

THE ART OF INSIGHT
IN SCIENCE AND ENGINEERING
MASTERING COMPLEXITY

科学与工程中的 洞察力

如何把握复杂性

[美] 桑乔伊·马哈詹 (Sanjoy Mahajan) ◎ 著
潘子欣 徐建军 ◎ 译

 上海科学技术出版社
SHANGHAI SCIENTIFIC & TECHNICAL PUBLISHERS

科学与工程中的洞察力

——如何把握复杂性

[美] 桑乔伊·马哈詹(Sanjoy Mahajan) 著

潘子欣 徐建军 译

上海科学技术出版社

.....
图书在版编目(CIP)数据

科学与工程中的洞察力：如何把握复杂性 / (美) 桑乔伊·马哈詹(Sanjoy Mahajan)著；潘子欣，徐建军译.—上海：上海科学技术出版社，2017.8

ISBN 978 - 7 - 5478 - 3597 - 5

I. ①科… II. ①桑… ②潘… ③徐… III. ①思维方法—通俗读物 IV. ①B804 - 49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 140780 号
.....

Original title: The Art of Insight in Science and Engineering by Sanjoy Mahajan

© 2014 Sanjoy Mahajan

Published by The MIT Press

Translation copyright © 2017 by Shanghai Scientific & Technical Publishers

All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or by any information storage and retrieval system, without permission in writing from the Publisher.

科学与工程中的洞察力

——如何把握复杂性

[美] 桑乔伊·马哈詹(Sanjoy Mahajan) 著

潘子欣 徐建军 译

上海世纪出版股份有限公司 出版
上海科学技术出版社

(上海钦州南路 71 号 邮政编码 200235)

上海世纪出版股份有限公司发行中心发行

200001 上海福建中路 193 号 www.ewen.co

苏州望电印刷有限公司印刷

开本 787×1092 1/16 印张 25.5

字数 360 千字

2017 年 8 月第 1 版 2017 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 978 - 7 - 5478 - 3597 - 5/N · 124

定价：78.00 元

.....
本书如有缺页、错装或损坏等严重质量问题，请向工厂联系调换

序

科学与工程,我们理解和改变这个世界的现代方式,被认为是关于准确性及精确性的学问。然而,能让我们更好把握所处世界的复杂性的是日积月累培养出的洞察力,而非精确性。

我们需要洞察力是因为我们的大脑不过是这个世界的一小部分。洞察力会将知识的碎片整合成适合大脑的一个简单图像。但是精确性会使大脑储存发生溢出,冲刷掉洞察力所带来的理解。本书将告诉你如何构建洞察和理解,从而避免被淹没在复杂之中。

因此,我们所使用的方法不是严格的。严格(rigor)很容易变成僵尸(rigor mortis),分析(analysis)变成无能(paralysis)。放弃严格,我们来研究自然的和人为的世界,即科学和技术的世界。因此,对于物理学概念,诸如力、功率、能量、电荷和场,你需要有一些(并非很多)理解。书中尽可能少用数学,大部分是代数和几何,有一些三角,很少涉及微积分,因此数学将会提高而不是阻碍我们的洞察和理解,并使得问题的解决更容易。目的是帮助你把握复杂性,于是没有问题能吓倒你。

正如我们生活中所有重要的事件一样,无论婚姻还是职业,我进入这个领域在很大程度上不是事先计划好的。作为一名研究生,我人生中的第一个科研报告是给同学们介绍视网膜圆柱细胞中的化学反应。我只能通过近似使化学混沌变得有意义。在同一年,我办公室的同事卡洛斯·布罗迪(Carlos Brody)对孪生素数的分布感到好奇。所谓孪生素数,指相差为2的两个素数,如3和5,11和13等。没有人确切知道孪生素数的分布。作为一个懒惰的物理学家,我用素数的概率模型近似回答了卡洛斯的问题^[1]。这里又一次看到,近似促进了问题的理解。

作为一个物理学研究生,我需要准备研究生资格考试。同时,我担任

“数量级物理学”(Order-of-Magnitude Physics)课程的助教。在3个月内,通过准备资格考试和对课程进行备课,我在这段时间所学到的物理比我整个大学本科阶段学到的都要多。物理教学和学习有很大的改进空间——近似和洞察可以弥补这些不足。

感谢我的老师们,我将本书献给卡弗·米德(Carver Mead),他给我的指导是不可替代的;献给彼得·戈德赖希(Peter Goldreich)和斯特尔·菲尼(Sterl Phinney),他们在加州理工学院开设了“数量级物理”这门课程。从他们身上我学到了进行简化和洞察的勇气——这是一种我期望能教会你的勇气。

我曾经在剑桥大学和麻省理工学院开设“近似的艺术”(Art of Approximation)课程很多年,这是由物理学和工程中的一些课题构成的课程。课程的内容限制了材料的一般性:除非你成为广义相对论的专家,否则一般不会再去研究引力理论。然而,在估算引力场使星光偏折多少(5.3.1节)中所学会的分析工具的运用远远不局限于这一个例子。工具比课题本身更一般,更有用。

因此,我围绕分析工具重新设计了“近似的艺术”这门课程。这种我在麻省理工学院和欧林工程学院使用过的方式已经反映在本书中——通过每章教你一种工具的方式来帮助你构建洞察力和把握复杂性。

把握复杂性的方式有两大类:组织复杂性(第一篇)和忽略复杂性(第二篇和第三篇)。组织复杂性,即第一篇的主题,通过两种工具来教你:分而治之法(第1章)及抽象(第2章)。

忽略复杂性(第二篇和第三篇)体现了“聪明的艺术就是知道什么是可以被忽略的艺术”^[2]这一理念。第二篇中,在不丢失信息的情况下,复杂性被忽略。这部分包含三种工具:对称性与守恒(第3章),正比分析(第4章)和量纲分析(第5章)。第三篇中,复杂性被忽略,伴随着信息丢失。这部分包含最后4种工具:团块化(第6章),概率分析(第7章),简单案例(第8章)和弹簧模型(第9章)。

利用这些工具,我们可以探索自然的和人为的世界。我们将估算鸟和飞机的飞行距离,化学键的强度以及太阳偏折星光的角度;理解钢琴、木琴和话筒的物理;解释为什么天空是蓝的而夕阳是红的。我们所用到

的工具把这些和其他许多例子编织成了一幅有意义的科学和工程挂毯^[3]。

最好的教师应该是一个技艺精湛的导师^[4]。一个好的导师很少下结论,而是问你问题,因为质疑、探究和讨论会促进持久性的学习。为了帮助你掌握工具,两种类型的问题会在书中出现。

1. 用▶标记的问题。这类问题,教师可以在教学过程中提问,要求你在讨论中将其发展到下一步。这些问题会在接下来的叙述中得到答案,这时你可以检验你的思考。

2. 用阴影背景标记的带有编号的问题。这些问题教师会作为家庭作业,让你用来练习工具的使用,例子的推广,几种工具的综合使用,甚至让你解决一个特殊的悖论。只是观看制作好的健身视频几乎不会有健身效果。所以,多多尝试这两种类型的问题。

经过努力,复杂性就能被把握,并且会有更广泛的作用。正如物理学家埃德温·杰恩斯(Edwin Jaynes)*关于教学所说的一段话^[5]:

教学的目的是把教师现在知道的每一个事实都灌输到学生的头脑中去,而是把思考的方式教给学生,使得学生在将来能够用一年的时间就学会教师用两年时间才学会的东西。只有这样,我们才能持续不断地一代比一代更进步。

希望本书介绍的工具能帮助你推动这个世界,使它变得比我们这一代人留下的世界更进步。

致谢

除了前面已经提到的,我还要感谢下列人士和机构对我的热情帮助。

感谢我的家人——Juliet Jacobsen, Else Mahajan, Sabine Mahajan——的鼓励,宽容和给予我的动力。

* 美国物理学家,对热力学、统计物理以及概率论有重要贡献。——译者注

感谢 Tadashi Tokieda 对手稿的全面审读和对每一页的改进。(任何剩下的错误都是我之后加上的。)

感谢 Larry Cohen, Hillary Rettig, Mary Carroll, Moore, Kenneth Atchity[《作家的时间》(*A Writer's Time*)^[6]的作者]在写作过程中的建议。

感谢 Robert Prior 很多年来在编辑方面对我的指导。

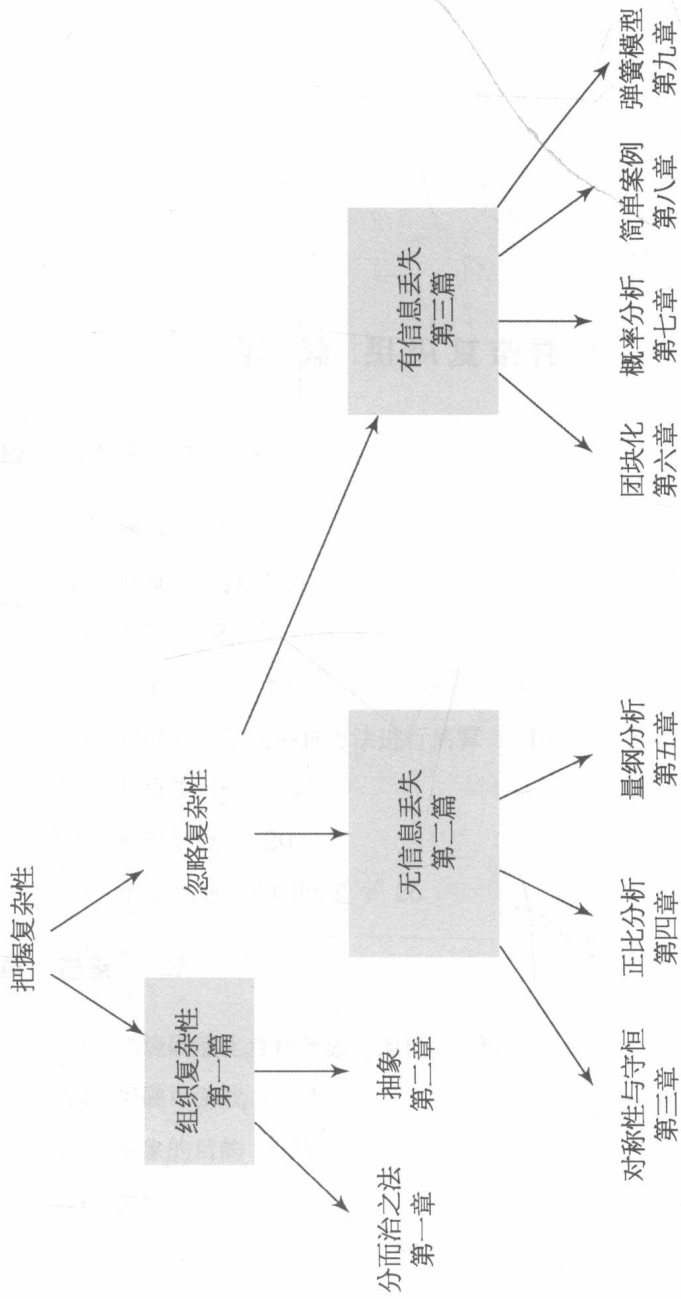
感谢 Dap Hartmann, Shehu Abdussalam, Matthew Rush, Jason Manuel, Robin Oswald, David Hogg, John Hopfield, Elisabeth Moyer, R. David Middlebrook, Dennis Freeman, Michael Gottlieb, Edwin Taylor, Mark Warner, 以及这些年来的众多学生给予我的宝贵建议和讨论。

感谢 Hans Hagen, Taco Hoekwater, 及 ConTEXt 用户社区 (ConTEXt 和 LuaTEX); Donald Knuth (TEX); Taco Hoekwater 和 John Hobby (MetaPost); John Bowman, Andy Hammerlindl 及 Tom Prince (Asymptote); Matt Mackall (Mercurial); Richard Stallman (Emacs); 以及 Debian GNU/Linux 项目提供的用于文稿排版的免费软件。

感谢 Sacha Zyto 和 David Karger 提供的协同文档注释系统。

感谢加州理工学院, 这是一个让研究生思考、探索、学习的美好地方。

感谢惠特克生物学工程基金会, 赫兹基金会, 盖茨比慈善基金会, 剑桥大学圣体学院的院长和院士们。还感谢欧林工程学院及其 Intellectual Vitality 项目, 以及麻省理工学院数字化学习办公室和电子工程与计算机科学系对我的科学和数学教育工作的支持。



全书内容结构图

目 录

序

第一篇 组织复杂性

第 1 章 分而治之法 / 3

- 1.1 热身 / 3
- 1.2 铁路与公路 / 6
- 1.3 树图 / 7
- 1.4 需求估算 / 10
- 1.5 对同一个量用多种方法进行估算 / 16
- 1.6 与直觉对话 / 17
- 1.7 物理估算 / 20
- 1.8 小结和进一步的问题 / 26

第 2 章 抽象 / 27

- 2.1 燃烧碳氢化合物释放的能量 / 28
- 2.2 扔硬币游戏 / 32
- 2.3 抽象的目的 / 35
- 2.4 类比 / 37
- 2.5 小结及进一步的问题 / 54

第二篇 忽略复杂性且无信息丢失

第3章 对称性与守恒 / 59

- 3.1 不变量 / 59
- 3.2 从不变性到对称操作 / 68
- 3.3 物理对称 / 76
- 3.4 黑箱模型与守恒量 / 78
- 3.5 能量守恒与阻力 / 87
- 3.6 飞行 / 97
- 3.7 小结及进一步的问题 / 103

第4章 正比分析 / 106

- 4.1 人口标度 / 106
- 4.2 找出标度指数 / 107
- 4.3 流体力学中的标度指数 / 120
- 4.4 数学中的标度指数 / 127
- 4.5 二维中的对数标度 / 131
- 4.6 优化飞行速度 / 132
- 4.7 小结及进一步的问题 / 140

第5章 量纲 / 142

- 5.1 无量纲量 / 144
- 5.2 一个独立的无量纲量 / 153
- 5.3 更多的无量纲量 / 159
- 5.4 温度和电荷 / 174
- 5.5 原子,分子和材料 / 185
- 5.6 小结和进一步的问题 / 204

第三篇 忽略复杂性时有信息丢失

第6章 团块化 / 213

- 6.1 近似! / 213
- 6.2 对数标度的取整 / 214
- 6.3 典型值或特征值 / 218
- 6.4 将团块化用于形状 / 227
- 6.5 量子力学 / 245
- 6.6 小结及进一步的问题 / 251

第7章 概率分析 / 253

- 7.1 作为可信度的概率: 贝叶斯概率 / 253
- 7.2 合理的范围: 为何分而治之法有效 / 257
- 7.3 无规行走: 黏滞性与热流 / 267
- 7.4 无规行走的输运 / 283
- 7.5 小结和进一步的问题 / 298

第8章 简单案例 / 301

- 8.1 热身 / 301
- 8.2 两区域 / 303
- 8.3 三区域 / 313
- 8.4 两个无量纲量 / 330
- 8.5 小结及进一步的问题 / 334

第9章 弹簧模型 / 340

- 9.1 键弹簧 / 340
- 9.2 能量分析 / 345
- 9.3 产生声、光及引力辐射 / 355

9.4 辐射的效应：蓝天与红日 / 370

9.5 小结及进一步的问题 / 378

最后的话：长期持久的学习 / 383

参考文献 / 385

索引 / 389

第一篇

组织复杂性



当面对一团乱麻时，你不可能发现很多线索。你需要将其重新组织。举常见的例子来说，如果这是你的书桌，或者是晚宴后的厨房，你可能从一个角落开始清理，然后移到下一个区域。你所应用的正是分而治之法(第1章)。

进而，在你书桌的每一个区域，你很可能并不是将所有的文件材料随意地放在一个文件夹中，你会按照不同的主题将它们归档。在你的厨房，你会将银器和瓷器分开摆放。在银器类中，你又会将叉和勺分开。在进行这些高级分类时，你应用的正是抽象化的分析工具(第2章)。

利用这两种工具，我们就能组织并把握复杂性。

第 1 章

分而治之法

正如帝国的统治者深谙的道理，不必一下子征服所有的敌人，而是应该逐一征服他们，你可以将一个难题分解为一些小的、可以处理的问题。这个过程体现了我们的第一个分析工具：分而治之法！

1.1 热身

我们将通过一系列复杂程度逐渐增加的问题来说明如何使用这个工具。从日常生活中的估算开始吧。

► 一元纸币的体积近似是多少？

体积是难以估算的，但是，我们仍然应该作一快速的估算。即使一个不太精确的估算，也将帮助我们建立进行实践的勇气。并且，将我们的估算与更精确的估算比较将帮助我们校准我们内部的测量基准。为了逼自己，我常常想像有一个抢劫犯拿着一把刀顶着我的肋部，要求道，“快给出你的估算，不然要你的命！”于是我就判断一元纸币的体积很可能在 0.1 和 10 厘米³ 之间。

这个估算范围有点宽，最大、最小估值相差达到 100 倍。作为对比，一元纸币的宽度大概在 10 到 20 厘米之间——这只有 2 倍的差别！体积的估算范围要大于宽度的估算范围，因为我们并没有一把类似的可以直接量体积的“尺”，所以相对长度而言，我们对体积的估算较为陌生。幸运的是，纸币的体积是三个长度的乘积：

$$\text{体积} = \text{长度} \times \text{宽度} \times \text{厚度} \quad (1.1)$$

难以估算的体积变成了相对容易的对三个长度的估算——这就是分而治

之法的好处。

前两个长度的估算不难。长度看上去在 6 英寸或 15 厘米左右,宽度看上去大概 2 到 3 英寸,或大概 6 厘米。在继续对第三个尺度估算之前,我们先来讨论单位的问题。

► 用英制好还是用公制好?

在估算的时候使用对你来说更为直观的单位,你的估算结果将更为准确。因为从小在美国长大,我判断长度更多的是用英寸、英尺、英里而不是用厘米、米、公里。但在需要用到乘除法计算的时候——大多数计算会用到乘除法——我会将英制转换为公制(最后常常会再转换到英制)。但你可能幸运地只需用公制来思考,因而可以只在一种单位制中进行估计和计算。

分而治之法的第三个量——厚度,是难以判断的。一张纸币是很薄的,只有一张纸那么薄。

► 但是“一张纸的厚度”究竟是多少呢?

这个厚度太小了,很难有直观的把握,不容易判断。但是一叠几百张纸币的厚度就容易把握了。手头没有那么多纸币,我就用纸代替。一包纸,有 500 张,大约有 5 厘米厚。于是,一张纸的厚度大概是 0.01 厘米。有了对厚度的估算,纸币的体积近似为 1 厘米³:

$$\text{体积} \approx \underbrace{15 \text{ cm}}_{\text{长度}} \times \underbrace{6 \text{ cm}}_{\text{宽度}} \times \underbrace{0.01 \text{ cm}}_{\text{厚度}} \approx 1 \text{ cm}^3. \quad (1.2)$$

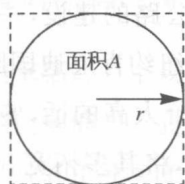
尽管更加细致的计算甚至可以考虑到纸币和普通纸张的纸质不同,也可以考虑纸张的平整度等,但这些细节反而会使主要结果变得模糊:一元纸币其实就是将 1 厘米³的东西砸平后的样子。

为了验证刚才的估算,我用尽手指的力气将一元纸币折叠成大约 1 厘米见方的立方体,因此得到其体积近似为 1 厘米³。分而治之法得到的结果是相当精确的。

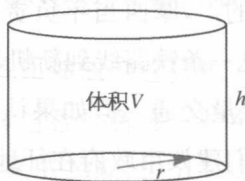
在前面的分析中,你可能注意到了符号“=”和“≈”,以及这两个符号使用上的细微差异。本书从头至尾关注的是洞察力,而不是精确度。为此

目的,我们将使用好几个等价符号,来描述某种关系成立的精确度和忽略的部分。下面按描写完整性减少(通常也是适用性增加)的顺序给出这些符号。

\equiv	按定义恒等	读作“定义为”
$=$	相等	读作“等于”
\approx	约等,只相差一个数量级为1的因子	读作“约等于”
\sim	近似,只相差一个无量纲因子	读作“近似于”或“相当于”
\propto	正比,相差一个可能有量纲的因子	读作“正比于”



$$A \begin{cases} = \pi r^2 \\ \approx 4r^2 \\ \sim r^2 \end{cases}$$



$$V \propto \begin{cases} r^2 \\ h \end{cases}$$

作为这些符号的例子,对于圆,有 $A = \pi r^2$ 和 $A \approx 4r^2$ (面积近似为外切正方形的面积) 以及 $A \sim r^2$ 。对圆柱体,有 $V \sim hr^2$,——这隐含了 $V \propto h$ 和 $V \propto r^2$ 。在 $V \propto h$ 的形式中,隐藏在符号 \propto 中的因子具有长度平方的量纲。

题 1.1 一箱书的重量

一个可移动的小箱子装满书后有多重?

题 1.2 卧室里的空气质量

估算你卧室里的空气质量。

题 1.3 钱箱

在电影或现实生活中,可卡因和选票常常用一箱子 100 元钞票来购买。估算这样一箱钱的价值。

题 1.4 金条还是纸币?

如果你是一个大盗,正在银行地下金库准备逃跑,你是将你的箱子装满金条还是装满 100 元的纸币? 假定你能携带的最大重量是固定的。接着再假定你能携带的最大体积是固定的,重做以上分析。