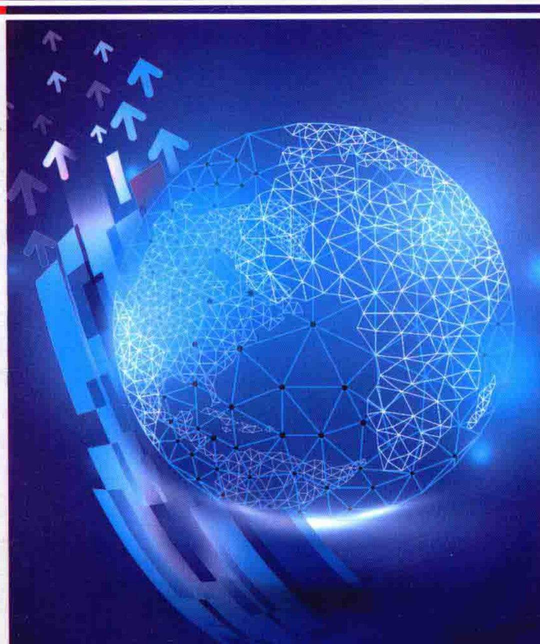
应用型本科院校"十三五"规划教材/数学

概率论与数理统计

主编 徐 萍 张文婧

Probability and Mathematical Statistics

- 适用面广
- 应用性强
- 促进教学
- 面向就业



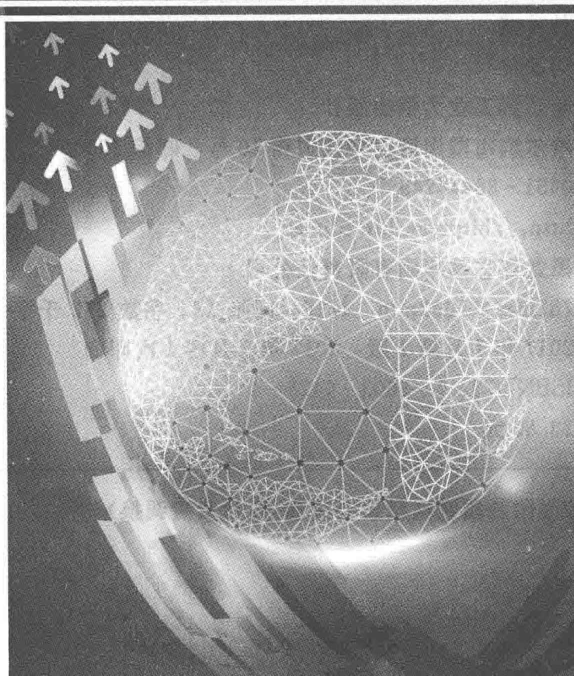
哈爾濱工業大學出版社

应用型本科院校“十三五”规划教材/数学

概率论与数理统计

主编　徐萍　张文婧

Probability and Mathematical Statistics



哈爾濱工業大學出版社

内 容 简 介

全书共分 12 章，其中第 1～8 章为概率论部分，内容包括样本空间和随机事件、事件的概率、条件概率与事件的独立性、随机变量及其分布、二维随机变量及其分布、随机变量函数的分布、随机变量的数字特征、大数定律及中心极限定理；第 9～12 章为数理统计部分，内容包括数理统计的基本概念、参数估计、区间估计及假设检验。本书每节、每章后面配有适量的同步练习题，习题难易程度有所不同，以满足各类专业学生学习需要。本书在附表中给出了 5 个常用数表。

本书可作为工科院校本、专科“概率论与数理统计”课程的教材，也可供非数学类理工科及管理类各专业使用。

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计/徐萍，张文婧主编. —哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2017.1

应用型本科院校“十三五”规划教材

ISBN 978-7-5603-6425-4

Ⅰ.①概… Ⅱ.①徐…②张… Ⅲ.①概率论-高等学校-教材②数理统计-高等学校-教材 Ⅳ.①021

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 002408 号

策划编辑 杜 燕
责任编辑 何波玲
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006
传 真 0451-86414749
网 址 http://hitpress.hit.edu.cn
印 刷 黑龙江艺德印刷有限责任公司
开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 12 字数 272 千字
版 次 2017 年 1 月第 1 版 2017 年 1 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5603-6425-4
定 价 23.80 元

序

哈尔滨工业大学出版社策划的《应用型本科院校“十三五”规划教材》即将付梓，诚可贺也。

该系列教材卷帙浩繁，凡百余种，涉及众多学科门类，定位准确，内容新颖，体系完整，实用性强，突出实践能力培养。不仅便于教师教学和学生学习，而且满足就业市场对应用型人才的迫切需求。

应用型本科院校的人才培养目标是面对现代社会生产、建设、管理、服务等一线岗位，培养能直接从事实际工作、解决具体问题、维持工作有效运行的高等应用型人才。应用型本科与研究型本科和高职高专院校在人才培养上有着明显的区别，其培养的人才特征是：①就业导向与社会需求高度吻合；②扎实的理论基础和过硬的实践能力紧密结合；③具备良好的人文素质和科学技术素质；④富于面对职业应用的创新精神。因此，应用型本科院校只有着力培养“进入角色快、业务水平高、动手能力强、综合素质好”的人才，才能在激烈的就业市场竞争中站稳脚跟。

目前国内应用型本科院校所采用的教材往往只是对理论性较强的本科院校教材的简单删减，针对性、应用性不够突出，因材施教的目的难以达到。因此亟须既有一定的理论深度又注重实践能力培养的系列教材，以满足应用型本科院校教学目标、培养方向和办学特色的需要。

哈尔滨工业大学出版社出版的《应用型本科院校“十三五”规划教材》，在选题设计思路上认真贯彻教育部关于培养适应地方、区域经济和社会发展需要的“本科应用型高级专门人才”精神，根据前黑龙江省委书记吉炳轩同志提出的关于加强应用型本科院校建设的意见，在应用型本科试点院校成功经验总结的基础上，特邀请黑龙江省9所知名的应用型本科院校的专家、学者联合编写。

本系列教材突出与办学定位、教学目标的一致性和适应性，既严格遵照学科体系的知识构成和教材编写的一般规律，又针对应用型本科人才培养目标

及与之相适应的教学特点，精心设计写作体例，科学安排知识内容，围绕应用讲授理论，做到“基础知识够用、实践技能实用、专业理论管用”。同时注意适当融入新理论、新技术、新工艺、新成果，并且制作了与本书配套的PPT多媒体教学课件，形成立体化教材，供教师参考使用。

《应用型本科院校“十三五”规划教材》的编辑出版，是适应“科教兴国”战略对复合型、应用型人才的需求，是推动相对滞后的应用型本科院校教材建设的一种有益尝试，在应用型创新人才培养方面是一件具有开创意义的工作，为应用型人才的培养提供了及时、可靠、坚实的保证。

希望本系列教材在使用过程中，通过编者、作者和读者的共同努力，厚积薄发、推陈出新、细上加细、精益求精，不断丰富、不断完善、不断创新，力争成为同类教材中的精品。

前　　言

概率论与数理统计主要是研究客观世界中随机现象的统计规律的一门学科，在控制、通信、生物、金融、社会科学及其他工程技术等诸多领域有着广泛的应用，是各高等院校理工科及金融、医药、文管等各专业的必修课程。

本书是从培养应用型技术技能型人才的目标出发，以分类教学、因材施教的基本理念为基础进行编写的“概率论与数理统计”教材。其内容着重阐述了概率论与数理统计的基本概念、基本思想、基本原理和基本方法，以及常用的统计方法，以适应现阶段学时总数不足但教学要求相对较高的现状，可作为高等院校非数学专业“概率论与数理统计”课程的试用教材和教学参考书。作为一本入门教材，在编写时，本书尽量以实际例子引入基本概念、基本方法，重点突出，对基本概念、重要公式和定理注重其实际意义的解释说明，力求通俗易懂。

本书共分 12 章，其中第 1～8 章为概率论部分，内容包括样本空间和随机事件、事件的概率、条件概率与事件的独立性、随机变量及其分布、二维随机变量及其分布、随机变量函数的分布、随机变量的数字特征、大数定律及中心极限定理；第 9～12 章为数理统计部分，内容包括数理统计的基本概念、参数估计、区间估计及假设检验。其中第 1～4 章、第 10～12 章由张文婧编写，第 5～9 章由徐萍编写。同时参与本书编写工作的还有哈尔滨远东理工学院的丁敏、李世巍、鹿彬彬、赵雯晖、于丽、邢坤、刘畅等，他们在本书的编写过程中提供了很多的帮助。在编写过程中，我们还参考了大量的相关文献，在此谨向这些文献的作者表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中难免存在疏漏和不妥之处，恳请广大读者批评指正，以期不断完善。

编　者

2016 年 12 月

目　　录

第 1 章 样本空间和随机事件

1.1 引言

我们在对自然界和人类社会进行考察时会发现如下两种不同性质的现象：一类现象是可以预言的，也就是说当条件满足时，我们做一个试验或观察某一现象是可以肯定得到某种特定的结果，这种现象称为确定性现象或必然现象。例如，在标准大气压下，水的温度超过 100 ℃时就会汽化，而温度高于 4 ℃时水结冰则是不可能发生的结果。我们已经学过的数学相关学科如高等数学、线性代数等均以确定性现象为研究对象。另一类现象是在相同的可控制条件下重复进行观察或试验，就某一现象而言，它会时而出现，时而不出现，呈现出不确定性，并且在每次观察或试验前我们无法准确预言它是否会出现。例如，在一空旷的地面我们抛掷一枚硬币，其结果可能是正面朝上，也有可能是背面朝上，至于哪一面朝上，在抛掷之前我们无法知道。但如果经过大量的重复的抛掷同一枚硬币，我们会发现它的结果呈现出某种规律性，即正面朝上的次数大约占抛掷总数的一半。这种在个别试验中其结果呈现出不确定性，在大量相同条件下重复试验中其结果具有统计规律性的现象，称为随机现象，这种规律性我们称其为随机现象的统计规律性。

概率论就是研究随机现象中数量规律性的一门数学学科，也是一门应用性较强又颇具特色的数学学科。它在控制、通信、生物、物理、金融等领域都有广泛的应用，并与基础学科相结合产生出了许多边缘学科，如统计物理、生物统计、数学地质等。概率论与数理统计又是许多新兴的重要学科的基础，如信息论、控制论、人工智能等。所以学习和掌握概率论与数理统计的基本理论和基本方法将其灵活应用于科学研究和工程实际中，是社会发展对高素质人才培养提出的必然要求。

1. 概率论与数理统计的起源

概率论的萌芽源于 17 世纪保险业的发展，但是真正引发数学家们思考的源泉，却是赌博问题。

17 世纪的欧洲许多国家，贵族之间盛行赌博之风。掷骰子是他们常用的一种赌博方式。当时法国贵族德·梅耳的两个朋友，决定赌若干局，两人各拿 30 枚金币作为赌资，事先约定谁先赢 6 局，60 枚金币就归谁。其中一人赢了 3 局，另一人赢 4 局时因故终止赌

博。在分配赌资的时候两人起了争执,让梅耳定夺,可是梅耳找不到更好的方法,便向当时法国盛名的数学家帕斯卡请教。帕斯卡以通信的方式与费尔马等数学家进行讨论。数学家们围绕着赌博中的数学问题开始了细致的研究。这些问题后来被来到巴黎的荷兰科学家惠更斯获悉,回荷兰后,他独立地进行研究。

帕斯卡和费尔马一边亲自做赌博试验,一边仔细分析计算赌博中出现的各种问题,终于完整地解决了"分赌注问题",并将此题的解法向更一般的情况推广,从而建立了概率论的一个基本概念——数学期望。

而惠更斯经过多年潜心的研究,解决了赌博中的一些数学问题,1657 年,他将自己的研究成果写成了专著《论掷骰子游戏中的计算》——这本书迄今为止被认为是概率论最早的著作。此后更多的学者开始关注概率论,使得概率论逐渐发展成为严谨的数学分支。

数理统计是一门研究怎样去有效地收集、整理和分析带有随机性的数据,以对所考察的问题做出推断或预测,直至为采取一定的决策和行动提供依据和建议的数学分支学科。统计方法的数学理论要用到很多近代数学知识,如函数论、矩阵代数等,但关系最为密切的是概率论。故可以这样说,概率论是数理统计学的基础,数理统计学是概率论的一种应用。但是它们是两个并列的数学分支,并无从属关系。

概率论与数理统计在自然科学、社会科学、军事科学等诸多领域中都起着不可或缺的作用。

2.概率论与数理统计的应用

概率论与数理统计的应用几乎遍及所有科学技术领域、工农业生产和国民经济的各个部门中。例如:

(1)气象、水文、地震预报、人口控制及预测都与概率论紧密相关。

(2)产品的抽样验收,新研制的药品能否在临床中应用,均需要用到假设检验。

(3)电子系统的设计、火箭卫星的研制与发射都离不开可靠性估计。

(4)许多服务系统,如电话通信、船舶装卸、机器维修、病人候诊等可用一类统计模型来描述。

(5)保险业及赌场的赔率等相关问题,均可用大数定律、中心极限定理进行分析。

1.2 样本空间和随机事件

1.2.1 随机试验

为了研究随机现象的统计规律性,我们需要对随机现象进行观察,在概率论里我们把针对某种现象所做的一次科学实验或观察,称为一个试验,记为 E。若该试验满足如下三个特点:

(1) 重复性。在相同的可控制的条件下,试验可以或原则上可以重复进行。

(2) 明确性(亦称可观察性)。每次试验的结果有多种可能,并且能事先明确试验的所有可能结果。

(3) 随机性。进行一次试验之前不能确定哪一个结果会出现。

我们则称这样的试验为随机试验，简称试验。我们是通过研究随机试验来研究随机现象的。

下面我们给出一些随机试验的例子：

例 1.1　同时抛掷两枚硬币，观察正面 H、反面 T 出现的情况。

例 1.2　在 0,1,2,…,9 这 10 个数字中任意选取一个，观察出现的结果。

例 1.3　从一批电子元器件中抽取一个，测试它的寿命。

1.2.2　样本空间

我们了解每个随机试验的结果都具有多种可能性，因此我们把由一个特定随机试验所有可能发生的基本结果组成的集合，称为该试验的样本空间，一般用字母 Ω 表示。我们称样本空间 Ω 中的每一个元素，即该随机试验的每一基本结果为一个样本点，一般记为 ω。

下面给出例 1.1 ～ 1.3 中随机试验的样本空间 Ω。

$\Omega_1 = \{HH, HT, TT\}$

$\Omega_2 = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

$\Omega_3 = \{t\ \mathrm{h} \mid t \geqslant 0\}$

从以上三个例子可以看出，样本空间可以是有限集，也可以是无限集；样本空间中的元素可以是数，也可以不是数。

1.2.3　随机事件

1. 随机事件

在实际中对于一个随机试验，人们往往更关心满足某种特定条件的那些样本点所组成的集合。例如在例 1.2 中我们可能关心的是取出的数是否为偶数。满足这一条件的样本点是 Ω_2 的一个子集：$A=\{0,2,4,6,8\}$，称其为这一试验的一个随机事件。

一般，我们称试验 E 的样本空间 Ω 的子集 A 为 E 的随机事件，简称事件，一般用字母 $A, B, C, D, \cdots$ 表示。

在每次试验中，当且仅当 A 中的一个样本点出现时，称这一事件发生。

2. 基本事件

试验中可能出现的最基本结果，也就是由样本空间的一个样本点组成的单点集合，称为基本的随机事件，简称基本事件。基本事件是最简单的随机事件。

3. 必然事件与不可能事件

下面我们介绍两种特殊的事件。

样本空间 Ω 包含所有的样本点，它是 Ω 自身的子集，在每次试验中它总是发生，称为必然事件。而空集 $\varnothing$ 不包含任何样本点，它也是样本空间的子集，它在每次试验中都不发生，称为不可能事件。

例 1.4(续例 1.2)　在 0,1,2,…,9 这 10 个数字中任意选取一个，可能有十种不同的结果："取得的数是 0"，"取得的数是 1"，……，"取得的数是 9"，它们为基本事件，可以记为 $\{1\},\{2\},\cdots,\{9\}$。根据观察的目的不同，还可以有其他随机事件。例如：

“取得的数大于 1”:记为 $A=\{2,3,4,5,6,7,8,9\}$。

“取得的数是偶数”:记为 $B=\{0,2,4,6,8\}$。

“取得的数能被 3 整除”:记为 $C=\{0,3,6,9\}$。

“取得的数为 -1”:它为不可能事件,记为 $\varnothing$。

“取得的数大于等于零”:它为必然事件,记为 Ω。

习题 1.2

1. 写出下列随机试验的样本空间。

(1) 同时掷三颗骰子,记录三颗骰子点数之和。

(2) 生产产品直到有 10 件正品为止,记录生产产品的总件数。

(3) 在单位圆内任意取一点,记录它的坐标。

(4) 某路公交车始发站每 5 min 发一辆车,若一乘客到达站点时间是随机的,且发车就上车,记录该乘客等待的时间。

2. 用集合的形式写出下列随机试验的样本空间与随机事件 A。

(1) 记录某电话总机一分钟内接到的呼唤次数,事件 A 表示“一分钟内呼唤次数不超过 3 次”。

(2) 从一批灯泡中随机抽取一只,测试它的寿命,事件 A 表示“寿命在 2 000 ~ 2 500 h 之间”。

(3) 袋中有 6 个大小相同的球,分别编有号码 1 ~ 6,从中一次任取两个球,事件 A 表示“两个球的编号之和为 6”。

1.3 事件关系及运算

我们在实际问题中遇到的随机事件往往是比较复杂的,在求解相关问题时,其关键是将较为复杂的事件分解成较简单事件的“组合”。而事件是集合,所以事件间的关系与事件的运算自然按照集合论中集合之间的关系和运算来处理。下面给出这些关系和运算在概率论中的提法。并根据“事件发生”的含义,给出它们在概率论中的含义。

首先我们假设随机试验 E 的样本空间为 Ω,而 $A,B,A_k(k=1,2,\cdots)$ 是 Ω 的子集,即为随机事件。

1. 包含

若 $A\subset B$,则称事件 B 包含事件 A,或称事件 A 包含于事件 B。这指的是事件 A 发生必然导致事件 B 发生。

特别的,若 $A\subset B$ 且 $B\subset A$,即 $A=B$,则称事件 A 和事件 B 相等。

2. 并事件(和事件)

事件 $A\cup B=\{x\mid x\in A 或 x\in B\}$ 称为事件 A 与事件 B 的并事件或和事件。事件 A 与 B 中至少有一个发生时,事件 $A\cup B$ 发生。

类似地,称 $\bigcup\limits_{k=1}^{n}$ 为 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的和事件;称 $\bigcup\limits_{k=1}^{\infty}A_k$ 为可列个事件 $A_1,A_2,\cdots$

的和事件。

3. **交事件(积事件)**

事件 $A\cap B=\{x\mid x\in A 且 x\in B\}$ 称为事件 A 与事件 B 的交事件或积事件。当且仅当 A 和 B 同时发生时，事件 $A\cap B$ 发生。$A\cap B$ 记作 AB。

类似地，称 $\bigcap\limits_{k=1}^{n}A_k$ 为 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的积事件；称 $\bigcap\limits_{k=1}^{\infty}A_k$ 为可列个事件 $A_1,A_2,\cdots$ 的积事件。

4. **差事件**

事件 $A-B=\{x\mid x\in A 且 x\notin B\}$ 称为事件 A 与事件 B 的差事件。当且仅当事件 A 发生、事件 B 不发生时，事件 $A-B$ 发生。

5. **互斥(互不相容)**

若 $A\cap B=\varnothing$，则称事件 A 与事件 B 是互不相容的，或互斥的。这指的是事件 A 与事件 B 不能同时发生。例如，一个试验的基本事件就是两两互斥的。

6. **对立事件**

若 $A\cup B=\Omega$ 且 $A\cap B=\varnothing$，则称事件 A 与事件 B 互为逆事件，又称事件 A 与事件 B 互为对立事件。这指的是对每次试验而言，事件 A 与事件 B 中必有一个发生，且仅有一个发生。A 的对立事件记为 $\overline{A}$。易知 $\overline{A}=\Omega-A$。

需要注意的是，如果两个事件 A、B 互斥，那么事件 A、B 不可能同时发生，但是可能都不发生；如果两个事件 A、B 为对立事件，那么事件 A、B 不可能同时发生，而且一定有一个发生。

我们可以用维恩(Venn)图直观地表示以上事件之间的关系与运算。以下用长方形表示样本空间 Ω，圆 A 与圆 B 分别表示事件 A 与事件 B，如图 1.1 所示。

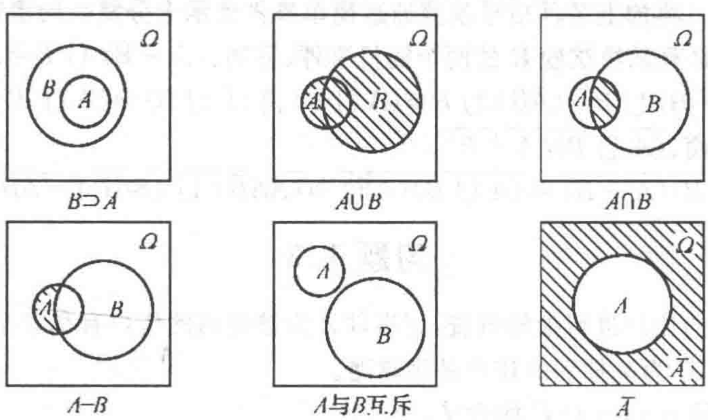


图 1.1

例 1.5　在掷一颗骰子的试验中，观察其正面向上的点数。记事件 $A_n=$“n 点”，$n=1,2,\cdots,6$，$A=$“奇数点”，$B=$“被 3 整除的点”，$C=$“1 点”，$D=$“偶数点”，$F=$“点数不超过 4”。写出该试验的样本空间及 A,B,C,D,F 各事件间的关系。

解　依题意，$\Omega=\{1,2,\cdots,6\}$，$A_n=\{n\}$，$n=1,2,\cdots,6$，$A=\{1,3,5\}$，$B=\{3,6\}$，$C=\{1\}$，$D=\{2,4,6\}$，$F=\{1,2,3,4\}$。则有 $A\supset C$，$F\supset C$，B 与 C，D 与 C，A 与 D 都是互斥事件，其中 A 与 D 还是对立事件。

例 1.6 进行 3 次试验，记事件 A_i=“第 i 次试验成功”，$i=1,2,3$。将下列事件用 A_i，$i=1,2,3$ 表示出来：

(1)B_1：前两次试验都成功。

(2)B_2：后两次试验成功，但第一次试验失败。

(3)B_3：三次试验中只成功一次。

(4)B_4：三次试验中至少成功一次。

(5)B_5：三次试验中至少成功两次。

解 (1)$B_1=A_1\cap A_2$。

(2)$B_2=\overline{A}_1A_2A_3$。

(3)$B_3=A_1\overline{A}_2\overline{A}_3\cup\overline{A}_1A_2\overline{A}_3\cup\overline{A}_1\overline{A}_2A_3$。

(4)$B_4=A_1\cup A_2\cup A_3$。

(5)$B_5=A_1A_2\cup A_2A_3\cup A_1A_3$ 或 $B_5=A_1A_2\overline{A}_3\cup A_1\overline{A}_2A_3\cup A_1A_2\overline{A}_3\cup A_1A_2A_3$。

如同数的四则运算有运算规则，事件的运算也遵循一定规则，以下 A,B,C 为任意三个事件。

7. 事件运算定律

(1) 交换律：$A\cup B=B\cup A,AB=BA$。

(2) 结合律：$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)=A\cup B\cup C,(AB)C=A(BC)=ABC$。

(3) 分配律：$A(B\cup C)=AB\cup AC,A\cup(BC)=(A\cup B)(A\cup C)$。

(4) 对偶律(摩根定律)：$\overline{A\cup B}=\overline{A}\,\overline{B},\overline{AB}=\overline{A}\cup\overline{B};\overline{\bigcup_i A_i}=\bigcap_i\overline{A_i},\overline{\bigcap_i A_i}=\bigcup_i\overline{A_i}$。

事件运算顺序约定为先进行对立运算，再进行交运算，最后进行并或者差运算。例如，$A\cup B\overline{C}$ 表示 C 的对立事件与 B 同时发生或 A 发生。这种约定与代数中运算符号优先顺序的约定相似。再加上各种括号就能通过简单事件表示十分复杂的事件。

例 1.7 A,B 是随机试验 E 的两个随机事件，证明：$(A-B)\cup B=A\cup B$。

证明 $(A-B)\cup B=(A\overline{B})\cup B=(A\cup B)\cap(\overline{B}\cup B)=(A\cup B)\cap\Omega=A\cup B$。

例 1.8 化简：$\overline{(A\cup B)(A-B)}$。

解 $\overline{(A\cup B)(A-B)}=\overline{(A\cup B)(A\overline{B})}=\overline{(AA\overline{B})\cup(BA\overline{B})}=\overline{A\overline{B}}=\overline{A}B$。

习题 1.3

1. 对某小区的住户进行抽样调查，记事件 A 为被抽到的住户有私家车，事件 B 为被抽到的住户是白领，C 为被抽到的住户是足球迷。

(1) 试述事件 $A\cap B\cap\overline{C}$ 的含义。

(2) 考虑何时 $A\cap B\cap C=C$ 成立。

(3) 考虑什么条件下关系式 $A\subset B$ 成立。

2. 袋中有 10 个球，分别编有号码 1 ～ 10，从中任取 1 个球，设 A=“取得球的号码是偶数”，B=“取得球的号码是奇数”，C=“取得球的号码小于 5”，问下列运算表示什么事件：

(1)$A\cup B$；(2)AB；(3)AC；(4) $\overline{AC}$；(5) $\overline{A}\,\overline{C}$；(6) $\overline{B\cup C}$；(7)$A-C$。

3. 在区间[0,2]上任取一数，记 $A=\left\{x\,\middle|\,\frac{1}{2}<x\leqslant 1\right\}$，$B=\left\{x\,\middle|\,\frac{1}{4}\leqslant x\leqslant\frac{3}{2}\right\}$，求下

列事件的表达式：

(1)$A\cup B$；(2)$\overline{A}B$；(3)$A\overline{B}$；(4)$A\cup\overline{B}$。

4. 用事件 A,B,C 的运算关系表示下列事件：

(1)A 出现，B,C 都不出现(记为 E_1)。

(2)A,B 都出现，C 不出现(记为 E_2)。

(3) 所有三个事件都出现(记为 E_3)。

(4) 三个事件中至少有一个出现(记为 E_4)。

(5) 三个事件都不出现(记为 E_5)。

(6) 不多于一个事件出现(记为 E_6)。

(7) 不多于两个事件出现(记为 E_7)。

(8) 三个事件中至少有两个出现(记为 E_8)。

5. 一批产品中有合格品和废品，从中有放回地抽取三个产品，设 A_i 表示事件“第 i 次抽到废品”，使用 A_i 的运算表示下列各个事件：

(1) 第一次、第二次中至少有一次抽到废品；

(2) 只有第一次抽到废品；

(3) 三次都抽到废品；

(4) 至少有一次抽到合格品；

(5) 只有两次抽到废品。

小　　结

随机试验的每个可能的结果称为样本点，而试验的所有可能结果的集合称为样本空间。事件是试验中某些现象或某些情况的陈述，它可以用样本空间的某个子集来描述。事件的随机性表现在：对指定的一次试验中，一个特定的事件可能发生，也可能不发生。事件之间的关系有包含(相等是其一个特例)和互斥(对立是其一个特例)；事件的并表示诸事件至少发生一个，而事件的交则是诸事件同时发生；事件的对立则是该事件不发生。事件运算的对偶律具有重要作用，需善加运用。

习　　题

1. 写出下列随机试验的样本空间：

(1) 连续抛一枚硬币，直至出现正面为止；

(2) 在某十字路口，1 h 内通过的机动车数量；

(3) 某城市一天内的用电量。

2. 以 A 表示事件“甲产品畅销，乙产品滞销”，说明 $\overline{A}$ 表示什么事件。

3. 请指明以下事件 A 与 B 之间的关系：

(1) 检查两件产品，记事件 $A=$“至少有一件不合格品”，$B=$“两次检查结果不同”；

(2) 设 T 表示轴承寿命，记事件 $A=\{T>5\ 000\ \mathrm{h}\}$，$B=\{T>8\ 000\ \mathrm{h}\}$。

4. 在某城市中，共发行三种报纸 A,B,C。在这城市的居民中，订阅 A 的占 45%，订阅

B 的占 35%，订阅 C 的占 30%，同时订阅 A 和 B 的占 10%，同时订阅 A 和 C 的占 8%，同时订阅 B 和 C 的占 5%，同时订阅 A,B,C 的占 3%，试求下列百分率：

(1) 只订阅 A 的；

(2) 只订阅 A 和 B 的；

(3) 只订阅一种报纸的；

(4) 正好订阅两种报纸的；

(5) 至少订阅一种报纸的；

(6) 不订阅任何报纸的。

5. 若 A,B,C,D 是 4 个事件，试用这 4 个事件表示下列各事件：

(1) 这 4 个事件至少发生一个；

(2) A,B 都发生而 C,D 都不发生；

(3) 这 4 个事件恰好发生两个；

(4) 这 4 个事件都不发生；

(5) 这 4 个事件中至多发生一个。

6. 盒中放有 a 个白球、b 个黑球，从中有放回地抽取 r 次(每次抽一个，记录其颜色，然后放回盒中，再进行下一次抽取)，记 A_i 为“第 i 次抽到白球”，$i=1,2,\cdots,r$，试用 A_i 表示下述事件：

(1) $A=$“首个白球出现在第 k 次”。

(2) $B=$“抽到的 r 个球同色”。

7. 试问下列命题是否成立？

(1) $A-(B-C)=(A-B)\cup C$。

(2) $(A\cup B)-B=A$。