

# 结构动力学有限元 模型修正

Finite Element Model Updating in Structural Dynamics

M. I. Friswell J. E. Mottershead 著

李 双 王 帅 洪 良 友 贾 亮 译

进外借



科学出版社

# 结构动力学有限元模型修正

Finite Element Model Updating in Structural Dynamics

M. I. Friswell J. E. Mottershead 著

李双 王帅 洪良友 贾亮 译

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书研究内容是依据振动试验测试数据修改数值模型的问题,工程设计上最广泛应用的数值模拟方法是有限单元法。本书各章节详细阐述了导致试验结果和数值预示结果不一致的各种因素,其最终目的是依据试验结果来修正数值模型。模型修正对数值分析和振动测试工程分别提出了相应的技巧要求,且需要应用现代预估技术,从而达到所期望的改善模型的目的。本书对数值模拟、振动试验、估计方法分别进行了详细介绍。

本书可供从事结构工程(如航空、航天、土木、船舶、桥梁、车辆等)设计、研究的科技工作者,以及高等院校涉及模型修正领域的学生和教师参考使用。

Translation from the English language edition:

*Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*

by Michael Friswell and J. E. Mottershead

Copyright © Springer Science+Business Media Dordrecht 1995

This Springer imprint is published by Springer Nature

The registered company Springer Science+Business Media B. V.

All Rights Reserved

### 图书在版编目(CIP)数据

结构动力学有限元模型修正/(英)M. I. 弗里斯韦尔(M. I. Friswell), (英)J. E. 莫特斯黑德(J. E. Mottershead)著;李双等译. —北京:科学出版社, 2018. 1

书名原文: *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*

ISBN 978-7-03-055031-6

I. ①结… II. ①M… ②J… ③李… III. ①结构动力学②有限元法  
IV. ①O342②O241. 82

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 264798 号

责任编辑:杨向萍 张晓娟 胡志强 / 责任校对:郭瑞芝

责任印制:张 伟 / 封面设计:陈 敬

科 学 出 版 社 出 版

北京京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京中石油彩色印刷有限责任公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2018 年 1 月第 一 版 开本:720×1000 B5

2018 年 1 月第一次印刷 印张:14 1/2

字数: 292 000

定价: 98.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

## 译者序

本书英文原著为 *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*, 1995 年出版第一版, 作者为 M. I. Friswell 和 J. E. Mottershead。其中, M. I. Friswell 是英国斯旺西大学航空学院的教授, J. E. Mottershead 是英国利物浦大学应用力学专业的教授, 两位教授在工程、力学领域都有很高的造诣, 发表了很多论文和专著。

本书是动力学模型修正领域第一部总结性较为全面的著作。书中所介绍的理论方法是作者在前人的经验基础上, 结合自身多年的工程经验总结提炼而成的, 对模态试验和有限元模型修正都进行了系统深入的阐述, 具有很强的工程实用性, 多年来持续受到该领域学者、工程技术人员的关注。

译者在工作过程中经常参考英文原著, 为了让我国读者更方便地分享本书的内容, 产生了翻译这本书的想法, 供模型修正领域的相关人员参考使用, 相信本书的出版对我国航空、航天、汽车等工业结构动力学水平的提高会起到积极的推动作用。

本书的翻译工作由李双、王帅、洪良友和贾亮共同完成, 初步校对工作由崔高伟、李佰灵完成, 在此表示衷心感谢。另外, 特别感谢西北工业大学的杨智春教授和北京航空航天大学的王建军教授在百忙之中审阅了全书译稿, 对全书进行了校对和评述。

本书的出版得到了北京强度环境研究所和科学出版社的大力支持, 北京强度环境研究所的荣克林副总工程师、侯传涛副主任以及科学出版社的张晓娟编辑为本书的出版做了大量的工作, 在此表示衷心感谢。在与英文原著作者沟通过程中, 陈小震给予了很大帮助, 在此表示感谢。

由于译者水平有限, 书中难免存在不妥之处, 敬请广大读者批评指正。

译 者

2017 年 5 月于北京

## 前　　言

20世纪90年代,有限元模型修正对机械系统和民用工程结构的设计、建造和维修所起到的重要作用就已经表现得很明显了。当今社会,改善工程设计产品以达到节约材料且增强性能的需求是永恒的。日本汽车公司曾表示,更大程度地关注细节可以使人造产品有更大的改善,而这得益于现代汽车具有良好的可靠性。随着设计越来越精细,有必要对越来越多的错综复杂的细节进行改善。分析者们将结构用非线性系统的数学模型模拟,通过较高阶元素即可反映整个系统的行为模式,而这是通过简化的数学分析无法实现的。20世纪60年代,基于计算机的分析技术(特别是有限单元方法)的应用,对工程设计和产品开发发挥了巨大的作用。在许多工程产品领域,我们始终认为,再详细的有限元模型也不可能完全达到改善产品性能的要求。显然,对物理系统进行数值预示的方法受到开发数学模型时所采用假设的限制,而模型修正则是通过处理振动试验结果来最大限度地修正开发数学模型时采用的那些无效假设。

模型修正过程是充满数值困难的,所以这个过程也是令人不愉快的,这是由模型的不准确和测试信息的不准确、不完备引起的。本书着重解释模型修正原理,不仅可以作为研究参考,而且可以为有意了解和应用修正技术的工程师提供实际应用指导。书中包括模型修正所必需的模型预处理和获得试验数据的相关内容,并对参数选择、误差定位、灵敏度分析和预估计进行了详细叙述。由于书中涉及一定深度的数学知识,因此读者需具备稍高于工程上要求的数学知识水平。书中列举了大量例子用于描述和强调书中的观点,对于初学者来说,可以重复练习(甚至可以扩展)这些例子以增强对知识点的理解。

我们(M. I. Friswell 和 J. E. Mottershead)和许多同事(特别是 J. E. T. Penny 博士和 R. Stanway 和 A. W. Lees 教授)以及许多才华横溢的学生们一起从事模型修正研究,并从中受益。G. M. L. Gladwell 教授、D. J. Inman 教授、A. W. Lees 教授、M. Link 教授和 J. E. T. Penny 博士审阅了初稿,并提出了许多对形成本书最后版本有很大帮助的结论和建议,在这里对他们表示衷心感谢。最后,感谢妻子和孩子(Wendy 和 Susan、Clare 和 Robert、Stuart、James、Timothy 和 Elizabeth)的支持,他们是我们坚强的后盾。

M. I. Friswell　J. E. Mottershead  
Swansea 1994

# 目 录

译者序

前言

<b>第1章 绪论</b>	1
1.1 数值模拟	2
1.2 振动试验	2
1.3 估计方法	3
1.4 本书章节安排	4
参考文献	5
<b>第2章 有限元建模</b>	6
2.1 形函数和离散化	7
2.2 单元质量和刚度	9
2.3 多自由度质量、弹簧系统,正则模态及质量归一化	10
2.4 阻尼	12
2.5 特征值、特征向量及频响函数	14
2.6 敏感度分析	18
2.7 有限元模型误差	20
2.7.1 连接及运动约束	20
2.7.2 网格扭曲	23
2.8 误差评估	23
参考文献	25
<b>第3章 振动试验</b>	28
3.1 测试硬件及方法	28
3.2 时域、频域及模态域	33
3.3 测试噪声:随机误差和系统误差	40
3.4 数据不完备性	43
参考文献	43
<b>第4章 数值分析结果与试验结果比较</b>	45
4.1 模态置信准则	45
4.2 正交性检查	47
4.3 复模态问题	49

4.3.1 实数化方法 .....	49
4.3.2 方法比较 .....	50
4.4 模型缩聚 .....	52
4.4.1 Guyan 或静态缩聚 .....	52
4.4.2 动力学缩聚 .....	53
4.4.3 改进的缩聚系统 .....	53
4.4.4 系统等效缩聚扩展处理法 .....	54
4.4.5 方法比较 .....	54
4.5 模态扩展 .....	55
4.5.1 质量和刚度阵扩展 .....	55
4.5.2 模态数据扩展 .....	56
4.5.3 方法比较 .....	57
4.6 传感器位置优化 .....	57
4.6.1 传感器位置选择 .....	58
4.6.2 评估传感器位置的合理性 .....	60
参考文献 .....	61
<b>第 5 章 估计技术 .....</b>	<b>63</b>
5.1 最小二乘估计 .....	63
5.1.1 经典最小二乘估计法 .....	63
5.1.2 最小方差估计 .....	65
5.1.3 Gauss-Newton 方法 .....	68
5.2 偏差问题 .....	69
5.2.1 完全线性最小二乘法 .....	69
5.2.2 辅助变量法 .....	71
5.3 非满秩、病态条件及欠定问题 .....	72
5.4 奇异值分解 .....	74
5.5 正则化方法 .....	76
参考文献 .....	77
<b>第 6 章 模型修正参数 .....</b>	<b>79</b>
6.1 具象的和基于知识的模型 .....	79
6.2 唯一性、可识别性及物理意义 .....	80
6.3 参数化方法 .....	81
6.3.1 子结构的参数 .....	81
6.3.2 物理参数 .....	83
6.3.3 可利用的有限单元种类 .....	83

6.4 误差定位 .....	85
6.4.1 特征值方程的平衡 .....	86
6.4.2 子结构的能量函数 .....	87
6.4.3 最优子空间法 .....	87
6.4.4 一个悬臂梁示例 .....	88
6.5 灵敏度抽样和自适应激励 .....	92
6.5.1 一个离散系统示例 .....	94
6.5.2 根据模态试验数据进行灵敏度抽样 .....	96
参考文献 .....	98
<b>第7章 基于模态数据的直接修正方法 .....</b>	<b>100</b>
7.1 概述——优点和不足 .....	100
7.2 拉格朗日乘子法 .....	101
7.2.1 模态矩阵正交性优化 .....	102
7.2.2 刚度矩阵修正 .....	104
7.2.3 试验测量数据作为参考基准 .....	107
7.2.4 方法总结 .....	108
7.2.5 一个模拟 10 自由度系统示例 .....	110
7.3 矩阵混合法 .....	115
7.4 源于控制理论的方法 .....	116
参考文献 .....	121
<b>第8章 基于模态数据的迭代修正方法 .....</b>	<b>124</b>
8.1 概述——优点和不足 .....	124
8.2 罚函数法 .....	126
8.2.1 测量结果多于修正参数个数 .....	127
8.2.2 模拟悬臂梁示例 .....	128
8.2.3 修正参数个数多于测量结果(或存在噪声的数据) .....	131
8.2.4 模拟悬臂梁示例 .....	134
8.2.5 试验悬臂梁示例 .....	137
8.2.6 对加权矩阵的评论 .....	139
8.3 最小方差法 .....	140
8.3.1 方程的推导 .....	142
8.3.2 方程总结(包含噪声相关的参数) .....	144
8.3.3 方程总结(忽略噪声相关的参数) .....	145
8.3.4 简单二自由度模拟示例 .....	146
8.3.5 试验示例 .....	150

8.4 边界条件摄动试验 .....	154
8.4.1 修正过程 .....	155
8.4.2 摄动坐标选择 .....	156
8.4.3 摄动坐标选择示例 .....	157
8.4.4 模拟修正示例 .....	160
8.4.5 试验示例 .....	162
8.5 离散误差:一种二级高斯牛顿法 .....	164
8.6 模型品质评估 .....	167
8.6.1 品质评估的基本原则 .....	168
8.6.2 自由-自由梁示例 .....	169
8.6.3 关于模型品质的总结 .....	173
参考文献 .....	174
<b>第 9 章 基于频域数据的修正方法 .....</b>	<b>176</b>
9.1 方程和输出误差算式 .....	176
9.2 方程误差法 .....	178
9.2.1 模型缩聚 .....	180
9.2.2 偏差问题和辅助变量方法 .....	181
9.3 加权方程误差法 .....	182
9.3.1 缩聚变换 .....	183
9.3.2 一阶模态近似的误差 .....	185
9.3.3 状态估计 .....	186
9.3.4 修正算法 .....	187
9.4 方程误差法模拟示例 .....	189
9.5 输出误差法 .....	191
9.6 频域滤波器 .....	193
9.7 频域和模态域数据的联合 .....	195
参考文献 .....	195
<b>第 10 章 案例研究:汽车车身 .....</b>	<b>198</b>
10.1 大型有限元模型修正 .....	198
10.2 白车身 .....	199
10.2.1 有限元模型 .....	199
10.2.2 试验模型 .....	200
10.3 相关性分析 .....	201
10.3.1 试验与分析几何相关性 .....	201
10.3.2 基于 MAC 准则的试验与分析模态相关性 .....	202

---

10.4 模型修正方法 .....	206
10.4.1 模型修正参数的定义 .....	207
10.4.2 基于灵敏度方法的误差定位 .....	207
10.4.3 模型修正 .....	211
10.5 总结评论 .....	213
参考文献 .....	214
<b>第 11 章 讨论和建议 .....</b>	<b>215</b>
11.1 修正参数的选择 .....	215
11.2 修正方法 .....	216

## 第1章 绪 论

本书旨在研究依据振动试验数据修改数值模型的问题。现代计算机具备高速处理大型矩阵问题的能力,能够构建庞大复杂的数值模型,并且可以快速地将模拟测试数据数字化,工程设计上最广泛应用的数值模拟方法是有限单元法。在试验模态分析中,基于 Cooley-Tukey 运算法则及相关技术的快速傅里叶变换等引导了长久以来已经成熟的技术在计算机中的应用。本书各章节将详细阐述关于经常导致试验结果和数值预示结果不一致的各种因素,其实际目的是依据试验结果来改善数值模型。认为修正模型是简单容易的想法是肤浅错误的,因为其修正过程受试验结果不精确、不完备以及有限元模型不精确的干扰。模型修正尝试利用不精确、不完备的试验结果来改进不准确的有限元模型,就是挑战“两个错误的事物不可能形成一个正确的事物”这句谚语。

在回答上述问题之前,需要知道修正模型的目的。在某种情况下,修正好的模型是要用于复现真实试验数据。例如,针对一个涡轮机模型的修正,如果试验固有频率和模态振型是可利用的,那么修正的模型得出的数据相对于其他时间和其他设备得到的数据,是相当有用的。一个修正好的模型,不仅可以实现复现试验结果,而且通过改进物理参数(决定有限单元的质量和刚度分布),可能找出轴承支座的缺陷位置或者转子的裂纹位置,而这些参数对于引起观测到的试验和预示之间的不一致应是合理的。对于一个大型涡轮发电机装置,利用其运转下的数据可能实现这个目的,同时也可能排除机器大量非运转状态下的特殊模态的测试需求。

在汽车工业中,由于不能准确模拟连接和挤压约束、垫片的厚度以及受到通过修正可以改进的模型误差的限制,有限元模型预示构件振动模态的能力是有限的(80Hz 以上)。如果模型真正得到了改善,那么

修正后的模型能够用于评定结构变化的影响程度,例如,在白车身结构动力学问题中采用附加肋的方案。通过改进模型的物理参数来修正模型,总是需要选择大量的有物理意义的参数进行修正,振动试验中应选择合适的约束位置、载荷施加方式及响应测量方法。模型修正对数值分析和振动试验工程师都提出了技术要求,且需要应用现代预估技术,从而达到预期的改善目的。

## 1.1 数值模拟

对于要修正的常规结构的有限元模型,在准备阶段,不一定需要考虑所有因素。基于此,选择修正参数是最重要的。分析者应该尝试评估反映模型不同特征属性的置信度,例如,远离边界的梁主跨度的模拟准确度较高,连接和约束的模拟准确度较低,因此修正时需要对其着重考虑。模型中不确定因素的参数化是很重要的。数值预示数据(如有频率和模态振型)对参数的小量变化应该是敏感的,试验结果表明,外表相同的试验部件固有频率受连接结构小量变化的影响显著,但是要找出数值预示具体对哪些连接参数比较敏感是非常困难的。如果数值预示数据对选定的参数不敏感,则修正将导致参数变为不适当的值,而预测和结果之间的差别,已经通过这个参数的变化得到协调,但是对于其他更为灵敏的参数,这个参数的修正需求实际上是较弱的,而这种情况导致的结果就是,虽然修正后的模型和测试结果相匹配,但是缺少实际物理意义。

## 1.2 振动试验

数值模型通过修正得以改进的程度,依赖于对试验结构进行测量得到的信息的丰富程度。一般来说,测量是不精确和不完备的。不精确性表现为随机干扰和系统干扰,来自仪器设备的电子干扰很大程度上是通过高质量的传感器、放大器以及模拟数字转换设备等硬件来排除的。信号处理误差,如混淆和泄漏可以通过选择合适的滤波器和激

振信号去掉。有时可能会发生系统误差,例如,悬吊系统不能准确复现自由-自由条件、测试固有频率时,移动的加速度传感器的质量、实际试验中刚性夹紧边界条件通常很难实现,这些情况都会产生系统误差特别需要考虑的是要么消除系统误差,要么对它进行评估,以备后续处理时加以应用。

某种程度上来说,测试是不完备的,以致其所测试的频率范围(取决于采样率)将远小于可能包含成百上千万自由度的数值模型分析得出的固有频率。数据不完备的一个极端情况是,当输入或响应传感器位于节点上或接近节点时,这样测试干扰会导致一个或者更多的模态体现的不明显。

除了模态范围的不完备性,空间上的测试也是不完备的,这是由测试点的数量远少于有限元模型自由度数量导致的,转动自由度通常不测试,而且,还有一些自由度测试是不可达的。空间不完备经常需要缩聚有限元模型或者扩展测试特征向量。

### 1.3 估 计 方 法

在模型修正中采用的参数估计方法和常用于其他科学与工程领域的系统识别及参数估计方法类似。系统识别旨在从测试记录中抽象出数学模型阶次及其构形的问题。当数学模型构形已经确定时,因子可通过参数估计来确定。在控制工程中,系统识别(和参数估计)的目的通常是在线构建模型,这个模型可以被循环用作参考控制规划模型。相反,结构动力学模型修正通常是用离线批处理技术,目标是形成更优质的数值模型,这个模型可以用于不同载荷工况下的预示以及修正结构的构建。此目标是对模型修正技术提出的要求,在控制系统识别中则不会有这个要求,具体要求是质量、刚度和阻尼要建立在有实际物理意义的参数基础上。

测试数据的不完备性通常导致灵敏度矩阵的缺秩问题,这一点可能被测试干扰所掩饰。通过变换边界条件或者添加已知的质量进行更多的测试,从而获得更多的测试数据。常规的技术即与奇异值分解有

关的技术,用于确保修正的参数小量偏离有限元参数。关于模型修正的深入研究(243篇参考文献)见Mottershead和Friswell(1993)的著述。

## 1.4 本书章节安排

第1章为绪论。

第2章从修正角度给出有限元模拟简介,详细介绍有限元理论和多自由度动力学,为后续章节出现的更高级的主题提供基础,并对模型修正中特别关键的灵敏度计算、连接的模拟和离散误差进行讨论。

第3章描述现代振动试验因素,介绍时域数据的傅里叶变换和试验模态分析,测试噪声和数据不完备性,为后续章节更高级的讨论做铺垫。

第4章为处理数值预示和测试结果的比较,详细讨论模型缩聚、特征向量扩展和模态置信准则等几个重要主题。

第5章以通用的方式描述最小二乘和最小方差估计表达式,这些主题在具体修正方案中的应用依次在第8、9章进行介绍,另外,本章还利用常规方法和奇异值分解技术同时描述病态条件和欠定问题。

第6章着重于修正参数选择问题,详细考虑误差定位方法以及测试关于选择参数的灵敏度。

第7章描述模型修正中所谓的直接法,这个方法可能复现测试固有频率和模态振型,但是由修正产生的质量和刚度矩阵的变化是缺少物理意义的,该方法需要扩展试验模态振型。

第8章主要解释基于特征值和特征向量灵敏度的修正方法。该方法能够有效找出物理意义更为明确的修正参数。本章给出超定和欠定最小二乘方法和最小方差方法的详细分析。

第9章介绍在方程误差和输出误差算式中利用频响函数灵敏度的模型修正,特征值灵敏度比频响灵敏度更有效。直接应用频响函数修正方法有可能消除所有误差,这一点在试验模态分析时已经介绍过。

第10章介绍一个实例学习,即一个1991GM Saturn 46830个自由

度的四门小轿车有限元模型的修正。

第11章对不同的修正方法进行简单回顾,对各个方法的应用进行推荐。

### 参 考 文 献

Motterhead J E, Friswell M I. 1993. Model updating in structural dynamics: A survey. Journal of Sound and Vibration, 167(2):347-375.

## 第 2 章 有限元建模

当今,有限元方法已经成为结构设计领域被广泛接受的分析方法。该方法是构建一个用矩阵方程表示的离散系统来表示连续结构体质量和刚度因素,矩阵通常是带状对称的。因为质量和刚度矩阵是按照具有各自形状的简单形式的有限单元对质量和刚度的贡献组装而成的,故有限元方法不受结构几何复杂性的限制。这样,每个有限单元具有与其各自几何外形密切相关而与结构整体几何形状无关的数学表达式。因此,可将结构分割成离散的面和体,即所谓的单元。当节点仅通过一个用多项式表示的曲线或曲面互相连接时,即确定了单元边界。最普遍的(等参位移类型)单元,采用同样的多项式描述来建立与内部的关联,即由单元位移到节点位移,这个过程一般称为形函数插值。由于边界节点由相邻的单元共有,围绕单元边界的位移场通常是连续的。图 2.1 描述了一个模拟结构的有限单元网格的几何排列。

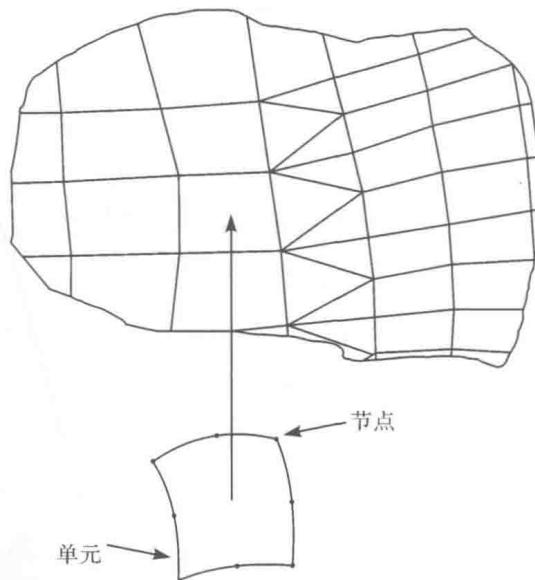


图 2.1 有限单元和节点

有限元方法的数学理论是用广义单元瑞利-里兹方法处理变分的问题和形函数离散化。另外,有限元方程可以通过将微分方程用单元形函数加权的伽辽金方法获得。毫无疑问,数学方法的多功能性和简单几何描述的联合,使得有限元方法在工程和科学领域得以广泛运用。

众所周知,Zienkiewicz 等详细介绍了不同结构单元(梁单元、板单元、壳单元、体单元)矩阵理论。NAFEMS(1986)撰写了有限元入门一书,书中详细地介绍了有限元方法。

关于模型修正,随着试验结果与数值预示结果越来越接近,如果模型修正的结果是实际参数化得以改善,则一定要清楚形函数对质量和刚度分布的影响。形函数离散化同时影响数值模型的特征值和灵敏度。

## 2.1 形函数和离散化

大多数有限元理论中,依据节点的坐标和位移用形函数表示内部点的坐标和位移。这样,若点的坐标记为 $(x, y, z)$ ,位移记为 $(u, v, w)$ ,那么有

$$x = \sum_{j=1}^r N_j x_j \quad (2.1)$$

和

$$u = \sum_{j=1}^r N_j u_j \quad (2.2)$$

式中, $x_j$  是  $j$  点的  $x$  坐标; $u_j$  是  $j$  点的位移,对于坐标  $y$  和  $z$ ,位移  $v$  和  $w$  也有类似的表达式。

式(2.1)和式(2.2)是将  $r$  个节点的对应项求和, $N_j$  是与  $j$  节点对应的形函数。形函数  $N_j$  是位置的函数,考虑一般性,以局部坐标 $(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ 给出形函数,例如,用  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  形式描述  $2 \times 2 \times 2$  的八节点立方体单元边界。这样,在立方体的每个表面节点的局部坐标将取常值±1,为满足式(2.1),以  $k$  节点为例,形函数必须满足:

$$N_k(\xi_{1k}, \xi_{2k}, \xi_{3k}) = 1 \quad (2.3)$$