

图像灰色模型 理论与算法

■ 郑列 李刚 著



科学出版社

图像灰色模型理论与算法

郑列 李刚 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书首先介绍了灰色系统理论概况及本书所用的灰色理论基础，然后从路面裂缝自动检测的问题入手，对灰色理论与路面图像处理的吻合性进行诠释和分析，并进一步讨论了灰色系统理论在路面图像处理中的应用与发展现状，最后从基于灰色序列算子的路面图像数据预处理技术、图像灰色模型（包括灰色图像关联度模型、图像灰熵模型、图像灰色预测模型），以及灰色图像处理算法（包括灰色图像滤波算法、灰色图像对比度增强算法、灰色图像边缘检测算法）三个方面对灰色理论在图像处理领域的应用进行研究，附录给出了算法实现的 MATLAB 源程序核心代码。

本书可作为高等院校计算机、测控、机电、应用数学、信息与计算科学和系统工程等专业的高年级本科生和研究生的学习参考书，也可供相关领域的技术人员阅读参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

图像灰色模型理论与算法 / 郑列, 李刚著. —北京: 科学出版社, 2017.6

ISBN 978-7-03-052972-5

I . ①图… II . ①郑… ②李… III. ①灰色模型 IV. ①N945.12

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 118052 号

责任编辑: 任 静 / 责任校对: 郭瑞芝

责任印制: 张 倩 / 封面设计: 迷底书装

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

新科印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2017 年 6 月第 一 版 开本: 720×1000 1/16

2017 年 6 月第一次印刷 印张: 21

字数: 415 000

定价: 95.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

作者简介



郑列，男，湖北英山县人，三级教授，硕士研究生导师，国家公费留学回国人员，2004~2014年任湖北工业大学理学院副院长，现任湖北工业大学理学院教授委员会主任，湖北省计算数学学会常务理事，湖北省大学数学教学指导委员会常务委员，湖北工业大学教师发展专家委员会主任委员，湖北工业大学学术委员会委员。主要研究方向为应用数学、应用统计与计算机应用技术。近年来主持完成国家人力资源和社会保障部留学回国人员科技活动择优资助项目、湖北省自然科学基金等省部级科研课题六项；公开发表独撰学术论文20余篇，其中多篇论文被SCI、EI收录，并有六篇学术论文分别获得湖北省自然科学优秀学术论文二、三等奖；出版大学数学教材三部；担任湖北省精品资源共享课“高等数学”的课程负责人。在数学基础理论研究、应用数学建模以及计算机应用技术等方面取得了一系列成果，是湖北省自然科学三等奖、湖北省高等学校教学成果二等奖的获得者。



李刚，男，湖北枝江人，副教授，2010年6月于武汉理工大学博士毕业，现为湖北工业大学理学院教师，2011年6月评为硕士研究生导师。主要从事灰色系统理论、图像处理、自动检测、应用数学与统计等方面的研究。近年来主持完成湖北省自然科学基金、湖北省教育厅优秀中青年项目、湖北工业大学博士科研启动基金等科研项目，参与了国家社会科学基金、国家自然科学基金、武汉市科技攻关基金等项目。以第一作者在国内外学术刊物上发表论文20余篇，其中已经被SCI或EI收录15篇。2015年6月入围湖北工业大学“第三届最受学生欢迎的教师”前30名，2015年12月获得湖北省第三次全国经济普查课题研究二等奖。

序

灰色系统理论(简称灰色理论或灰理论)是华中科技大学邓聚龙教授于 1982 年首创的一门交叉学科, 它通过灰生成的方式把系统内部蕴含的指数或近似指数规律性地予以呈现, 用于解决“部分信息已知、部分信息未知”的“少数据、贫信息”领域。如今三十多年过去了, 经过几代灰色系统理论研究者的努力, 灰色系统理论已经逐步发展壮大, 影响也日趋深入和更加广泛。今天虽然已经是大数据风起云涌的时代, 各种云计算、并行式计算与分布式处理等大数据处理技术风生水起、日新月异, 但是依然要看到相比于整个浩瀚无比的信息的海洋, 我们能够所知、所见、所获的数据着实还是很有限的, 世界对于我们仍然是“部分信息已知、部分信息未知”的。大数据时代, 小数据的研究同样精彩! 邓聚龙已然作古, 但他留给人类知识宝库的财富——灰色系统理论的发展经历了时间的考验正蓬勃发展, 并日趋强盛。目前灰色系统理论除了自身的理论框架正在完善, 还广泛地应用到工业、农业、经济、军事等领域, 并与其他学科领域交相融合, 逐步形成灰色水文学、灰色历史学、灰色地质学等交叉与新兴学科分支。

随着不确定性理论与信息技术的快速发展, 灰色系统理论逐步应用到数字图像处理领域中, 并得到人们越来越多的关注。从宏观来看, 数字图像数据是拥有基于大样本的海量数据的对象, 但是从图像的微观领域来看, 真正能决定或影响一个图像在人眼中的视觉或机器识别的关键却是当前像素及其紧邻的几个像素, 其他像素随着距离当前像素越远, 这种相关性大大降低。因此, 灰色图像处理算法是应用小数据工具去解决大数据对象的小数据局部问题, 是一种化整为零、化繁为简的科学思维的延伸与扩展。该书探索性地研究了灰色系统理论与图像工程对接的问题。作者在基于灰色序列算子的路面图像预处理技术、灰色图像模型及其相关算法方面做出了有益的探索, 并取得了一些初步的成果。随着信息时代的发展, 将灰色系统理论应用到图像处理中, 给数字图像工程这门古老的学科注入了新鲜的血液, 打开了新的理解角度和视觉层面。目前图像处理和灰色系统理论方面的书籍很多, 但是结合两者的书籍仍然非常有限, 希望该书的出版能够为从事图像处理、灰色系统理论、信号处理、自动控制与系统工程等方面的教师、学生和科技工作者提供一种参考和借鉴, 也为正在形成和发展中的“灰色图像学”添砖加瓦, 做出应有的贡献。

前　　言

近年来，随着国家交通基础设施建设的完善，全国大多数省份均建设完成了超长里程的高等级公路，并逐渐形成了十分复杂的纵横交错的道路网格形状。这极大地方便了人们的出行，也积极促进了交通运输事业的发展，“要想富、先修路”的理念也更加深入人心，与此同时也带来了大量繁重和耗费巨大的后期维护任务。由于传统的人工、半人工的路面检测方式存在效率低、耗费大、安全隐患多等弊端，越来越多的专家与技术人员投入路面自动检测的装置与技术研究中。由于路面自身的特点和路面图像在采集、传输、存储过程中仍然不可避免地会引入噪声、阴影、图像畸变等病害特征，目前很多学者都将研究的重点转向了对采集后的路面图像进行去噪、滤波、增强、边缘检测等预处理与裂缝目标的分割阶段，而且这一环节的处理质量将直接影响到后期的识别、分类等裂缝检测的效果。常规的图像处理技术在对路面图像的预处理与分割算法中发挥了重要作用，但是，随着路面状况的复杂化和对检测要求的进一步提高，传统的常规数字图像处理技术已经不能满足要求，人们将眼光转向了一些新兴的、特殊的数学分支与工具，寄希望于这些特殊的算法能够带来路面图像处理质量的飞跃。于是，模糊数学、数学形态学、马尔可夫随机场、神经网络等方法先后被应用到路面图像裂缝检测的研究中。

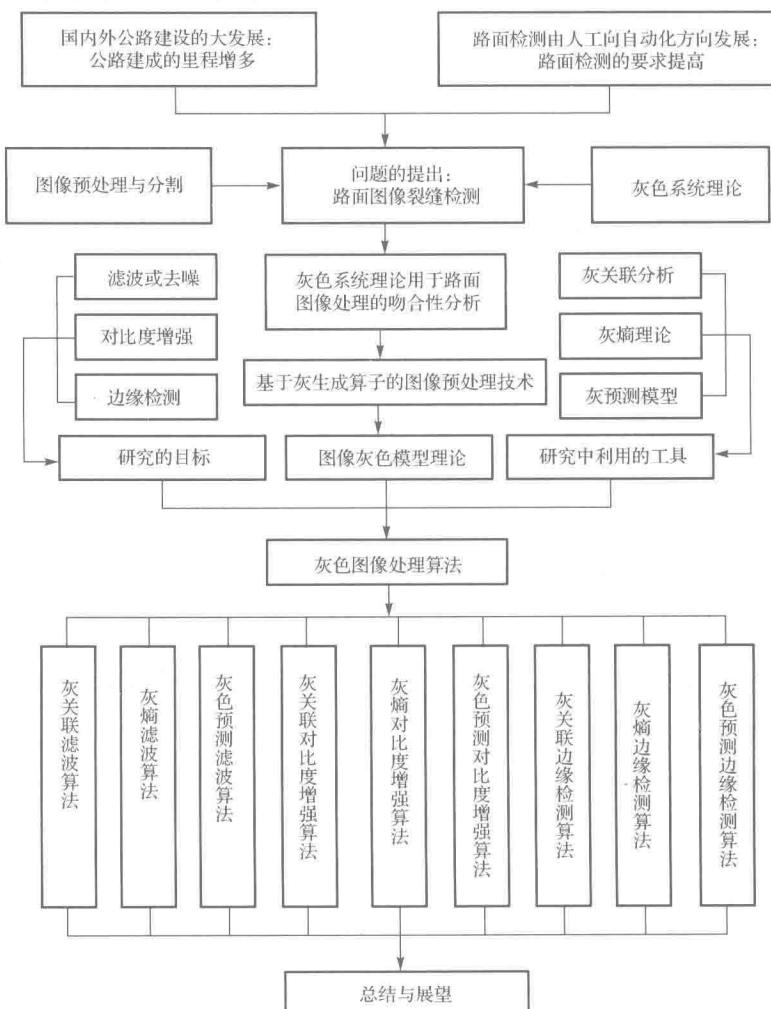
灰色系统理论应用到数字图像处理中的时间并不长，把它应用到路面图像裂缝检测中的做法鲜有报道。我国对路面自动检测设备和算法的研究起步晚于世界上主要的发达国家，目前研究的整体水平也滞后于发达国家，但是可喜的是研究的步伐已经迈开并且迅速发展。本书以蓬勃发展的灰色系统理论为工具，以日益庞大的灰色系统理论研究群体和日益强大的研究实力为背景，提出将灰色关联分析、灰熵理论、灰色预测模型等灰色系统理论知识应用到对路面裂缝图像的去噪或滤波、增强和边缘检测中，并与基本的数字图像处理技术、模糊数学等特殊工具相结合，旨在进一步提高路面图像的预处理与裂缝目标的分割效果，为蓬勃发展的中国交通公路事业的进步做出应有的贡献，也为让国人引以为豪的灰色系统理论进一步走向世界，得到更加广泛的研究人士的认知、认可和应用而不懈努力。

本书以当前公路建设过程中的路面裂缝自动检测技术为出发点，通过对路面图像特点的分析，挖掘出路面裂缝图像的灰色特性，将新兴的灰色系统理论知识应用到对路面图像的预处理与分割中，旨在提高路面图像的质量和目标检测效果，为路面裂缝图像的后期处理，即裂缝识别、自动测量与计算、裂缝分类等相关操作奠定基础。

本书的部分内容来源于作者多年来的科研项目成果与最新研究思想的总结。全书共分9章（外加1个附录）：第1章介绍了灰色系统理论概况以及本书所用的灰理论基础；

第2章从路面图像处理的起源和发展状况入手，论证了灰色系统理论应用到路面图像处理算法的可行性与吻合性；第3章对路面图像自动检测技术的概况与发展状况进行了综述，并介绍了图像滤波、对比度增强、边缘检测等主要算法的思想与结构；第4章探讨了基于灰生成算子的路面图像数据预处理技术；第5章研究了灰色图像关联分析、灰色图像关联熵、灰色图像预测模型为主的图像灰色模型；第6~8章则分别从灰色图像滤波、灰色图像对比度增强、灰色图像边缘检测三个方面详细地给出了十几种图像预处理与分割算法，探索了灰色系统理论在图像处理领域的应用；第9章对全书进行了简要的总结，同时提出了一些值得继续探讨的问题。由于本书主要研究了图像灰色模型的理论与算法，更侧重于灰色模型在图像处理算法中的实施与应用，所以本书的附录部分给出了算法实现的主要MATLAB代码，进一步增进了算法的完整性和可读性。

本书的主要内容和整体框架结构如下图所示。



本书由湖北工业大学理学院郑列和李刚一起策划、共同执笔和统一定稿，其中郑列负责第1~4章(约10万字)，李刚负责第5~9章和附录(约31.5万字)。本书的部分研究成果得到了国家自然科学基金项目“基于矩阵分析的灰序列生成预测建模及应用研究”(项目编号：70471019)、湖北省自然科学基金青年项目“路面裂缝图像的灰序列生成建模与边缘判决关键技术研究”(项目编号：2015CFB632)、湖北省自然科学基金项目“无标定视觉伺服机械手运动控制关键技术研究”(项目编号：2016CFB653)、湖北省教育厅科学技术研究计划优秀中青年人才项目“基于灰熵的路面图像裂缝检测算法研究”(项目编号：Q20111408)、湖北省教育厅重点项目“面向芯片贴装的显微视觉在线检测技术研究”(项目编号：D20151406)、湖北工业大学绿色工业科技引领计划项目“复杂工业过程建模与产品质量控制”(项目编号：ZZTS2017010)、现代制造质量工程湖北省重点实验室及湖北工业大学“产品质量工程”研究院联合开放基金“基于统计分析方法的产品质量预测控制研究”(项目编号：201608)等国家、省市和学校基金项目的支持。同时，本书的完成也得到了武汉理工大学理学院肖新平教授、桂预风教授，湖北工业大学机械工程学院孙国栋教授、胡新宇博士，湖北大学计算机与信息工程学院刘斌教授等的真诚帮助，在此一并致谢。

由于作者水平有限，书中难免存在不足之处，恳请广大读者、同行专家批评指正。

作　者

2017年4月于湖北工业大学

目 录

序

前言

第 1 章 灰理论基础	1
1.1 灰色系统理论概述	1
1.2 序列算子	2
1.3 灰色模型	5
1.3.1 灰色关联分析	5
1.3.2 灰熵理论	7
1.3.3 灰色预测模型	9
1.4 小结	11
第 2 章 路面图像灰色模型及其理论分析	13
2.1 路面图像处理的现实起源	13
2.2 路面图像裂缝检测与灰色图像处理算法的发展	15
2.2.1 路面图像裂缝检测算法	16
2.2.2 灰色关联分析在图像处理中的应用	21
2.2.3 熵理论在图像处理中的应用	24
2.2.4 灰色预测模型在图像处理中的应用	24
2.3 灰色系统理论与图像处理融合的理论分析	27
2.3.1 图像灰色模型	27
2.3.2 灰色系统理论用于路面图像处理的思路与实现	28
2.3.3 路面裂缝图像的灰色特性	31
2.3.4 路面图像处理算法中的灰性分析	33
2.3.5 灰色系统理论用于路面图像处理算法的可行性分析	34
2.4 小结	37
第 3 章 路面图像裂缝检测机理	38
3.1 路面自动检测系统概况	38
3.1.1 路面裂缝的起因分析	38
3.1.2 路面自动检测系统的产生与发展	39

3.1.3 路面自动检测的原理与过程	42
3.2 路面图像的预处理与分割	44
3.2.1 路面图像的滤波	44
3.2.2 路面图像的增强	45
3.2.3 路面图像的边缘检测	46
3.3 小结	47
第 4 章 基于序列算子的路面图像数据预处理技术	48
4.1 基于灰生成算子的数据修补技术	48
4.2 基于值域转换算子的数据变换技术	52
4.3 小结	53
第 5 章 图像灰色模型理论	54
5.1 灰色图像关联分析	54
5.2 灰色图像关联熵	57
5.3 灰色图像预测模型	58
5.4 小结	60
第 6 章 基于灰色系统理论的路面图像去噪算法	61
6.1 基于灰色图像关联度的路面图像加权均值滤波算法	61
6.1.1 传统的基于邓氏关联度的自适应均值滤波算法	62
6.1.2 基于灰关联中值滤波算法及其结果分析	64
6.1.3 改进算法的思想	65
6.1.4 改进算法的步骤	66
6.1.5 改进算法的结果及其分析	68
6.2 基于灰关联噪声自适应判别的路面图像去噪算法	75
6.2.1 基于灰色绝对关联度的图像滤波算法	76
6.2.2 改进算法的思想	77
6.2.3 改进算法的步骤	77
6.2.4 改进算法的结果及其分析	80
6.3 基于灰熵的路面图像加权均值滤波算法	84
6.3.1 算法的思想和实现机理	85
6.3.2 算法的实现步骤	85
6.3.3 算法的结果及其分析	87
6.4 基于灰熵噪声判别的路面图像开关中值滤波算法	93
6.4.1 算法的思想	93

6.4.2 算法的步骤	94
6.4.3 算法的结果及分析	97
6.5 基于灰色预测模型的路面图像复合滤波算法	106
6.5.1 基于 GM(1,1)模型的非线性滤波器	107
6.5.2 改进算法的思想	110
6.5.3 算法的具体步骤	110
6.5.4 算法的实现结果及其分析	113
6.6 小结	120
第 7 章 基于灰色系统理论的路面图像边缘检测算法	122
7.1 基于灰色关联分析的路面图像边缘检测算法	123
7.1.1 传统的基于灰色关联度的图像边缘检测算法	123
7.1.2 改进算法的思想	124
7.1.3 改进算法的步骤	124
7.1.4 改进算法的结果及其分析	127
7.2 基于灰关联熵阈值选取的路面图像边缘检测算法	128
7.2.1 算法的思想	129
7.2.2 算法的步骤	129
7.2.3 算法结果及其分析	131
7.3 基于局部纹理分析与灰熵判别的路面图像边缘检测算法	134
7.3.1 算法的主要思想	134
7.3.2 算法的步骤	134
7.3.3 算法的结果及其分析	138
7.4 基于 GM(1,1,C)的路面图像边缘检测算法	140
7.4.1 算法的思想	141
7.4.2 算法的具体实现步骤	144
7.4.3 算法的实现结果及其分析	146
7.5 不同灰色预测模型在路面图像边缘检测中的应用与比较分析	148
7.5.1 算法的思想	148
7.5.2 算法的步骤和过程	149
7.5.3 算法的结果及其分析	152
7.6 小结	160
第 8 章 基于灰色系统理论的路面图像增强算法	162
8.1 基于灰色关联分析的路面图像局部对比度增强算法	162
8.1.1 传统的图像对比度增强算法	163

8.1.2	基于模糊对比度的图像增强算法	164
8.1.3	基于简化模糊对比度的图像增强算法	165
8.1.4	改进算法的思想	167
8.1.5	改进算法的步骤	169
8.1.6	改进算法的优点及其结果分析	171
8.2	基于灰色关联度增强指数的路面图像局部对比度增强算法	174
8.2.1	算法的思想	174
8.2.2	算法的步骤	175
8.2.3	算法的结果及其分析	176
8.3	基于灰熵增强指数的路面图像局部对比度增强算法	179
8.3.1	基于灰熵放大系数的模糊对比度增强算法	179
8.3.2	算法的思想	181
8.3.3	算法的实现步骤	181
8.3.4	算法的结果及其分析	183
8.4	基于灰熵边缘测度的路面图像模糊对比度增强算法	186
8.4.1	算法的思想	187
8.4.2	算法的步骤与结构	187
8.4.3	算法的仿真实验结果及其分析	190
8.5	基于 GM(1,1) 幂指数动态判决的路面图像对比度增强算法	192
8.5.1	算法的思想	193
8.5.2	算法步骤	193
8.5.3	算法的仿真实验结果及其分析	196
8.6	基于离散灰色预测模型多方向边缘判决的图像对比度增强算法	199
8.6.1	算法的思想	199
8.6.2	算法的步骤与过程	199
8.6.3	算法的结果及其分析	203
8.7	基于邻域向心预测的路面图像对比度增强算法	205
8.7.1	算法的思想	206
8.7.2	算法的具体步骤	207
8.7.3	算法的仿真实验结果及其分析	210
8.8	小结	213
第 9 章	若干值得进一步探讨的问题	214
参考文献		218
附录	主要章节算法实现的 MATLAB 源程序核心代码	231

第1章 灰理论基础

随着现代交通装备事业的发展，对路面图像的高速获取和实时检测已经不再是一个难题。在对路面图像的实时处理中，除了利用硬件设备提高检测效率和效果，各种软件系统也相继被开发出来。除了经典的概率统计、偏微分方程、随机分析理论，小波分析、数学形态法、粗糙集理论、神经网络、模糊理论等一些新兴的学科分支交相辉映，结合各种理论的智能算法在信息处理界形成百花齐放的格局。鉴于路面检测要求高速处理和实时判决的特点，正好与灰色系统理论擅长“少数据、贫信息”建模的优点相吻合，本书将灰色系统理论应用到路面图像的检测和处理算法中。由于灰色系统理论目前是一个庞大的体系，本章不可能面面俱到地阐述所有的基础理论，只能选取几个在本书中将直接应用的知识点进行介绍，以便为后面算法中的应用作铺垫。

1.1 灰色系统理论概述

灰色系统理论是 20 世纪 80 年代由华中科技大学邓聚龙首创的^[1]。之后几十年里，灰色系统理论取得了飞速发展。它是一门由中国学者创立，主要在中国高速发展，并引起全世界的众多学者和专家关注与参与的一门新科学。目前，国内外众多的学术单位和创新团队加入了研究灰色系统理论的热潮。华中科技大学、南京航空航天大学、武汉理工大学、西北工业大学、武汉大学、陕西师范大学等众多大学与科研院所的硕士生和博士生正在进行卓有成效的研究。从最近几年举办的灰色系统理论国际会议的参会情况来看，灰色系统理论吸引了全世界很多学者的热烈讨论和积极参与；从参会人员的学科组成与分布来看，有经济、金融、机械、电子、生物、化工、材料、交通、水利水电、石油、矿产等，几乎遍布了所有的学科领域。由此可见，灰色系统理论使用范围的广泛性与深入性。世界上已经有专门的杂志（1989 年创办于英国的 *The Journal of Grey System*、2010 年英国著名 Emerald 出版集团创办新的期刊 *Grey Systems: Theory and Application* 等）来报道灰色系统理论最新的研究进展和学术概况。一大批学术专著和论文、教材等刊物也为灰色系统理论的发展注入了持续的活力和动力，其中，比较有影响力的有邓聚龙撰写的《灰理论基础》、刘思峰等撰写的《灰色系统理论及其应用（第 7 版）》^[2]、肖新平等撰写的《灰技术基础及其应用》^[3]、《灰预测与决策方法》^[4]等。目前，在中国知网（CNKI）等国内知名数据库中，关于灰色系统理论的论文已经引起了较大反响和较高的文献引用量。在 EI、SCI 等国际著名论文收录数据库中，关于

灰色系统理论的相关论文也引起了越来越多国际同行、专家和学者的关注与认可。以灰色系统理论为主题的国际会议、国内会议也引起了广大学者的热情参与和积极响应。2015年8月，由IEEE灰色系统委员会、中国优选法统筹法与经济数学研究会灰色系统专业委员会发起，南京航空航天大学和英国De Montfort大学承办的第5届IEEE灰色系统与智能服务国际会议(The 5th IEEE International Conference on Grey Systems and Intelligent Services (IEEE GSIS))在英国De Montfort大学召开；2016年4月，第28届全国灰色系统学术会议在武汉理工大学成功举行。2004年西北工业大学的谢松云获批国家自然科学基金“基于灰色系统理论和机器学习的脑功能图像处理新方法和新技术研究”，2008年陕西师范大学的马苗获批国家自然科学基金“基于灰色理论的SAR图像分割及其效果评价方法研究”，这意味着灰色系统理论在图像处理中的应用已经得到了国家层面的基金项目支持。所有这些都说明了灰色系统理论正引起广泛的关注和广大学者孜孜不倦的投入，是一门正在迅速发展、具有光明发展前景的新兴学科。

概率统计、模糊数学、灰色系统理论是三种典型的不确定性系统研究方法和科学。概率统计的基础是康托尔集，是为了解决样本数据多但是缺乏明显数据分布规律的“大样本不确定性”问题的工具；而模糊数学的基础是模糊集，处理“认知不确定性”问题；有别于传统的不确定性理论(概率统计、模糊数学)，灰色系统理论的基础是灰朦胧集，以善于“少数据、贫信息”的建模而得到飞速发展，即灰色系统理论是为了处理“少数据不确定性”问题而提出的；由此可见，三者的研究对象不同，因而处理方法也将不同。

灰概念的本质在于“灰性”，是一种介于“黑”和“白”之间的过渡性；是指信息部分确定、部分不确定、部分完全确定、部分不完全确定的灰色系统；从运行机制上来看，它的结构、关系、模型、认知都是灰的。灰色系统理论的概念和定义包括灰数、灰数灰度的公理化定义、平射、序列、灰生成、灰靶理论等。

最后，我们要特别指出的是，灰色系统理论是中国学者首创的新的学科分支，除了邓聚龙，刘思峰、党耀国、肖新平等，还有一大批学者坚持奋战在灰色系统理论的科研和教学一线，兢兢业业、刻苦攻关，为灰色系统理论的成长壮大做出了卓越的贡献。

1.2 序列算子

对序列算子的讨论和研究在最近几年得到了越来越多的学者的重视^[2]。灰色系统理论的原理告诉我们，尽管客观世界的表象复杂、数据离乱，但是作为现实存在的一个整体来看，总有一定的客观内在规律隐藏其中，只是这种规律以一种不那么显性的方式存在着。我们研究序列算子的目的就是要利用各种灰生成的手段或途径，弱化灰色系统理论的不确定性，呈现和放大灰色系统内在的规律性。序列算子就是灰色生成的工具，主要用于挖掘信息系统内部的规律。

目前国内对序列算子的研究比较有名的除了华中科技大学的邓聚龙提出的开创性的初值化算子、均值化算子、区间值化算子、紧邻均值生成算子、累加生成算子、累减生成算子等，南京航空航天大学刘思峰课题组对这一问题的研究进一步将它推向了深入发展。目前级比生成、光滑比生成也用来处理序列端点值的生成，还有一些灰色生成的方式来进行缺省数据的填补。只要经过修理的数据更有利于灰色建模，我们就可以说这种灰色生成的方式是可行的。

南京航空航天大学的谢乃明、关叶青分别在其硕博士论文^[5,6]中分析了序列算子在灰色模型的预处理、灰生成及灰建模过程中的机理与作用，并对数乘变换算子、冲动扰动系统与缓冲算子、数据空穴与均值生成算子等灰生成序列的特性进行了深入的探讨，这些理论上的积累为结合图像纹理信息对新灰生成算子的定义与推导提供了样本与参照；肖新平、宋中民、李峰在著作《灰技术基础及其应用》中对灰生成技术的应用也提到“如果原始序列呈现递增趋势，采用传统累加生成；当呈现递减趋势时，可以采用反向累加生成对其进行变化”，这为结合原始序列特性合理使用灰生成算子打下了良好的基础。

序列算子的作用可以使得灰色序列的数据更加光滑，可以使得原始序列更适合灰色建模，这种对数据的加工技术可以进一步提高模型的精度，并扩大灰色模型的使用范围，使得灰色建模的对象不再狭隘地局限于某一类很显式地呈现指数规律性的数据序列，也就是说，哪怕原始序列最开始是无序可循的，如果经过序列算子的预处理能够建模，则这类数据适用于灰色系统理论建模。由此可见，对序列算子的研究意义不可小觑。

先来看一下目前比较常见的几大类算子的定义和内容。

定义 1.1^[2] 设序列

$$X = (x(1), x(2), \dots, x(k), x(k+1), \dots, x(n))$$

$x(k)$ 与 $x(k+1)$ 为 X 的一对紧邻值， $x(k)$ 称为前值， $x(k+1)$ 称为后值，若 $x(n)$ 为新信息，则对任意 $k \leq n-1$ ， $x(k)$ 称为老信息。

定义 1.2^[2] 设序列 X 在 k 处有空穴，记为 $\varphi(k)$ ，即

$$X = (x(1), x(2), \dots, x(k-1), \varphi(k), x(k+1), \dots, x(n))$$

则称 $x(k-1)$ 和 $x(k+1)$ 为 $\varphi(k)$ 的界值， $x(k-1)$ 为前界， $x(k+1)$ 为后界，当 $\varphi(k)$ 由 $x(k-1)$ 和 $x(k+1)$ 生成时，称生成值 $x(k)$ 为 $[x(k-1), x(k+1)]$ 的内点。

定义 1.3^[2] 设 $x(k)$ 和 $x(k-1)$ 为序列 X 中的一对紧邻值，若有

- (1) $x(k-1)$ 为老信息， $x(k)$ 为新信息；
- (2) $x^*(k) = \alpha x(k) + (1 - \alpha)x(k-1), \alpha \in [0, 1];$

则称 $x^*(k)$ 为由新信息和老信息在生成系数(权) α 下的生成值，当 $\alpha > 0.5$ 时，称 $x^*(k)$ 的生成是“重新信息、轻老信息”生成；当 $\alpha < 0.5$ 时，称 $x^*(k)$ 的生成是“重老信息、轻新信息”生成；当 $\alpha = 0.5$ 时，称 $x^*(k)$ 的生成是非偏生成。

定义 1.4^[2] 设序列 $X = (x(1), x(2), \dots, x(k-1), \varphi(k), x(k+1), \dots, x(n))$, 为在 k 处有空穴 $\varphi(k)$ 的序列, 而 $x^*(k) = 0.5x(k-1) + 0.5x(k+1)$ 为非紧邻均值生成数, 用非紧邻均值生成数填补空穴所得的序列称为非紧邻均值生成序列。

当 $x(k+1)$ 为新信息时, 非紧邻均值生成是新老信息等权的生成。在信息缺乏难以衡量新老信息对 $x(k)$ 的影响程度时, 往往采用等权生成。

定义 1.5^[1] 设序列 $X = (x(1), x(2), \dots, x(n))$, 若

$$x^*(k) = 0.5x(k) + 0.5x(k-1)$$

则称 $x^*(k)$ 为紧邻均值生成数。由紧邻均值生成数构成的序列称为紧邻均值生成序列。

在 GM 建模中, 常用紧邻信息的均值生成。它是以原始序列为基础构造新序列的方法。

在灰色关联分析中, 我们要求序列的量纲处于同一个数量级以便于进行比较, 需要对所有的序列实施初值化算子, 从而得到初值像序列。

定义 1.6^[1] 设 $X_i = (x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(n))$ 为因素 X_i 的行为序列, D_1 为序列算子, 且 $X_i D_1 = (x_i(1)d_1, x_i(2)d_1, \dots, x_i(n)d_1)$, 其中 $x_i(k)d_1 = x_i(k)/x_i(1); k = 1, 2, \dots, n$, 则称 D_1 为初值化算子, X_i 为原像, $X_i D_1$ 为在初值化算子 D_1 下的像, 简称初值像。

定义 1.7^[1] 设 $X_i = (x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(n))$ 为因素 X_i 的行为序列, D_2 为序列算子, $X_i D_2 = (x_i(1)d_2, x_i(2)d_2, \dots, x_i(n)d_2)$, 其中 $x_i(k)d_2 = \frac{x_i(k)}{\bar{X}_i}, \bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i(k), k = 1, 2, \dots, n$,

则称 D_2 为均值化算子, $X_i D_2$ 为 X_i 在均值化算子 D_2 下的像, 简称均值像。

定义 1.8^[1] 设 $X_i = (x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(n))$ 为因素 X_i 的行为序列, D_3 为序列算子, 且 $X_i D_3 = (x_i(1)d_3, x_i(2)d_3, \dots, x_i(n)d_3)$, 其中 $x_i(k)d_3 = \frac{x_i(k) - \min x_i(k)}{\max x_i(k) - \min x_i(k)}, k = 1, 2, \dots, n$,

则称 D_3 为区间值化算子, $X_i D_3$ 为 X_i 在区间值化算子 D_3 下的像, 简称区间值像。

命题 1.1^[2] 初值化算子 D_1 、均值化算子 D_2 和区间值化算子 D_3 皆可以使系统行为数据序列无量纲化, 且在数量上归一。一般地, D_1 、 D_2 、 D_3 不宜混用、重叠作用。实际使用时, 应该根据实际情况选用其中一个。

定义 1.9^[1] 设 $X_i = (x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(n)), x_i(k) \in [0, 1]$ 为因素 X_i 的行为序列, D_4 为序列算子, 且 $X_i D_4 = (x_i(1)d_4, x_i(2)d_4, \dots, x_i(n)d_4)$, 其中 $x_i(k)d_4 = 1 - x_i(k), k = 1, 2, \dots, n$, 则称 D_4 为逆化算子, $X_i D_4$ 为行为序列 X_i 在逆化算子 D_4 下的像, 简称逆化像。

命题 1.2^[2] 任意行为序列的区间值像有逆化像。一般来说, 区间值像中的数据皆属于 $[0, 1]$ 区间, 故可以定义逆化算子。

定义 1.10^[1] 设 $X_i = (x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(n))$ 为因素 X_i 的行为序列, D_5 为序列算子, 且 $X_i D_5 = (x_i(1)d_5, x_i(2)d_5, \dots, x_i(n)d_5)$, 其中 $x_i(k)d_5 = 1/x_i(k), x_i(k) \neq 0, k = 1, 2, \dots, n$,

$2, \dots, n$ ，则称 D_5 为倒数化算子， $X_i D_5$ 为行为序列 X_i 在逆化算子 D_5 下的像，简称倒数化像。

命题 1.3^[2] 若系统因素 X_i 与系统主行为 X_0 呈负相关关系，则 X_i 的逆化算子作用像 $X_i D_4$ 和倒数化作用像 $X_i D_5$ 与 X_0 具有正相关关系。

定义 1.11^[2] 称 $D = \{D_i | i=1,2,3,4,5\}$ 为灰色关联算子集。

定义 1.12^[2] 设 X 为系统因素集合， D 为灰色关联算子集，称 (X, D) 为灰色关联因子空间。

以上是关于序列算子的比较常见的定义和概念，它们共同搭建了灰生成算子的空间体系。研究和利用好灰生成算子，并进一步开拓灰生成算子的分支体系，对于提高建模的精度和水平、扩大灰色模型的使用范围、呈现客观世界的内在规律性具有重要意义。

1.3 灰色模型

在灰色系统理论中，比较常见的灰色模型主要有灰色关联分析模型和灰色预测模型。这两大模型的用途不一样，建模的要求和使用范围、目的也不一样。但是，有的时候也有结合这两大模型处理同一个问题的不同方面。灰熵模型延续了信息熵、模糊熵等模型相关概念的一些元素，但是又融进了灰色理论的精髓，使得灰熵具备了更加强大的功能和作用。严格来说，前面介绍的序列算子也应当属于灰色模型的一个组成部分，只是由于序列算子在灰色生成过程中的作用特殊，同时在功能模块上又有一定的独立性，所以单独作为一节进行介绍也是为了引起大家的重视。为了不至于太多重复，本节在介绍灰色模型的数据预处理部分时，直接给出相关做法和步骤，不再过多重复序列算子的作用机理和意义。

1.3.1 灰色关联分析

作为用来衡量灰色系统内部各因素之间的相互关系的一个重要工具，灰色关联分析正成为灰色系统理论体系中一个十分重要的概念和部分。目前灰色关联分析正广泛应用于经济、金融、机械、电子、生物、化工等各行各业的统计与分析中。灰色关联分析自身的理论也在完善和发展中，从邓聚龙提出邓氏关联度开始，据不完全统计，目前已经有大约 20 种灰色关联分析模型被提出来，针对灰色关联模型的规范性、整体性、偶对称性、接近性的讨论和证明从来就没有停止过。与传统方法相比，灰色关联模型具有以下三个优点^[7]：①不需要大量的样本数据；②不需要知道系统的具体统计规律；③不需要考虑各因素的独立性。此外，容易建模和分析能力强也是灰色关联分析受欢迎的一个因素。