

应用技术型高等教育“十三五”精品规划教材

DAXUE WULI JIEXI DUICE YU TAOLUN ZONGJIE

大学物理

解析对策与讨论总结

梁志强 王伟 李洪云 尹妍妍 吴世亮 等◎编著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

应用技术型高等教育“十三五”精品规划教材

大学物理 解析对策与讨论总结

梁志强 王伟 李洪云 尹妍妍 吴世亮 等 编著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

• 北 京 •

内 容 提 要

本书融合学习指导、习题解析及教学指南为一体,具有指导学生科学高效学习,辅助青年教师快速提高教学水平的双重功能。特别对于初学“大学物理”课程面临诸多困难的学生,能起到较大的帮扶作用,而对于优秀学生则能发挥锦上添花的助力作用。所涉及习题尽量结合工程技术实例及日常生活事例,具有突出理论结合实践及注重物理学应用等特点,可以作为“大学物理”课程的例题或习题课内容引入课堂。

本书适时融入科学学习方法、逻辑思维方法和高等数学应用方法的介绍、总结等内容,促使学习者在持续学习的进程中,不断提高学习能力、科学思维能力、解析问题和解决问题的能力。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理解析对策与讨论总结 / 梁志强等编著. --
北京:中国水利水电出版社, 2018.2
应用技术型高等教育“十三五”精品规划教材
ISBN 978-7-5170-6307-0

I. ①大… II. ①梁… III. ①物理学—高等学校—教
学参考资料 IV. ①04

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第030617号

策划编辑:宋俊娥 责任编辑:宋俊娥

书 名	应用技术型高等教育“十三五”精品规划教材 大学物理解析对策与讨论总结 DAXUE WULI JIEXI DUICE YU TAOLUN ZONGJIE
作 者	梁志强 王伟 李洪云 尹妍妍 吴世亮 等 编著
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: sales@waterpub.com.cn 电话: (010) 68367658 (营销中心)
经 售	北京科水图书销售中心(零售) 电话: (010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	北京智博尚书文化传媒有限公司
印 刷	三河市龙大印装有限公司
规 格	170mm×227mm 16开本 11.25印张 178千字
版 次	2018年2月第1版 2018年2月第1次印刷
印 数	0001—4000册
定 价	29.00元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社营销中心负责调换

版权所有·侵权必究

前 言

“大学物理”是我国高等院校理工科专业重要的必修公共基础课程。该课程强调逻辑思维和高等数学的应用，但实际情况是，相当一部分学习该课程的学生，逻辑思维能力和高等数学应用能力欠佳，这非常不利于“大学物理”课程的学习。本书的编写目的之一，就是期望引导并训练他们迅速提高上述两种能力。本书前四章涉及的主要数学应用问题为坐标系和积分微元的选取，第2至5章重点强调标量、矢量定积分运算的训练，第2、9章兼顾微分方程求解的练习。本书还适时融入科学学习方法、逻辑思维方法及高等数学应用方法的介绍和总结等内容，促使学习者在持续学习的进程中，不断提高学习能力、科学思维能力、解析问题和解决问题的能力。

本书所选习题与本教学团队所编写的教材《大学物理》（第二版）并不完全一致，改编部分习题，删去少数习题，同时入选部分新习题。所涉及的习题尽量结合工程技术实例和日常生活事例，具有注重理论结合实践，突出物理学应用等特点，可以作为“大学物理”课程的例题或习题课内容引入课堂，以适应各类应用技术型院校的教学需求。

本书由山东省教学名师梁志强教授主持编写，是山东交通学院“物理公共基础课及物理专业理论课教学团队”十余年大学物理课程教学实践和教研成果的概括总结。梁志强教授创意了本书的结构，融合学习指导、习题解析及教学指南为一体，具有指导训练学生科学高效学习，辅助青年教师快速提高教学水平的双重功能。特别对于初学“大学物理”课程面临诸多困难的学生，能起到较大的帮扶作用，而对于优秀学生则能发挥锦上添花的助力作用。

德国著名物理学家索末菲曾告诫其学生：要勤奋地去做练习，只有这样你才会发现，哪些你理解了，哪些你还没有理解。值得一提的是，索末菲还是一位杰出的教育工作者，培养了海森伯、泡利、贝特、德拜等诺贝尔奖获得者，以及一大批著名科学家。对于“大学物理”课程的学习，“勤奋地去做练习”同样至关重要。诚恳建议学习者端正学习态度，千万不要依赖学习指导、习题解析及解题指南等书籍！参考是可以的，借助也是可行的，过度依赖就会丢掉独立思考的训练和解决问题的体验等过程，不仅难以检验学习效果，更会错失成功或失败等诸多历练！最好广泛涉猎国内外教材，尽量独立

做一些难度适中的练习题，包括选解一些外国教材的习题。要知道亲自解答一道“陌生的练习题”，就等价于解决一个“新问题”，也就相当于经历一次“发明创造”的体验！对待学习多思考勤总结，对于尽快提高逻辑思维能力和解决问题的能力大有裨益，而且这些努力对于今后的学习和工作无疑是起跳的基石！

本书分为章节“内容总结”和“问题分析与解答”两部分。前者主要概括总结“大学物理”课程每章的主要内容，分为“教学基本要求”“学习指导”“内容提要”“重点解析”“基本问题求解步骤”或“基本问题分类”等内容。后者主要针对相应章节物理问题的剖析解答与讨论，分为解题思路“分析”，解题规律或步骤“总结”，解题结果的“讨论与说明”，以及解题结论在工程技术、仪器研制、军事武器等领域的实际“应用”等内容。本部分的编写，突出解决问题思路分析与解题方法的总结，示范逻辑思维的应用，以及准确表述问题的方法等内容。特别是“应用”部分还包括本教学团队指导本科生参加“山东省大学生科技节物理科技创新大赛”等赛事的部分获奖作品，以及指导本科生发表的相关论文等内容。目的是为本科生参与课外科技活动提供范例树立榜样，鼓励他们积极参与其中，应用“大学物理”课程所学到的理论知识，在动手实践完成参赛作品的制作过程中迅速提高自身素质和能力，为今后的专业课程学习、毕业论文写作以及个人发展，积蓄能量并奠定扎实的基础。

本书的结构策划及内容编写由梁志强教授、王伟教授、李洪云博士分工负责。梁志强、王伟、尹妍妍、吴世亮负责完成第一部分“内容总结”的编写，梁志强、李洪云、尹妍妍负责完成第二部分“问题分析与解答”的编写。王立飞、刘进庆、于英霞、王青、李畅等青年教师参与了问题解答的部分编写工作，梁志强负责全书的统稿工作。

感谢中国水利水电出版社为本书的出版付出的辛勤劳动。

不当之处，欢迎指正，以便再版时更正。

编 者

2017年12月于
山东交通学院无影山校区

目 录

前言

第1章 质点运动学	1
内容总结	1
1.1 教学基本要求	1
1.2 学习指导	1
问题分析解答与讨论总结	2
第2章 牛顿定律	13
内容总结	13
2.1 教学基本要求	13
2.2 学习指导	13
问题分析解答与讨论应用	14
第3章 动力学基本定理与守恒定律	27
内容总结	27
3.1 教学基本要求	27
3.2 学习指导	27
问题分析解答与讨论总结	29
第4章 刚体定轴转动	46
内容总结	46
4.1 教学基本要求	46
4.2 学习指导	46
问题分析解答与讨论总结	48
第5章 库仑定律	57
内容总结	57
5.1 教学基本要求	57
5.2 学习指导	57
问题分析解答与讨论说明	59
第6章 静电场中的导体与电介质	74
内容总结	74

6.1 教学基本要求	74
6.2 学习指导	74
问题分析解答与讨论应用	75
第 7 章 恒定磁场	84
内容总结	84
7.1 教学基本要求	84
7.2 学习指导	84
问题分析解答与讨论总结	86
第 8 章 电磁感应与电磁场	97
内容总结	97
8.1 教学基本要求	97
8.2 学习指导	97
问题分析解答与讨论说明	99
第 9 章 机械振动基础	107
内容总结	107
9.1 教学基本要求	107
9.2 学习指导	107
问题分析解答与讨论说明	109
第 10 章 波动	118
内容总结	118
10.1 教学基本要求	118
10.2 学习指导	118
问题分析解答与讨论说明	120
第 11 章 光学	130
内容总结	130
11.1 教学基本要求	130
11.2 学习指导	130
问题分析解答与讨论应用	131
第 12 章 气体动理论	142
内容总结	142
12.1 教学基本要求	142
12.2 学习指导	142
问题分析解答与讨论说明	143

第 13 章 热力学基础	152
内容总结	152
13.1 教学基本要求	152
13.2 学习指导	152
问题分析解答与讨论说明	153
第 14 章 近代物理基础	162
内容总结	162
14.1 教学基本要求	162
14.2 学习指导	162
问题分析解答与讨论应用	163
参考文献	171

第1章 质点运动学

内容总结

1.1 教学基本要求

(1) 掌握位置矢量、位移矢量、速度和加速度四类描述质点运动的物理量，理解其矢量性、瞬时性和相对性。

(2) 理解运动学方程的物理意义，掌握由其确定质点位置、位移、速度和加速度的方法，以及已知质点加速度和初始条件求解速度、运动学方程的方法。

(3) 掌握质点平面运动速度、加速度的计算，以及质点圆周运动角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度的计算。

(4) 了解伽利略速度变换及质点相对运动问题。

1.2 学习指导

质点运动学是质点力学的基础，运动学方程及速度和加速度等物理量随时间的变化规律，是运动学研究的重点。对于本章的学习，应当重点掌握四类描述质点运动的物理量以及各物理量随时间的变化规律。熟练掌握直角坐标系、自然坐标系的应用，尽快习惯并掌握微积分、矢量运算等数学工具，为后继章节的学习奠定扎实的数学基础。重点掌握运动学两类基本问题的求解，为质点动力学问题的求解奠定基础。质点相对运动问题较为复杂，应当注意掌握绝对速度、相对速度及牵连速度三类物理量的区分。

1.2.1 内容提要

(1) 四类重要物理量：位置矢量、位移矢量、速度矢量、加速度矢量。

(2) 两类基本问题：第一类为由质点运动学方程求质点 t 时刻速度、加速度的问题。第二类为已知质点加速度及初始条件，求质点速度及运动学方程的问题。

(3) 两个重要方程：运动学方程、轨迹方程。

(4) 三类基本运动：直线运动、曲线运动、相对运动。

1.2.2 重点解析

(1) 由于运动描述的相对性，相对不同的参照系，对运动质点的描述结果相异。对于运动学问题，参照系的选取没有特殊要求，可以视解题方便而定。应当熟练掌握在选定参照系上，建立不同坐标系解决质点运动学问题的方法和技巧，例如应用空间坐标系、平面坐标系、直线坐标系分别求解质点的空间、平面、直线运动问题。应用自然坐标系、平面直角坐标系求解质点平面曲线运动问题等，特别是空间直角坐标系和自然坐标系的应用，相对有一定难度，要在认真学习相关例题的基础上，独立完成一定数量的练习题后逐渐掌握，熟练应用。应用自然坐标系求解运动学问题，可以先从质点匀速率圆周运动问题的练习开始。对于应用直角坐标系和自然坐标系联合求解质点运动学的问题，也应给予足够的关注。坐标系的选取，一定程度上关系到解题的成功与否，涉及解题工作量的大小。

(2) 对于本章两类基本问题，第一类问题可应用求导方法处理，第二类问题可应用积分方法处理。

(3) 运动学方程是联系其他运动学物理量的桥梁，由任意坐标系表出的质点运动学方程直接消去时间变量，可以求得该坐标系的轨迹方程。

(4) 关于质点相对运动问题，在理清绝对速度、相对速度及牵连速度三类物理量的基础上，可以直接应用伽利略速度变换求解。

1.2.3 质点运动学问题基本求解步骤

- (1) 选取参照系、由题意建立适当坐标系。
- (2) 将质点位置、速度和加速度等矢量在所建坐标系投影列出标量式。
- (3) 由已知及相关关系式求解。
- (4) 对结果及求解过程进行讨论。

问题解答与讨论总结

1.1 云室为带电粒子轨迹探测装置。当带电粒子高速射入充以气体的云室时，在其经过的路径上产生离子，可使其中的过饱和蒸气以离子为核心凝结成液滴，从而可采用拍照的方法记录粒子的轨迹。若作直线运动带电粒子的运动学方程为 $x = C_1 - C_2 e^{-\alpha t}$ (SI)，其中 C_1 、 C_2 、 α 均为常量，并在粒子进入云室时开始计时，试描述其运动情况。

解：分析 本题为直线运动问题，且属于运动学第一类问题，即已知运

动学方程求带电粒子其他物理量的问题, 该类问题可直接应用求导方法处理。由粒子运动学方程对时间 t 求导得到其速度、加速度, 进一步得到其初态和终态的位置、速度、加速度等运动学信息。作如题 1.1 图所示一维坐标系, 由题意选取计时处为参照系及坐标原点, 则有:

$$\left. \begin{aligned} x &= C_1 - C_2 e^{-\alpha t} \\ v &= \frac{dx}{dt} = C_2 \alpha e^{-\alpha t} \\ a &= \frac{dv}{dt} = -C_2 \alpha^2 e^{-\alpha t} = -\alpha v \end{aligned} \right\} \quad (1.1.1)$$

$$t = 0 \Rightarrow x_0 = C_1 - C_2, v_0 = C_2 \alpha, a_0 = -C_2 \alpha^2 = -\alpha v_0 \quad (1.1.2)$$

$$t = \infty \Rightarrow x_\infty = C_1, v_\infty = 0, a_\infty = 0 \quad (1.1.3)$$



1.1 题用图

总结与说明:

(1) 由式 (1.1.1) 可知, 粒子进入云室后作减速运动, 其加速度为速率的一次函数。

(2) 由式 (1.1.1) 可得式 (1.1.2) 为粒子的初始位置、初始速度和初始加速度。值得注意的是, 由于所给运动学方程中 C_1 、 C_2 均为常量, 且无其他限制, 故如题 1.1 图所示可以任意选取坐标原点。

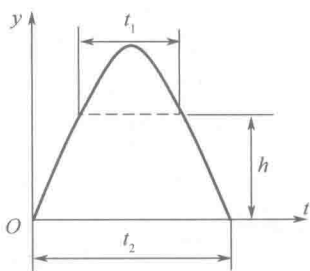
(3) 由式 (1.1.1) 可得式 (1.1.3) 为粒子的终态位置、终态速度和终态加速度。

(4) 由式 (1.1.1) 的加速度、速度及初始条件, 对时间 t 积分可得速度和运动学方程, 此类问题属于运动学第二类问题, 一般可直接应用积分方法处理。

(5) 该装置由英国物理学家查尔斯·汤姆逊·里斯·威尔逊 (Charles Thomson Rees Wilson, 1869—1959) 于 1895 年研制成功, 后又增补拍摄设备, 使其成为早期研究射线的重要仪器。威尔逊因发明云室获得 1927 年诺贝尔物理学奖。

1.2 将牛顿管抽为真空且垂直于水平地面放置, 如题 1.2 图所示, 自管中 O 点向上抛射小球又落至原处用时 t_2 , 小球向上运动经 h 处又下落至 h 处用时 t_1 , 现测得 t_1 、 t_2 及 h , 试由此确定当地重力加速度的数值。

解: 分析 本题相对水平地面为匀加速直线运动问题, 由该类问题的运



1.2 题用图

动学方程出发即可求解。本题的目的是由已知出发，得到由可测物理量 t_1 、 t_2 、 h 表出的重力加速度关系式。选定计时处为参照系及坐标原点，建立如题 1.2 图所示坐标系，故对于竖直上抛问题及匀加速直线运动问题有：

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (1.2.1)$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2gh \quad (1.2.2)$$

由题意以及参考如题 1.2 图所示坐标与时间函数图像，可设： $t = t_2$ 时， $y_0 = 0$ ， $y = 0$ ， $v_{0y} = v_2$ ； $t = t_1$ 时， $y_0 = y = h$ ， $v_{0y} = v_1$ ，分别代入 (1.2.1) 式得到：

$$0 = 0 + v_2 t_2 - \frac{1}{2}gt_2^2 \quad (1.2.3)$$

$$h = h + v_1 t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2 \quad (1.2.4)$$

联立式 (1.2.2) ~ (1.2.4) 得到：

$$g = \frac{8h}{t_2^2 - t_1^2} \quad (1.2.5)$$

讨论与应用：

(1) 由式 (1.2.5) 可知，由物理量 t_1 、 t_2 、 h 的测量值即可确定当地重力加速度的数值，因此式 (1.2.5) 即为所求。值得注意的是，应用上述测量方法，仅需测量三个物理量，就可确定当地重力加速度的数值。

(2) 基于式 (1.2.5) 为测量原理，本教学团队指导山东交通学院理学院本科生研制的“新型重力加速度测量装置”，于 2015 年获得“第七届山东省大学生科技节物理科技创新大赛”二等奖。

(3) 关于抛体运动的应用涉及军事武器、体育竞技、测量仪器等诸多领域，读者可以自行检索查阅，探索抛体运动更大范围的应用，以便丰富知识储备。

1.3 已知一颗小彗星相对太阳系某点 O 的运动学方程为 $x(t) = a \cos t$, $y(t) = b \sin t$ (SI 单位), 其中 a, b 均为大于零的常量。试求相对于 O 点:

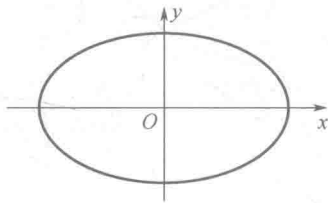
- (1) 彗星的位置矢量。
- (2) 彗星的轨道方程。
- (3) 彗星的运行速度和加速度。

解: 分析 本题为平面曲线运动问题, 属于运动学第一类问题, 为已知运动学方程的标量式求其他物理量的问题, 可直接应用求导方法处理。故由彗星运动学方程对时间 t 求导得到速度、加速度, 由其运动学方程直接消去时间 t , 得到彗星的轨道方程。由题意作如图 1.3 图所示平面直角坐标系, 且已选定太阳系 O 点为参照系及坐标原点, 则有彗星的位置矢量、轨道方程及运行速度、加速度分别为:

$$(1) \quad \left. \begin{aligned} x(t) &= a \cos t, y(t) = b \sin t \text{ (m)} \\ \mathbf{r}(t) &= (a \cos t)\mathbf{i} + (b \sin t)\mathbf{j} \text{ (m)} \end{aligned} \right\} \quad (1.3.1)$$

$$(2) \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (1.3.2)$$

$$(3) \quad \left. \begin{aligned} \mathbf{v} &= \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} = (-a \sin t)\mathbf{i} + (b \cos t)\mathbf{j} \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}) \\ \mathbf{a} &= \frac{d^2x}{dt^2}\mathbf{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\mathbf{j} = (-a \cos t)\mathbf{i} - (b \sin t)\mathbf{j} = -\mathbf{r} \text{ (m} \cdot \text{s}^{-2}) \end{aligned} \right\} \quad (1.3.3)$$



1.3 题用图

总结:

(1) 式 (1.3.1) 的矢量式为任意时刻小彗星相对 O 点的位置矢量。

(2) 式 (1.3.2) 为小彗星相对 O 点的椭圆轨道方程。

(3) 式 (1.3.3) 给出的则是小彗星相对 O 点的运行速度和加速度, 且加速度始终指向坐标原点。

1.4 场地赛车由静止出发作直线运动, 设其初始加速度 a_0 , 每经过时间间隔 $\Delta t = \tau$ 后, 其加速度增加 a_0 , 试求经过 t 秒后该赛车的速度及运动距离。

解：分析 本题为已知质点加速度及初始条件，求其他物理量的问题，属于运动学第二类问题，可直接应用积分方法处理。首先由题意确定加速度随时间的变化关系，然后应用积分求解。由题意选择赛车场地为参照系，作如题 1.4 图所示一维坐标系，取地面上赛车起始点为坐标原点，赛车运动方向为 x 轴正向，于是可由标量形式替代速度、加速度的矢量形式，据题意可知赛车的加速度随时间的变化关系及经过 t 秒后该赛车的速度和运动距离分别为：

$$a(t) = a_0 + \frac{a_0}{\tau}t \quad (1.4.1)$$

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = a dt \quad (1.4.2)$$

$$v = \int_0^t a dt = \int_0^t \left(a_0 + \frac{a_0}{\tau}t \right) dt = a_0 t + \frac{a_0}{2\tau}t^2 \quad (\text{m} \cdot \text{s}^{-1}) \quad (1.4.3)$$

$$x = \int_0^t v dt = \int_0^t \left(a_0 t + \frac{a_0}{2\tau}t^2 \right) dt = \frac{a_0}{2}t^2 + \frac{a_0}{6\tau}t^3 \quad (\text{m}) \quad (1.4.4)$$



1.4 题用图

总结：

(1) 式 (1.4.1) 给出的是赛车相对地面的加速度随时间的变化关系，且赛车作变加速运动。

(2) 式 (1.4.2) 是由加速度定义式给出的速度微分式。

(3) 式 (1.4.3)、(1.4.4) 为经过 t 秒后赛车相对坐标原点的速度及运动距离。

(4) 由速度的定义式可以给出坐标的微分式，对时间 t 积分得到式 (1.4.4) 坐标的积分式。

1.5 若跳水运动员垂直跳水池水面入水，设其入水后仅受水的阻碍而减速，取自水面竖直向下为 y 轴，加速度为 $a_y = -kv_y^2$ ，其中 v_y 为速度， k 为常量。若设运动员接触水面时其速率 v_0 ，试求其入水后速度随时间的变化关系。

解：分析 本题为已知质点加速度及初始条件求速度的问题，属于运动学第二类问题，可直接应用积分方法处理。由题意选择水池为参照系，设运动员为质点，依题意作如题



1.5 题用图

1.5 图所示一维坐标系, 选跳水运动员垂直入水处为坐标原点, 垂直水面向下为 y 轴正向, 则有:

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -kv_y^2 \Rightarrow -v_y^{-2} dv_y = k dt$$

$$\Rightarrow \int_{v_0}^{v_y} \frac{dv_y}{v_y^2} = - \int_0^t k dt \Rightarrow 1/v_y - 1/v_0 = kt \quad (1.5.1)$$

$$v_y = v_0 / (kv_0 t + 1) \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}) \quad (1.5.2)$$

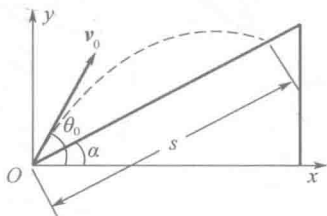
讨论: 由式 (1.5.2) 看出, 随着时间 t 的延续, 运动员入水后的速度越来越小, 最后为零, 这正是水的阻碍效果。

1.6 设加农榴弹炮自山脚下向山坡上敌对方的军事目标开火, 若山坡与地平面夹角 α , 试求发射角设置为多少时, 才能击中山坡上最远的目标?

解: 分析 本题为抛体极值计算问题, 可由抛体运动学方程出发求解。设炮弹为质点, 由题意选择山坡为参照系, 依题意作如题 1.6 图所示坐标系, 取炮弹发射处为坐标原点, 其初始速度及发射角分别为 v_0 、 θ_0 , 设炮弹落于山坡上距坐标原点 O 为 s 位置处, 于是由抛体运动学方程得到炮弹的运动学方程及目标的坐标为:

$$\left. \begin{aligned} x &= (v_0 \cos \theta_0) t \\ y &= (v_0 \sin \theta_0) t - \frac{1}{2} g t^2 \end{aligned} \right\} \quad (1.6.1)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= s \cos \alpha \\ y &= s \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1.6.2)$$



1.6 题用图

联立式 (1.6.1)、(1.6.2) 可得炮弹的飞行时间及沿山坡的射程分别为:

$$t = \frac{2v_0 \sin(\theta_0 - \alpha)}{g \cos \alpha} \quad (1.6.3)$$

$$s = \frac{x}{\cos \alpha} = \frac{2v_0^2 \cos \theta_0 \sin(\theta_0 - \alpha)}{g \cos^2 \alpha} \quad (1.6.4)$$

对式 (1.6.4) 求极大值得:

$$\frac{ds}{d\theta_0} = 0 \Rightarrow \theta_0 = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} \quad (1.6.5)$$

于是当加榴弹炮发射角设置为 θ_0 时, 沿山坡发射炮弹的最远射程为:

$$s_{\max} = \frac{v_0^2}{g \cos^2 \alpha} (1 - \sin \alpha) \text{ (m)} \quad (1.6.6)$$

讨论:

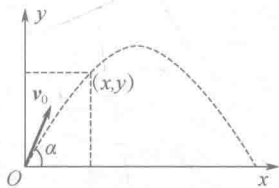
(1) 由式 (1.6.6) 得 $s_{\max} = s_{\max}(\alpha)$, 故可以尝试对于变量 α 求射程的极值。

(2) 令式 (1.6.3) ~ (1.6.6) 中 $\alpha = 0$, 即可得到斜抛问题的结果, 故本题结果更具普遍性。

1.7 列装我军的 PP93 式迫击炮, 是山地步兵、海军陆战队及快速机动部队的理想压制火炮, 具有重量轻、射程远和机动性好等优点。设 PP93 式迫击炮以 45° 发射角发射, 炮弹初速率 $v_0 = 90 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 而且在与发射点同一水平面上落地爆炸。若不计空气阻力, 试求炮弹在最高点和落地点运动轨迹的曲率半径。

解: 分析 本题属于抛体问题, 可由抛体相关规律出发求解。将炮弹视为质点, 依题意选择地面为参照系, 选如题 1.7 图所示坐标系, 设炮弹发射处为坐标原点, 其初始速度及发射角分别为 v_0 、 α 。由于涉及轨迹的曲率半径, 故可应用自然坐标系与直角坐标系联合求解的方法处理。应用抛体相关规律得到炮弹的速度、加速度在直角坐标系的表示为:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{v} &= v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} = v_0 \cos \alpha \mathbf{i} + (v_0 \sin \alpha - gt) \mathbf{j} \\ \mathbf{a} &= -g \mathbf{j} \end{aligned} \right\} \quad (1.7.1)$$



1.7 题用图

由于轨道最高点炮弹的速度仅有水平分量, 其加速度沿法向竖直向下, 故其速度、加速度分别为:

$$\left. \begin{aligned} v_y &= v_0 \sin \alpha - gt = 0 \Rightarrow v = v_x = v_0 \cos \alpha \\ a_n &= g \end{aligned} \right\} \quad (1.7.2)$$

轨迹最高点处曲率半径由自然坐标系法向加速度得到:

$$\rho = v^2/a_n = (v_0 \cos \alpha)^2/g = \frac{(90 \times \sqrt{2}/2)^2}{9.8} = 413.3(\text{m}) \quad (1.7.3)$$

注意到落地点炮弹速度沿轨道切向，由对称性知此时其速度与初速等值，于是得到炮弹在落地点的速度、加速度分别为：

$$\left. \begin{aligned} v &= v_0 e_t \Rightarrow v = v_0 \\ a_n &= g \cos 45^\circ \end{aligned} \right\} \quad (1.7.4)$$

轨迹落地点处曲率半径由自然坐标系法向加速度得到：

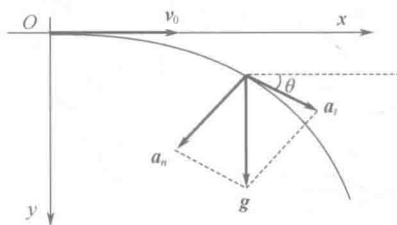
$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{v_0^2}{g \cos 45^\circ} = \frac{90^2}{9.8 \times \sqrt{2}/2} \approx 1169(\text{m}) \quad (1.7.5)$$

讨论：由于抛体的相关规律通常在直角坐标系表出，而轨迹的曲率半径却在自然坐标系法向加速度关系式中出现，故求解本题需要应用自然坐标系与直角坐标系联合求解的方法处理。其实，理应将各种坐标系视为“工具”，在解决具体问题时，适当选取及组合，灵活应用即可。

1.8 设狙击手由摩天大楼 36 层以水平初速 v_0 射击目标，若取枪口为坐标原点，沿子弹初速方向为 x 轴正向，竖直向下为 y 轴正向，取击发时 $t=0$ ，不计空气阻力，试求：

- (1) 子弹 t 时刻的坐标及轨道方程。
- (2) 子弹 t 时刻的速度及切向、法向加速度。

解：分析 本题为抛体问题，故可由抛体相关规律出发求解。由于涉及切向、法向加速度，故可应用自然坐标系与直角坐标系联合求解的方法处理。将子弹视为质点，由题意选择摩天大楼为参照系，依题意作如题 1.8 图所示坐标系，由抛体运动学方程得到：



1.8 题用图

(1) 子弹 t 时刻的坐标及轨道方程为：

$$x = v_0 t, \quad y = \frac{1}{2} g t^2 \quad (1.8.1)$$