规划教材

书 目

序号	教材名称	主编	ISBN
1	高等数学	艾国平 李宗学	978 - 7 - 5067 - 7894 - 7
2	物理学	章新友 白翠珍	978 - 7 - 5067 - 7902 - 9
3	物理化学	高 静 马丽英	978 - 7 - 5067 - 7903 - 6
4	无机化学	刘 君 张爱平	978 - 7 - 5067 - 7904 - 3
5	分析化学	高金波 吴 红	978 - 7 - 5067 - 7905 - 0
6	仪器分析	吕玉光	978 - 7 - 5067 - 7890 - 9
7	有机化学	赵正保 项光亚	978 - 7 - 5067 - 7906 - 7
8	人体解剖生理学	李富德 梅仁彪	978 - 7 - 5067 - 7895 - 4
9	微生物学与免疫学	张雄鹰	978 - 7 - 5067 - 7897 - 8
10	临床医学概论	高明奇 尹忠诚	978 - 7 - 5067 - 7898 - 5
11	生物化学	杨 红 郑晓珂	978 - 7 - 5067 - 7899 - 2
12	药理学	魏敏杰 周 红	978 - 7 - 5067 - 7900 - 5
13	临床药物治疗学	曹 霞 陈美娟	978 - 7 - 5067 - 7901 - 2
14	临床药理学	印晓星 张庆柱	978 - 7 - 5067 - 7889 - 3
15	药物毒理学	宋丽华	978 - 7 - 5067 - 7891 - 6
16	天然药物化学	阮汉利 张 宇	978 - 7 - 5067 - 7908 - 1
17	药物化学	孟繁浩 李柱来	978 - 7 - 5067 - 7907 - 4
18	药物分析	张振秋 马 宁	978 - 7 - 5067 - 7896 - 1
19	药用植物学	董诚明 王丽红	978 - 7 - 5067 - 7860 - 2
20	生药学	张东方 税丕先	978 - 7 - 5067 - 7861 - 9
21	药剂学	孟胜男 胡容峰	978 - 7 - 5067 - 7881 - 7
22	生物药剂学与药物动力学	张淑秋 王建新	978 - 7 - 5067 - 7882 - 4
23	药物制剂设备	王 沛	978 - 7 - 5067 - 7893 - 0
24	中医药学概要	周 畔 张金莲	978 - 7 - 5067 - 7883 - 1
25	药事管理学	田 侃 吕雄文	978 - 7 - 5067 - 7884 - 8
26	药物设计学	姜凤超	978 - 7 - 5067 - 7885 - 5
27	生物技术制药	冯美卿	978 - 7 - 5067 - 7886 - 2
28	波谱解析技术的应用	冯卫生	978 - 7 - 5067 - 7887 - 9
29	药学服务实务	许杜娟	978 - 7 - 5067 - 7888 - 6

注：29门主干教材均配套有中国医药科技出版社“爱慕课”在线学习平台。

全国普通高等医学院校药学类专业“十三五”规划教材 配套教材书目

序号	教材名称	主编	ISBN
1	物理化学实验指导	高 静 马丽英	978 - 7 - 5067 - 8006 - 3
2	分析化学实验指导	高金波 吴 红	978 - 7 - 5067 - 7933 - 3
3	生物化学实验指导	杨 红	978 - 7 - 5067 - 7929 - 6
4	药理学实验指导	周 红 魏敏杰	978 - 7 - 5067 - 7931 - 9
5	药物化学实验指导	李柱来 孟繁浩	978 - 7 - 5067 - 7928 - 9
6	药物分析实验指导	张振秋 马 宁	978 - 7 - 5067 - 7927 - 2
7	仪器分析实验指导	余邦良	978 - 7 - 5067 - 7932 - 6
8	生药学实验指导	张东方 程丕先	978 - 7 - 5067 - 7930 - 2
9	药剂学实验指导	孟胜男 胡容峰	978 - 7 - 5067 - 7934 - 0

前言

PREFACE

高等
医药教材

本书是全国普通高等院校药学类专业“十三五”规划教材，根据《国家中长期教育改革和发展规划纲要》（2010—2020年），重点扩大应用型、复合型、技能型人才培养规模，强化培养学生创新能力、实践能力的精神，由全国十多所医学院校和中医药大学长期从事高等数学教学、具有副教授及以上职称的教师编写而成。

在编写中，我们以全国普通高等院校药学类专业教育实际和学生接受能力为基准，以注重基本知识、基础理论、思想性、科学性、先进性、启发性、适用性为原则，贯彻“教师好教，学生好学，以学生为主体，师生课堂上能良好互动”的思想，突出实用性和适应性，以便更好地为药学类专业学生服务。此外，我们选择合理的教学内容与体系结构，强调重要的数学思维方法与 MATLAB 软件在高等数学中的运用，把数学建模的思想与方法渗透到教材内容中去，强调数学知识与医药知识的交互性，做到逻辑清晰、例题丰富。

全书由八章、附录及练习题参考答案三部分组成，主要内容包括：函数与极限、导数与微分、不定积分、定积分及其应用、微分方程、空间解析几何、多元函数微分法、多元函数积分法及 MATLAB 在高等数学上的应用。各章重点突出，叙述准确，条理清楚，解释详尽透彻，例题注重数学知识在现代医药上的应用，以培养学生的数学素质、创新意识及运用数学工具解决实际问题的能力。本书与配套的在线学习平台相结合，体现了以学生为主体，师生良好互动的思想，更能方便学生自主学习。本书可供全国医学院校及中医药院校各专业、各层次的学生使用，也可作为医药行业培训与自学用书。

本书由艾国平、李宗学任主编，李建明、张喜红、杨晶任副主编。教材具体分工为：祁爱琴老师编写第一章，王颖老师编写第二章，刘国良老师编写第三章，安建平老师编写第四章，申笑颜老师编写第五章，郭东星老师编写第六章，安洪庆老师编写

第七章，李伟老师编写第八章，曹莉老师编写附录。

在编写过程中得到各参编学校的大力支持，在此表示诚挚谢意。由于编者水平有限，书中不当之处再所难免，恳请读者与同行提出宝贵意见，以便我们改正。

编者

2015年10月



目录

CONTENTS

第一章 函数与极限	1
第一节 函数	1
一、函数的概念	1
二、反函数	4
三、函数的性质	5
四、基本初等函数	6
五、复合函数	8
六、初等函数	9
练习题 1-1	9
第二节 极限	10
一、数列的极限	10
二、函数的极限	11
三、无穷小与无穷大	13
练习题 1-2	14
第三节 极限的运算	15
一、极限的运算法则	15
二、两个重要极限	18
三、无穷小的比较	23
练习题 1-3	25
第四节 函数的连续性	26
一、函数的连续性与间断点	26
二、初等函数的连续性	29
三、闭区间上连续函数的性质	31
练习题 1-4	32
总练习题一	33

第二章 导数与微分	35
第一节 导数	35
一、导数的定义	35
二、导数的几何意义	38
三、函数的可导与连续的关系	38
练习题 2-1	39
第二节 函数的求导方法	40
一、导数公式	40
二、函数四则运算的求导法则	41
三、反函数与复合函数的求导法则	42
四、隐函数与参数方程的导数	45
五、高阶导数	48
练习题 2-2	50
第三节 函数的微分	51
一、微分的概念	51
二、微分的计算	53
三、微分的应用	55
练习题 2-3	56
第四节 中值定理与洛必达法则	56
一、中值定理	57
二、洛必达法则	59
练习题 2-4	62
第五节 函数性态的研究	63
一、函数的单调性与曲线的凹凸性	63
二、函数的极值与最大值、最小值	66
练习题 2-5	69
第六节 泰勒公式	70
练习题 2-6	72
总练习题二	72
第三章 不定积分	75
第一节 不定积分的概念与性质	75
一、原函数与不定积分	75
二、基本积分公式	77
三、不定积分的性质	78

练习题 3-1	80
第二节 换元积分法	81
一、第一类换元积分法	81
二、第二类换元积分法	85
练习题 3-2	90
第三节 分部积分法	92
练习题 3-3	94
第四节 有理函数的积分与三角函数有理式的积分	96
一、有理函数的积分	96
二、三角函数有理式的积分	98
练习题 3-4	99
总练习题三	100
第四章 定积分及其应用	102
第一节 定积分的概念与性质	102
一、定积分的概念与几何意义	104
二、定积分的性质	105
练习题 4-1	108
第二节 定积分的计算	108
一、微积分基本公式	108
二、定积分的换元积分法	110
三、定积分的分部积分法	113
练习题 4-2	114
第三节 反常积分和 Γ 函数	115
一、反常积分	115
二、 Γ 函数	118
练习题 4-3	119
第四节 定积分的应用	119
一、平面图形的面积	120
二、体积	122
三、平面曲线的弧长	125
四、定积分在医药学上的应用	125
练习题 4-4	127
总练习题四	128

第五章 微分方程	130
第一节 微分方程的基本概念	130
练习题 5-1	133
第二节 一阶微分方程的解法	134
一、可分离变量的微分方程	134
二、齐次方程	138
三、一阶线性微分方程	140
练习题 5-2	146
第三节 可降阶的高阶微分方程	147
一、 $y^{(n)}=f(x)$ 型微分方程	147
二、 $y''=f(x, y')$ 型微分方程	148
三、 $y''=f(y, y')$ 型微分方程	150
练习题 5-3	155
第四节 二阶常系数线性微分方程	155
一、二阶线性微分方程解的结构	155
二、二阶常系数齐次线性微分方程	157
三、二阶常系数非齐次线性微分方程	160
练习题 5-4	166
第五节 微分方程的应用	166
练习题 5-5	170
总练习题五	171
第六章 空间解析几何	172
第一节 空间直角坐标系与向量代数	172
一、空间直角坐标系	172
二、空间两点间的距离	173
三、向量代数	174
练习题 6-1	183
第二节 空间曲面与曲线	184
一、空间曲面及其方程	184
二、空间曲线及其方程	189
练习题 6-2	193
第三节 空间平面与直线	193
一、平面及其方程	193

二、空间直线及其方程.....	196
练习题 6-3	200
总练习题六	201
第七章 多元函数微分法	203
第一节 多元函数的基本概念	203
一、平面点集及区域.....	203
二、二元函数.....	204
练习题 7-1	208
第二节 偏导数	208
一、二元偏导数.....	208
二、高阶偏导数.....	211
练习题 7-2	212
第三节 全微分	212
一、全微分的概念与可微的条件.....	213
二、全微分在近似计算中的应用.....	216
练习题 7-3	217
第四节 多元复合函数和隐函数的求导	218
一、多元复合函数的求导.....	218
二、多元隐函数的微分法.....	221
练习题 7-4	222
第五节 多元函数的极值及其求法	223
一、二元函数的极值.....	223
二、最大值与最小值.....	225
三、条件极值.....	227
练习题 7-5	229
总练习题七	229
第八章 多元函数积分法	231
第一节 二重积分	231
一、二重积分的概念.....	231
二、二重积分的性质.....	233
三、二重积分的计算.....	233
四、累次积分调换次序.....	235
练习题 8-1	235

第二节 三重积分	236
一、三重积分的概念	236
二、三重积分的计算	237
练习题 8-2	238
第三节 二重积分的应用	238
一、二重积分的几何应用	238
二、二重积分的物理应用	240
练习题 8-3	241
第四节 曲线积分	242
一、对弧长的曲线积分	242
二、对坐标曲线积分	245
练习题 8-4	247
第五节 格林公式及其应用	248
一、格林公式	248
二、曲线积分与路径无关的条件	249
练习题 8-5	251
总练习题八	252
附录 MATLAB 在高等数学中的应用	255
练习题参考答案	276
参考文献	295

第一章 函数与极限

学习导引

知识要求：

1. 掌握 函数极限的概念；单侧极限与极限的关系；极限的运算法则；两个重要极限；函数连续的概念；函数的间断点及其分类。
2. 熟悉 复合函数的概念及分解与复合过程。
3. 了解 函数的性质；反函数及初等函数的概念；极限存在的两个判别准则；无穷小的比较；闭区间上连续函数的性质。

能力要求：

熟练掌握求函数极限的各种方法；会求函数的极限。

函数是微积分学的主要研究对象，它描述了变量与变量之间的相互联系，是用于表达变量间复杂关系的基本数学形式。极限描述了当某个变量变化时，与之相关的变量的变化趋势。极限概念是微积分中最基本的概念，在后面的学习中我们将会看到微积分中的重要概念，如导数、定积分，都可以表示为某种形式的极限。本章在初等数学基础上进一步介绍函数、极限以及函数的连续性等概念与性质，这些内容是后面各章的基础。

第一节 函数

一、函数的概念

1. 常量与变量 如果在某一研究过程中，一个量始终保持同一数值，这样的量称为常量 (constant)。例如在匀速运动中，物体运动的速度是一个常量。如果在某一研究过程中，一个量可以取不同的数值，这样的量称为变量 (variable)。一个量是变量还是常量，不是绝对的，要根据具体过程和具体条件来确定。例如在一天中儿童的身高可近似看作常量，但在一年中该儿童的身高则应视为变量。一般地，常量用 A, B, C 等字母表示，变量用 x, y, z 等字母表示。

2. 区间与邻域 对应于数轴上介于两个定点之间的所有点的集合称为区间，这两个定点叫作区间的端点。常用的区间有以下几种类型（以下假设 a, b 都是实数，且 $a < b$ ）：

- (1) 开区间 $(a, b) = \{x \mid a < x < b\}$ ；
- (2) 闭区间 $[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b\}$ ；

(3) 半开半闭区间 $[a, b] = \{x | a \leq x < b\}$, 或 $(a, b] = \{x | a < x \leq b\}$.

如果区间的两个端点都是有限的实数, 称为有限区间. 数 $b-a$ 称为区间的长度. 若区间的一个或两个端点不是有限实数, 则称为无限区间, 例如:

$$(a, +\infty) = \{x | x > a\}, \quad (-\infty, b] = \{x | x \leq b\}.$$

全体实数的集合 \mathbb{R} 通常记作区间 $(-\infty, +\infty)$.

设 x_0 与 δ 为两个实数, 且 $\delta > 0$, 称开区间 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ 为点 x_0 的 δ 邻域, 记为 $U(x_0, \delta)$ (图 1-1), 即

$$U(x_0, \delta) = \{x | |x - x_0| < \delta\},$$

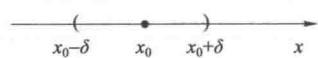


图 1-1

式中, x_0 称为该邻域的中心, δ 称为该邻域的半径. 点 x_0 的 δ 邻域去掉中心 x_0 后, 称为点 x_0 的去心 δ 邻域, 记作 $\overset{\circ}{U}(x_0, \delta)$, 即

$$\overset{\circ}{U}(x_0, \delta) = \{x | 0 < |x - x_0| < \delta\}.$$

邻域是在后面的讨论中常用的概念.

3. 函数的概念

定义 1 设 x 与 y 是同一过程中的两个变量, D 是给定的数集. 如果对于每个 $x \in D$, 按照一定的对应法则 f , 变量 y 总有唯一确定的值与之对应, 则称变量 y 是变量 x 的函数(function), 记作

$$y = f(x), x \in D.$$

变量 x 称为自变量(independent variable), 变量 y 称为因变量(dependent variable).

D 是自变量 x 的所有允许取值的集合, 称为函数的定义域(domain). 而因变量 y 的所有值的集合称为函数的值域(range), 记为 $W = \{y | y = f(x), x \in D\}$.

对于函数 $f(x)$ 定义域中的每一点 $x_0 \in D$, 函数 $f(x)$ 总有唯一确定的值与其对应, 这个因变量的值称为函数在 x_0 处的函数值(functional value), 记为 $y_0 = f(x_0)$ 或 $y_0 = y|_{x=x_0}$.

注意: 函数的定义域与对应法则是函数的两要素, 当且仅当这两要素完全相同时两个函数才是相同的, 而与自变量和因变量的符号无关.

函数的表示法通常有公式法(解析式法)、图像法和表格法.

例 1 在出生后 1~6 个月内, 正常婴儿的体重大致满足以下关系式

$$y = 3 + 0.6x,$$

式中, x 表示婴儿的月龄, y 表示婴儿的体重(kg), 该函数的定义域为 $[1, 6]$. 若不考虑问题的实际意义, 函数 $y = 3 + 0.6x$ 的自然定义域则为 $(-\infty, +\infty)$.

例 2 监护仪自动记录了某患者一段时间内体温 T 的变化曲线, 如图 1-2 所示.

对于在该段时间内的任一时刻, 都可以根据此图读出患者在这一时刻的体温值, 患者体温 T 是时间 t 的函数 $T = T(t)$. 这是用图像法表示的函数关系. 对于健康人而言, 体温通常在 $T = 37^\circ\text{C}$, 反映在图像上, 是一条平行于 t 轴的直线.

例 3 某地区 2001~2010 年的胃癌发病率, 如表 1-1 所示.

可以看出, 对于在 2001~2010 年间的每一年 t , 都有一个发病率 y 与之对应, y 是 t 的函数, 对应规律由表 1-1 给出, 这是用表格法表示的函数关系.

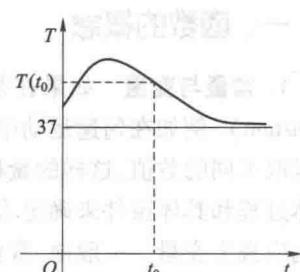


图 1-2