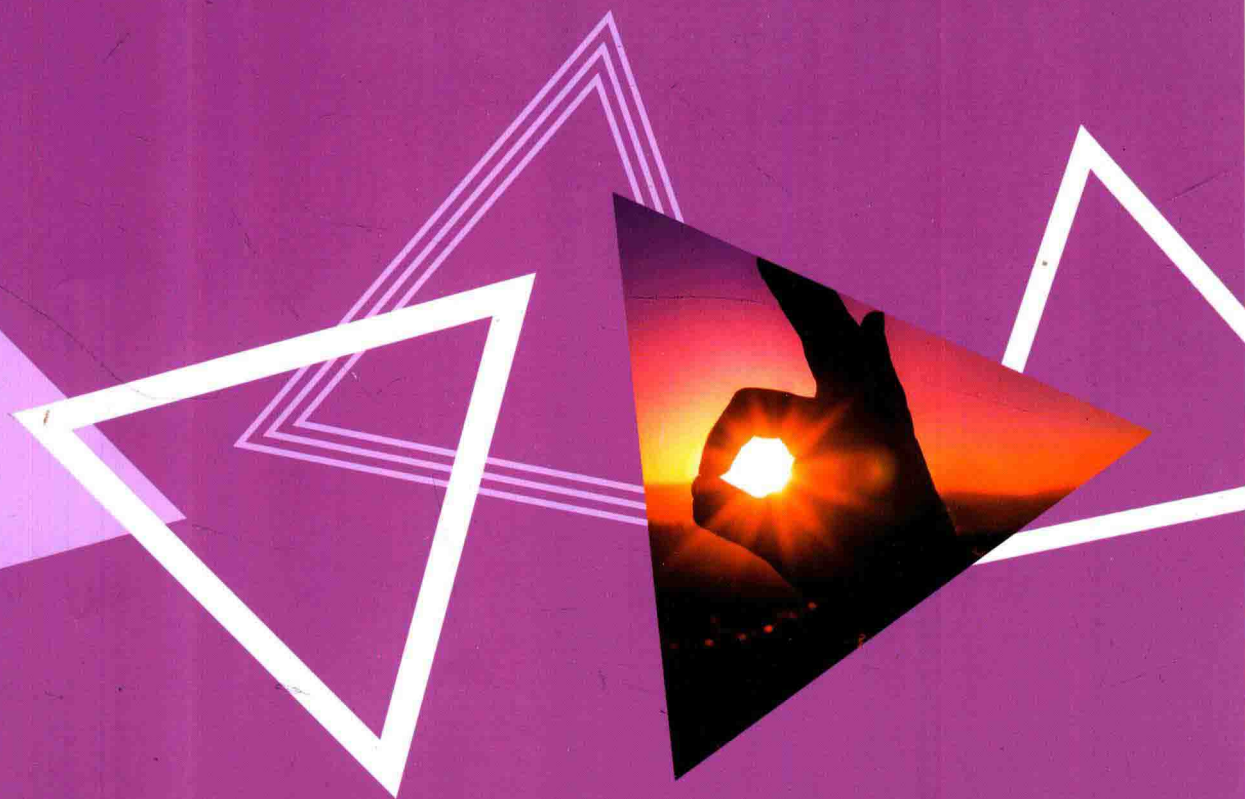


财政部“十三五”规划教材

YUN CHOU XUE XI TI JI

《运筹学》习题集

王玉梅 编著



中国财经出版传媒集团



经济科学出版社
Economic Science Press

财政部“十三五”规划教材

《运筹学》习题集

王玉梅 编著

中国财经出版传媒集团



经济科学出版社
Economic Science Press

图书在版编目 (CIP) 数据

运筹学习题集/王玉梅编著. —北京: 经济科学出版社,
2017. 11

ISBN 978 - 7 - 5141 - 8650 - 5

I. ①运… II. ①王… III. ①运筹学 - 高等学校 -
习题集 IV. ①O22 - 44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 274322 号

责任编辑: 于海汛 段小青

责任校对: 王苗苗

责任印制: 潘泽新

《运筹学》习题集

王玉梅 编著

经济科学出版社出版、发行 新华书店经销

社址: 北京市海淀区阜成路甲 28 号 邮编: 100142

总编部电话: 010 - 88191217 发行部电话: 010 - 88191522

网址: [www. esp. com. cn](http://www.esp.com.cn)

电子邮件: [esp@ esp. com. cn](mailto:esp@esp.com.cn)

天猫网店: 经济科学出版社旗舰店

网址: [http: //jjkxcs. tmall. com](http://jjkxcs.tmall.com)

北京密兴印刷有限公司印装

787 × 1092 16 开 13.75 印张 330000 字

2017 年 12 月第 1 版 2017 年 12 月第 1 次印刷

印数: 0001—2000 册

ISBN 978 - 7 - 5141 - 8650 - 5 定价: 36.00 元

(图书出现印装问题, 本社负责调换。电话: 010 - 88191510)

(版权所有 侵权必究 举报电话: 010 - 88191586)

电子邮箱: [dbts@ esp. com. cn](mailto:dbts@esp.com.cn))

前言

运筹学是一门以人机系统的组织、管理为对象，应用数学和计算机等工具来研究各类有限资源的合理规划使用并提供优化决策方案的科学。它是经济管理类专业本、专科生和研究生层次的重要专业基础课。

本书是由在青岛科技大学第一线工作的、已从事运筹学教学十余年的教师编写，其内容紧密结合经济管理专业的特点，针对经济管理专业的本科生及研究生运筹学课程的一本辅助教材，主要满足经济管理专业本科层次，同时兼顾研究生和实际应用人员的使用。

习题是消化领会教材的一个重要环节，也是学习掌握运筹学理论和方法的必不可少的手段。本书包含线性规划、目标规划、整数规划、动态规划、图与网络优化、排队论等共 12 章的习题，针对每一章的课后习题，不仅给出正确答案，而且对要点进行详解，供学生复习和消化课本知识使用。同时，每一章都提供了近年来运筹学硕士研究生入学考试的样题，并给出其求解的要点。

鉴于编者水平有限，书中有不妥或错误之处，恳请广大读者批评指正。

目 录

习 题

第 1 章	线性规划与单纯形法	3
第 2 章	对偶理论和灵敏度分析	8
第 3 章	运输问题	13
第 4 章	目标规划	18
第 5 章	整数规划	21
第 6 章	无约束问题	24
第 7 章	约束极值问题	28
第 8 章	动态规划的基本方法	33
第 9 章	动态规划应用举例	39
第 10 章	图与网络优化	44
第 11 章	网络计划	52
第 12 章	排队论	58

答 案

第 1 章	线性规划与单纯形法	67
第 2 章	对偶理论和灵敏度分析	76
第 3 章	运输问题	84
第 4 章	目标规划	93
第 5 章	整数规划	95
第 6 章	无约束问题	100

第 7 章 约束极值问题	119
第 8 章 动态规划的基本方法	133
第 9 章 动态规划应用举例	140
第 10 章 图与网络优化	158
第 11 章 网络计划	186
第 12 章 排队论	198
参考文献	209

习 题

第 1 章 线性规划与单纯形法

1. 用图解法求解下列线性规划问题，并指出问题是具有唯一最优解、无穷多最优解、无界解还是无可行解。

$$(1) \max z = x_1 + x_2$$

$$5x_1 + 10x_2 \leq 50$$

$$x_1 + x_2 \geq 1$$

$$x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$(2) \min z = x_1 + 1.5x_2$$

$$x_1 + 3x_2 \geq 3$$

$$x_1 + x_2 \geq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$(3) \max z = 2x_1 + 2x_2$$

$$x_1 - x_2 \geq -1$$

$$-0.5x_1 + x_2 \leq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$(4) \max z = x_1 + x_2$$

$$x_1 - x_2 \geq 0$$

$$3x_1 - x_2 \leq -3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

2. 将下列线性规划问题变换成标准型，并列出初始单纯形表。

$$(1) \min z = -3x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 5x_4$$

$$4x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = -2$$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 \leq 14$$

$$-2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 \geq 2$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0, x_4 \text{ 无约束}$$

$$(2) \max s = \frac{z_k}{p_k}$$

$$z_k = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m a_{ik} x_{ik}$$

$$\sum_{k=1}^m -x_{ik} = -1 \quad (i=1, \dots, n)$$

$$x_{ik} \geq 0 \quad (i=1 \dots n; k=1, \dots, m)$$

3. 在下面的线性规划问题中找出满足约束条件的所有基解。指出哪些是基可行解，并代入目标函数，确定最优解。

$$(1) \max z = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 7x_4$$

$$2x_1 + 3x_2 - x_3 - 4x_4 = 8$$

$$x_1 - 2x_2 + 6x_3 - 7x_4 = -3$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

$$(2) \max z = 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 6x_4$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 7$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 3$$

$$x_1 x_2 x_3 x_4 \geq 0$$

4. 分别用图解法和单纯形法求解下列线性规划问题，并指出单纯形迭代每一步相当于图形的哪一点。

$$(1) \max z = 2x_1 + x_2$$

$$3x_1 + 5x_2 \leq 15$$

$$6x_1 + 2x_2 \leq 24$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$(2) \max z = 2x_1 + 5x_2$$

$$x_1 \leq 4$$

$$2x_2 \leq 12$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

5. 以第4题(1)为例，具体说明当目标函数中变量的系数怎样变动时，满足约束条件的可行域的每一个顶点，都可能使得目标函数值达到最优。

6. 分别用单纯形法中的大M法和两阶段法求解下列线性规划问题，并指出属于哪类解。

$$(1) \max z = 2x_1 + 3x_2 - 5x_3$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 15$$

$$2x_1 - 5x_2 + x_3 \leq 24$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$(2) \min z = 2x_1 + 3x_2 + x_3$$

$$x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geq 8$$

$$3x_1 + 2x_2 \geq 6$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$(3) \max z = 10x_1 + 15x_2 + 12x_3$$

$$5x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 9$$

$$-5x_1 + 6x_2 + 15x_3 \leq 15$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 \geq 5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$(4) \max z = 2x_1 - x_2 + 2x_3$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 6$$

$$-2x_1 + x_3 \geq 2$$

$$2x_2 - x_3 \geq 0$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

7. 求下述线性规划问题目标函数 z 的上界和下界；

$$\max z = c_1x_1 + c_2x_2$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2$$

其中： $1 \leq c_1 \leq 3$, $4 \leq c_2 \leq 6$, $8 \leq b_1 \leq 12$, $10 \leq b_2 \leq 14$, $-1 \leq a_{11} \leq 3$, $2 \leq a_{12} \leq 5$, $2 \leq a_{21} \leq 4$, $4 \leq a_{22} \leq 6$

8. 表 1-1 是某求极大化线性规划问题计算得到的单纯形表。表中无人工变量, $a_1, a_2, a_3, d, c_1, c_2$ 为待定常数, 试说明这些常数分别取何值时, 以下结论成立。

(1) 表中解为唯一最优解; (2) 表中解为最优解, 但存在无穷多最优解; (3) 该线性规划问题具有无界解; (4) 表中解非最优, 对解改进, 换入变量为 x_1 , 换出变量为 x_6 。

表 1-1

b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_3 d	4	a_1	1	0	a_2	0
x_4 2	-1	-3	0	1	-1	0
x_6 3	a_3	-5	0	0	-4	1
$c_j - z_j$	c_1	c_2	0	0	-3	0

9. 某昼夜服务的公交线路每天各时间段内所需司机和乘务员人数如表 1-2。

表 1-2

班次	时间	所需人数
1	6 点到 10 点	60
2	10 点到 14 点	70
3	14 点到 18 点	60
4	18 点到 22 点	50
5	22 点到 2 点	20
6	2 点到 6 点	30

设司机和乘务人员分别在各时间区段一开始时上班，并连续上班 8 小时，问该公交线路至少配备多少司机和乘务人员。列出这个问题的线性规划模型。

10. 某糖果公司厂用原料 A、B、C 加工成三种不同牌号的糖果甲乙丙，已知各种糖果中 A、B、C 含量，原料成本，各种原料的每月限制用量，三种牌号糖果的单位加工费用及售价如表 1-3 所示。

表 1-3

原料	甲	乙	丙	原料成本（元/公斤）	每月限制用量（公斤）
A	$\geq 60\%$	$\geq 15\%$		2	2 000
B				1.5	2 500
C	$\leq 20\%$	$\leq 60\%$	$\leq 50\%$	1	1 200
加工费（元/公斤）	0.5	0.4	0.3		
售价（元/公斤）	3.4	2.85	2.25		

问该厂每月应当生产这三种牌号糖果各多少千克，使该厂获利最大？建立这个问题的线性规划数学模型。

11. 某厂生产三种产品 I、II、III。每种产品需经过 A、B 两道加工程序，该厂有两种设备能完成 A 工序，以 A_1, A_2 表示；有三种设备完成 B 工序，分别为 B_1, B_2, B_3 ；产品 I 可以在 A、B 任何一种设备上加工，产品 II 可以在任何规格的 A 设备上加工，但完成 B 工序时，只能在 B_1 设备上加工；产品 III 只能在 A_2, B_2 上加工。已知条件如表 1-4，要求安排最优生产计划，使该厂利润最大化。

表 1-4

设备	产 品			设备有效台时	满负荷时的设备费用（元）
	I	II	III		
A_1	5	10		6 000	300
A_2	7	9	12	10 000	321
B_1	6	8		4 000	250
B_2	4		11	7 000	783
B_3	7			4 000	200
原料费（元/件）	0.25	0.35	0.5		
单价（元/件）	1.25	2.00	2.8		

第2章 对偶理论和灵敏度分析

1. 用改进单纯形法求解以下线性规划问题。

(1) $\text{Max } z = 6x_1 - 2x_2 + 3x_3$

$2x_1 - x_2 + 3x_3 \leq 2$

$x_1 + 4x_3 \leq 4$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

(2) $\text{min } z = 2x_1 + x_2$

$3x_1 + x_2 = 3$

$4x_1 + 3x_2 \geq 6$

$x_1 + 2x_2 \leq 3$

$x_1, x_2 \geq 0$

2. 已知某线性规划问题，用单纯形法计算得到的中间某两步的计算如表 2 - 1 所示，试将空白处数字填上。

表 2 - 1

c_j			3	5	4	0	0	0
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
5	x_2	8/3	2/3	1	0	1/3	0	0
0	x_5	14/3	-4/3	0	5	-2/3	1	0
0	x_6	20/3	5/3	0	4	-2/3	0	1
$c_j - z_j$			-1/3	0	4	-5/3	0	0
...								
	x_2					15/41	8/41	-10/41
	x_3					-6/41	5/41	4/41
	x_1					-2/41	-12/41	15/41
$c_j - z_j$								

3. 写出下列线性规划问题的对偶问题。

$$(1) \min z = 2x_1 + 2x_2 + 4x_3$$

$$2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \geq 2$$

$$3x_1 + x_2 + 7x_3 \leq 3$$

$$x_1 + 4x_2 + 6x_3 \leq 5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$(2) \max z = x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4$$

$$-x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 = 5$$

$$6x_1 + 7x_2 + 3x_3 - 5x_4 \geq 8$$

$$12x_1 - 9x_2 - 9x_3 + 9x_4 \leq 20$$

$$x_1, x_2 \geq 0; x_3 \leq 0; x_4 \text{ 无约束}$$

$$(3) \min z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad j = 1, \dots, n$$

$$x_{ij} \geq 0$$

$$(4) \max z = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = 1, \dots, m_1 \leq m$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = m_1 + 1, m_1 + 2, \dots, m$$

$$x_j \geq 0, \text{ 当 } j = 1, \dots, n_1 \leq n$$

$$x_j \text{ 无约束, 当 } j = n_1 + 1, \dots, n$$

4. 判断下列说法是否正确, 并说明为什么。

(1) 如线性规划问题的原问题存在可行解, 则其对偶问题也一定存在可行解。

(2) 如线性规划的对偶问题无可行解, 则原问题也一定无可行解。

(3) 如果线性规划问题的原问题和对偶问题都具有可行解, 则该线性规划问题一定有有限最优解。

5. 设线性规划问题 (1) 是:

$$\max z_1 = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n$$

$(y_1^*, \dots, y_m^*)$ 是其对偶问题的最优解。

又设线性规划问题 (2) 是:

$$\text{Max } z_2 = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i + k_i, i = 1, 2, \dots, m$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n$$

其中 k_i 是给定的常数, 求证:

$$\max z_2 \leq \max z_1 + \sum_{i=1}^m k_i y_i^*$$

6. 已知线性规划问题

$$\text{Max } z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \end{bmatrix} x_2 + \begin{bmatrix} a_{13} \\ a_{23} \end{bmatrix} x_3 + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} x_4 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_5 = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5$$

用单纯形法求解, 得到最终单纯形表如表 2-2 所示, 要求:

(1) 求 $a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{21}, a_{22}, a_{23}, b_1, b_2$ 的值;

(2) 求 c_1, c_2, c_3 的值。

表 2-2

X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_3	3/2	1	0	1	1/2	-1/2
x_2	2	1/2	1	0	-1	2
$c_j - z_j$		-3	0	0	0	-4

7. 已知线性规划问题

$$\text{Max } z = 2x_1 + x_2 + 5x_3 + 6x_4$$

$$\text{s. t. } 2x_1 + x_3 + x_4 \leq 8$$

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 12$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 4$$

对偶变量 y_1, y_2 , 其对偶问题的最优解是 $y_1^* = 4, y_2^* = 1$, 试应用对偶问题的性质, 求原问题的最优解。

8. 试用对偶单纯形法求解下列线性规划问题。

$$(1) \min z = x_1 + x_2$$

$$2x_1 + x_2 \geq 4$$

$$x_1 + 7x_2 \geq 7$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$(2) \min z = 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4$$

$$2x_1 + 4x_2 + 5x_3 + x_4 \geq 0$$

$$3x_1 - x_2 + 7x_3 - 2x_4 \geq 2$$

$$5x_1 + 2x_2 + x_3 + 10x_4 \geq 15$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

9. 现有线性规划问题

$$\max z = -5x_1 + 5x_2 + 13x_3$$

$$-x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 20$$

$$12x_1 + 4x_2 + 10x_3 \leq 90$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

先用单纯形法求出最优解，然后分析在下列各种条件下，最优解分别有什么变化？

(1) 约束条件 1 的右端常数由 20 变为 30

(2) 约束条件 2 的右端常数由 90 变为 70

(3) 目标函数中 x_3 的系数变为 8

(4) x_1 的系数向量变为 $\begin{pmatrix} -1 \\ 12 \end{pmatrix}$

(5) 增加一个约束条件 $2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 50$

(6) 将约束条件 2 变为 $10x_1 + 5x_2 + 10x_3 \leq 100$

10. 已知某工厂计划生产 I, II, III 三种产品，各产品在 ABC 设备上加工，数据如表 2-3 所示。

表 2-3

设备代号	I	II	III	每月设备有效台时
A	8	2	10	300
B	10	5	8	400
C	2	13	10	420
单位产品利润/千元	3	2	2.9	

(1) 如何充分发挥设备能力，使生产盈利最大？