

# 不确定动态系统的鲁棒控制理论

—— 奇异摄动系统、脉冲微分系统

岳 东 著

[ 国家自然科学基金(69874042)  
中国矿业大学学术著作出版基金 资助项目 ]

中国矿业大学出版社

# 不确定动态系统的鲁棒控制理论

## ——奇异摄动系统、脉冲微分系统

岳 东 著

〔国家自然科学基金(69874042)  
中国矿业大学学术著作出版基金 资助项目〕

中国矿业大学出版社

## 内容提要

本书分为九章，主要介绍奇异摄动系统、时变奇异摄动系统、含时滞奇异摄动系统的非线性鲁棒控制。另外还介绍了脉冲微分系统的无记忆鲁棒控制，含变时滞和非线性脉冲微分系统的基于脉冲微分不等式的鲁棒控制设计方法等。本书可供综合性大学研究生以及从事控制理论研究的大学教师和科技工作者参考。

# 不确定动态系统的鲁棒控制理论 ——奇异摄动系统、脉冲微分系统

岳东 著

---

出版人 解京选  
责任编辑 姜志方

---

中国矿业大学出版社出版发行  
(江苏徐州 邮政编码 221008)  
新华书店经销 中国矿业大学印刷厂印刷  
开本 850×1168 1/32 印张 4.75 字数 100 千字  
1998年11月第1版 1998年11月第1次印刷  
印数 1~1000 册

---

ISBN 7-81040-907-7

---

TP · 62

定价：20.00 元

# 序

在人类已进入信息化时代,知识经济作为一个新生的经济形态正在兴起的新的历史时期,知识与智力已成为经济增长的基本要素。正是在这个历史背景下,做为高科技领域的重要分支——控制理论与控制工程,其研究工作的任何新的进展,不论在理论方面还是应用方面都会产生重要的影响而倍受关注。从控制工程的观点来看,任何一个实际的系统都是由诸多因素有机结合所构成的一个复杂的整体。因此,按照传统的建模方法,在忽略了一些次要因素后所得到的确定性模型,必然与实际系统间存在误差,而且在这个模型中也未考虑系统在运行中存在的外来干扰。这就使得以这些简化了的确定性系统模型为基础所设计的控制策略来对实际的物理系统进行控制时达不到期望的效果,特别是那些对控制品质有严格要求的对象。另一方面,还有不少的实际系统,其本身特性就具有不同程度的不确定性,如存在参数摄动等。所有这些背景使得鲁棒控制的研究变得十分重要,并一直是控制理论中的一个研究热点。它吸引了一批控制理论工作者的兴趣,并不断地取得新的、有价值的成果。

岳东博士在他攻读博士学位和在博士后流动站工作期间,在鲁棒控制理论方面进行了大量、深入的研究工作,取得了不少具有创造性的成果,在短短的 4 年间先后发表了 40 余篇这方面的论文,其中有 20 多篇为国际 4 大检索系统检索。本书是他对以奇异摄动系统和脉冲微分系统为背景的不确定动态系统的鲁棒控制理论研究成果的系统总结,内容丰富,具有很高的学术水平。本书是

他继去年出版的《无穷维状态空间系统的鲁棒镇定控制》的另一本关于鲁棒控制理论的专著，可称为其姊妹篇。相信本书的出版必将引起从事鲁棒控制研究的科技工作者的兴趣，并对今后鲁棒控制理论的深入研究和发展有所帮助。

许世范

1998年11月

# 目 录

<b>第一章 绪论</b> .....	(1)
1.1 引言 .....	(1)
1.2 系统应用背景 .....	(2)
1.2.1 奇异摄动系统 .....	(2)
1.2.2 脉冲微分系统 .....	(4)
1.3 研究概况 .....	(6)
1.3.1 奇异摄动系统的鲁棒控制 .....	(6)
1.3.2 脉冲微分系统的鲁棒控制 .....	(7)
1.4 本书的主要内容 .....	(8)
<b>第二章 不确定奇异摄动系统的非线性鲁棒控制</b> .....	(10)
2.1 引言.....	(10)
2.2 慢变子系统中含不确定项情形.....	(11)
2.2.1 慢变子系统控制设计.....	(12)
2.2.2 快变子系统控制设计.....	(16)
2.2.3 复合控制设计及闭环稳定性分析.....	(17)
2.2.4 例子.....	(20)
2.3 快、慢变子系统均含有不确定项情形 .....	(21)
2.3.1 准备工作.....	(21)
2.3.2 控制设计及闭环稳定性分析.....	(21)
2.3.3 数值例子.....	(26)

<b>第三章 不确定奇异摄动系统的滑动模控制</b>	.....	(28)
3.1 引言	.....	(28)
3.2 复合滑动模控制	.....	(29)
3.2.1 控制设计	.....	(29)
3.2.2 滑动模的存在性	.....	(33)
3.2.3 例子	.....	(34)
3.3 快变滑动模控制	.....	(36)
3.3.1 控制设计	.....	(36)
3.3.2 $\epsilon^*$ 的计算	.....	(42)
3.3.3 例子	.....	(43)
<b>第四章 不确定时变奇异摄动系统的非线性鲁棒控制</b>	.....	(44)
4.1 准备工作	.....	(44)
4.2 快变子系统部分满足匹配条件	.....	(45)
4.2.1 控制设计	.....	(45)
4.2.2 闭环稳定性分析	.....	(48)
4.2.3 例子	.....	(52)
4.3 快变子系统满足匹配条件情形	.....	(54)
<b>第五章 不确定时滞奇异摄动系统的鲁棒控制</b>	.....	(58)
5.1 引言	.....	(58)
5.2 准备工作	.....	(58)
5.3 复合滑动模控制	.....	(59)
5.3.1 控制设计	.....	(60)
5.3.2 闭环稳定性分析	.....	(61)
5.3.3 例子	.....	(64)
5.4 快变非线性控制	.....	(65)
5.4.1 控制设计	.....	(67)

5.4.2 稳定性分析	(68)
5.5 小时滞情形	(72)
5.5.1 控制设计	(74)
5.5.2 稳定性分析	(75)
5.5.3 滑动模的存在性	(77)
5.6 非线性时滞奇异摄动系统的鲁棒控制	(78)
5.6.1 准备工作	(78)
5.6.2 控制设计及闭环动态性能分析	(80)
<b>第六章 常时滞测度微分系统的鲁棒控制</b>	<b>(84)</b>
6.1 引言	(84)
6.2 不确定常时滞测度微分系统的无记忆鲁棒控制	(85)
6.2.1 准备工作	(85)
6.2.2 控制设计及闭环稳定性分析	(86)
6.3 含小时滞测度微分系统的无记忆鲁棒镇定控制	(89)
6.3.1 系统描述	(89)
6.3.2 控制设计和稳定性分析	(90)
6.3.3 例子	(95)
<b>第七章 不确定变时滞测度微分系统的无记忆鲁棒控制</b>	<b>(96)</b>
7.1 准备工作	(96)
7.2 控制设计及稳定性分析	(102)
7.3 例子	(107)
<b>第八章 非线性变时滞测度微分系统的非线性鲁棒控制</b>	
	(109)
8.1 准备工作	(109)
8.2 控制设计及稳定性分析	(114)

8.3 例子 .....	(121)
<b>第九章 非线性系统的模糊 <math>H_\infty</math> 控制 .....</b>	<b>(123)</b>
9.1 引言 .....	(123)
9.2 非线性系统的模糊动态模型 .....	(124)
9.3 两种镇定的比较 .....	(127)
9.4 主要结果 .....	(130)
9.5 例子 .....	(135)
<b>参考文献 .....</b>	<b>(138)</b>

# 第一章 絮 论

## 1.1 引 言

80年代以来,不确定系统的鲁棒控制已成为自动控制理论的研究热点之一,有关这方面的研究成果不断涌现,近年来国内外著名刊物及会议都有大量篇幅报道这方面的内容。

我们知道,在许多实际系统的建模过程中,为了简化,通常忽略了一些次要因素,这样往往会导致所建立的数学模型与实际系统间存在误差。另外,实际系统在运行过程中不可避免地要受到外来干扰的影响,例如环境、温度、元件失效等。由于这些干扰的存在,同样会造成所建模型与实际系统间的误差。以往,在对系统进行控制设计与闭环分析时,所采用的是精确模型,即确定性系统模型,通常不考虑系统的建模误差和外界干扰对系统的影响。然而,设计的控制终将作用于实际系统,因此,现在就存在一个问题,即基于精确模型设计的控制,当作用于实际系统时是否还能保证其有良好的动态品质。一般来讲,这一点是做不到的。

建模的不确定性和外界干扰的存在性是不可避免的。因此,为了设计出保证系统具有良好动态品质的控制,需要所设计的控制及闭环系统对出现的不确定因素具有强抵抗能力,即通常所说的鲁棒性。

稳定性是对一个系统最基本的要求。对一个确定性线性系统,

可以通过配置其极点位置来达到系统稳定的目的。然而,对一个具有不确定性因素影响的系统,上述方法往往不再适用。为克服系统的不确定因素,保证系统的稳定性,人们提出了鲁棒镇定控制的研究方向。

鲁棒镇定控制理论的发展非常迅速,目前的一个研究重点是“针对实际中提出的不同类型模型,建立其相应的鲁棒镇定控制设计及闭环特性分析的理论”。起初人们大多研究的是含有参数摄动的线性系统,进而又研究了出现非线性不确定项的情形,之后人们相继又研究了分布参数系统<sup>[5]</sup>及广义系统<sup>[45]</sup>的鲁棒镇定问题。本书将着重介绍近几年作者及国内外学者在奇异摄动系统和脉冲微分系统鲁棒镇定控制方面的研究成果。

## 1.2 系统应用背景

### 1.2.1 奇异摄动系统

奇异摄动系统是指含有小参数摄动的一类系统,这类系统通过处理可以分解成两种时间尺度的子系统,称为慢变子系统和快变子系统。奇异摄动系统在电力、机器人等领域有着广阔的应用背景,而且奇异摄动的一些分析方法也被广泛地应用于高维系统的分解与设计中,下面举几个典型的应用实例。

[例 1] 考虑如图 1-1 所示的电路。设  $V_1^*, V_2^*, i_1^*$  和  $i_2^*$  分别是  $C_1, C_2$  两端的电压平衡值与过  $L_1, L_2$  的电流平衡值,定义:

$$x = (V_1 - V_1^*)/V_1^*$$

$$z_1 = (V_2 - V_2^*)/V_2^*$$

$$z_2 = (i_1 - i_1^*)/i_1^*$$

$$z_3 = (i_2 - i_2^*)/i_2^*$$

选取  $\epsilon_1 = C_2 R_3 / C_1 R$ ,  $\epsilon_2 = L_1 / C_1 R_1 R$ ,  $\epsilon_3 = L_2 / C_1 R_2 R$ , 这里  $R = R_1 + R_1 R_3 / (R_1 + R_3) \triangleq R_2 + R_4$ , 且令

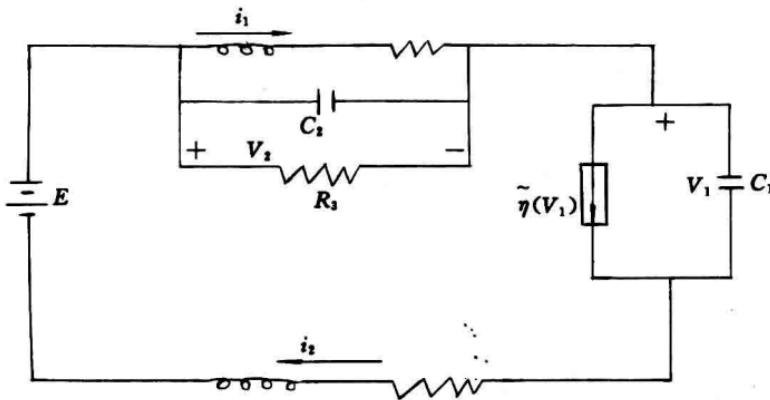


图 1-1

$$\eta(x) = (R/V_1^*) [\tilde{\eta}(xV_1^* + V_1^*) - \tilde{\eta}(V_1^*)]$$

$$\alpha = Ri_2^*/V_1^*$$

则可以得到如下奇异摄动系统：

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\eta(x) + [0 \quad 0 \quad \alpha]z \\ \mu \dot{z} &= D[bx + Gz] \end{aligned} \quad (1.1)$$

这里

$$b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -R/\alpha R_2 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} -1 & -R_3/R_1 & R_3 R_4 \\ 1 & -1 & 0 \\ -R_4/R_2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$D = [\mu/\epsilon_1, \mu/\epsilon_2, \mu/\epsilon_3]$$

[例 2] 考虑一个柔性连杆机械系统(见图 1-2)。这里  $m_1, m_2$  表示两物体的质量,  $l_0$  是两坐标系原点间的距离, 假设连杆质量忽略不计, 且是柔性的, 其刚性系数为  $k$ 。

系统的运动可用如下方程表示:

$$m_1 \ddot{r}_1 = k(r_2 - r_1) + u$$

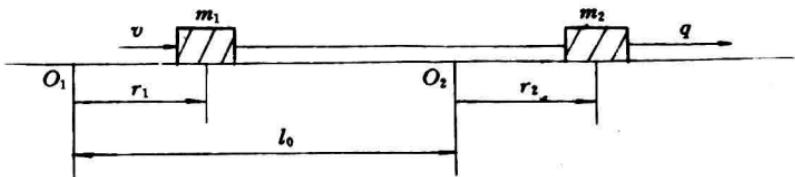


图 1-2

$$m_2 \ddot{r}_2 = -k(r_2 - r_1) + q \quad (1.2)$$

这里  $u$  是控制,  $q$  是扰动量。

若取  $\mu \triangleq k^{-1/2}$ , 且

$$x \triangleq (r_2^T \ r_1^T)^T, \quad z \triangleq \begin{pmatrix} k(r_2 - r_1) \\ k^{1/2}(\dot{r}_2 - \dot{r}_1) \end{pmatrix}$$

则(1.2)可化为如下奇异摄动系统:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \mu \dot{z}_1 \\ \mu \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1/M_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1/m_1 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m_2 \\ 0 \\ 1/m_2 \end{bmatrix} q$$

这里  $1/M_p \triangleq 1/m_1 + 1/m_2$ 。

## 1.2.2 脉冲微分系统

脉冲微分系统是指这样的一类系统, 它的解是不连续的, 含有一些脉冲点。例如系统:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(t, x), \quad t \neq t_k \\ \Delta x &= I_k(x), \quad t = t_k (k = 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (1.3)$$

其中  $f(t, x)$  当  $t \neq t_k$  时为连续函数, 当  $t = t_k$  时,  $\Delta x(t_k) = x(t_k^+) - x(t_k)$ , 而  $\lim_{h \rightarrow 0^+} x(t_k + h) = x(t_k^+)$ ,  $\lim_{h \rightarrow 0^-} x(t_k + h) = x(t_k^-) \triangleq x(t_k)$ , 即假设  $x(t)$  总是左连续的。显见(1.3)式的解在  $t = t_k$  处出现脉冲。若

取  $f(t, x) = 1 + x^2$ ,  $t_k = \frac{k\pi}{4}$ ,  $I_k(x) = -1$ , 则可得(1.3)式关于初值条件  $x(0) = 0$  的解为:

$$x(t) = \tan\left(t - \frac{k\pi}{4}\right), t \in \left(\frac{k\pi}{4}, \frac{(k+1)\pi}{4}\right), (k = 1, 2, \dots)$$

再考虑另外一种系统

$$\begin{aligned} Dx &= 1 + DH(t) \\ x(0) &= 0 \end{aligned} \tag{1.4}$$

这里  $Dx, DH(t)$  分别表示  $x$  和  $H(t)$  的分布导数。 $H(t)$  是 Heaviside 函数, 可以求得其满足初始条件的解为:

$$x(t) = \begin{cases} t, & t \geq 0 \\ t - 1, & t < 0 \end{cases}$$

实际上, 对如生态经济神经网络及机器人等系统, 脉冲现象都是普遍存在的。下面举几个例子。

[例 3]<sup>[3]</sup> 考虑水库养鱼问题。

某鱼种在放鱼塘内生存, 在一定时间间隔  $t_1, t_2, \dots$  上分别将一部分长大了的鱼从池塘里捞走, 同时放进一定数量的鱼苗。按 Malthus 种群增长规律, 假定鱼群数目  $x(t)$  增长速度与同一时刻的  $x(t)$  成比例, 即:

$$\dot{x}(t) = ax(t)$$

但实际上在时间  $t_1, t_2, \dots$  存在间断的扰动, 因此鱼群的增长不再是连续变化的, 而是瞬动的, 其数学模型为:

$$Dx(t) = ax(t)Du$$

其中  $Dx, Du$  分别表示  $x$  和  $u$  的分布导数,  $u$  是有界变差函数, 其形式可取为:

$$u(t) = t + \sum_{k=1}^{\infty} a_k H_k(t)$$

这里  $H_k(t)$  是 Heaviside 函数, 即:

$$H_k(t) = \begin{cases} 0, & t < t_k \\ 1, & t \geq t_k \end{cases}$$

$t_k > t_0$ , 而  $a_k$  为常数。若  $a_k$  为正数, 表示投入鱼种, 若  $a_k$  为负数, 表示捕走一批鱼。

[例 4]<sup>[3]</sup> 考虑商品价格的宏观预测问题。根据 Walras 价格模式, 任何商品都假定在供不应求时会提高价格, 而在供过于求时会跌价。设  $P(t)$  表示商品的价格,  $S$  表示该商品的产量,  $T$  表示该商品的销量。于是, 当价格上升时, 商品的产量将受刺激而增加; 当价格下降时, 商品的销量会相应增加, 即  $S(t, P)$  是  $P$  的单调增加函数, 而  $T(t, P)$  是  $P$  的单调减少函数。一般地, 将  $T(t, P) - S(t, P)$  称为商品的过剩需求量, 于是:

$$\frac{dP(t)}{dt} = h(t, T(t, P) - S(t, P))$$

其中  $\frac{\partial h(t, x)}{\partial x} > 0$ ,  $\frac{\partial T(t, P)}{\partial P} \leq 0$ ,  $\frac{\partial S(t, P)}{\partial P} > 0$ ,  $h(t, 0) = 0$ 。

若在流通过程中有外界因素影响, 特别是间断性干预, 则可采用下述模型来研究商品的流通价格:

$$DP(t) = h(t, T(t, P) - S(t, P))Du$$

其中  $u$  是有界变差函数。

## 1.3 研究概况

### 1.3.1 奇异摄动系统的鲁棒控制

当不考虑系统中不确定项时, 70 年代末及 80 年代许多学者针对线性与非线性奇异摄动系统, 研究了其能控能观、状态调节、最优及镇定等问题<sup>[1][4]</sup>。在研究中, 人们多是利用“奇异摄动”法将系统分解成两个不同时间尺度的子系统。然后分别对两个子系统进行分析和设计, 将分析与设计结果复合构成整个系统的分析与设计方案。到了 80 年代末, 结合“奇异摄动”法及鲁棒控制的分析

与综合方法,Carofalo<sup>[7][9]</sup>研究了一类含有慢变非线性不确定项的奇异摄动系统的鲁棒控制问题,给出了一个复合型鲁棒控制设计方案。Corless<sup>[8]</sup>研究了当快、慢子系统中均含有不确定项的情形,给出了一类新的鲁棒控制设计方法,同时证明了该控制能保证闭环系统解是一致有界的。结合变结构系统方法,Heck<sup>[6]</sup>提出了一种奇异摄动系统滑动模控制设计方案,同时研究了滑动模的实现等问题。Chen<sup>[10]</sup>研究了一类时变的奇异摄动系统的鲁棒控制,当系统不确定项满足一定条件时,Chen 证明了所设计的控制具有较强的抗干扰能力。当不确定项满足匹配条件时,岳东等<sup>[33][37][38][43]</sup>采用复合滑动模、快变滑动模等方法提出了几种鲁棒控制的设计方法,并证明了在所给控制作用下,能保证闭环系统解最终有界,同时给出了此界与奇异摄动参数  $\epsilon$  之间的关系。结合变结构系统方法,Riccati 方程方法及频域分析法,岳东等<sup>[34][36][39]</sup>还研究了时滞奇异摄动系统的滑动模控制设计与综合。另外,Su<sup>[21]</sup>等研究了非线性奇异摄动系统的鲁棒控制。在应用方面则有 Spong<sup>[29]</sup>, Jacques<sup>[32]</sup>等人的工作。

### 1.3.2 脉冲微分系统的鲁棒控制

由于解的不连续性,因此脉冲微分系统的鲁棒控制的研究难度要更大些。我们不仅要处理脉冲点之间鲁棒控制的设计,同时要考虑在脉冲点处的控制设计与闭环稳定性分析问题。

关于脉冲微分系统的控制研究早在 60 年代及 70 年代初就有。Das 等<sup>[54]</sup>曾对一类测度微分系统给出了最优控制的设计方案。然而,后来有关这方面的研究成果则很少见到。到了 90 年代,关治洪、刘永清<sup>[47][48]</sup>针对测度微分大系统利用迭代法和 Lyapunov 函数法给出了一些镇定控制结果,但所研究的系统是确定性的,即系统中不含参数摄动及外扰动等不确定因素。

当系统中含有参数摄动及时滞时,岳东、许世范和刘永清<sup>[35]</sup>利用 Riccati 方程法及 Lyapunov 泛函法研究了一类不确定常时滞

测度微分系统的鲁棒控制。利用不同类型的脉冲微分不等式,岳东等<sup>[40][42]</sup>研究了时变测度微分系统及含时滞和非线性不确定项的测度微分系统的鲁棒控制,分别给出了线性鲁棒控制与非线性鲁棒控制的设计方案。对含小时滞的测度微分系统,岳东等<sup>[42]</sup>利用 Riccati 方程法给出了一种鲁棒控制设计结果,证明了当时滞量足够小时所给控制可保证闭环系统渐近稳定。在基于模糊动态模型研究非线性系统控制时,系统的解呈现脉冲特性,Cao<sup>[56]</sup>等通过补充边界条件并结合线性系统的  $H_\infty$  理论给出了系统的控制设计及闭环系统分析。

## 1.4 本书的主要内容

本书将用九章的篇幅介绍作者及国际上学者在奇异摄动系统和脉冲微分系统鲁棒控制方面的主要研究成果。

第二章介绍不确定奇异摄动系统的非线性鲁棒控制。首先介绍慢变子系统中含有不确定项时的鲁棒控制设计问题,进而利用不同的方法讨论了快、慢子系统中均有不确定项时的鲁棒控制设计及闭环稳定性。当不确定项满足匹配条件时,利用快变状态,本章还介绍了一种鲁棒控制设计方法,并证明了所给控制能保证闭环系统有良好的动态品质。

第三章介绍不确定奇异摄动系统的滑动模控制。首先介绍利用快、慢变状态构造复合滑动模控制的方法,借助 Lyapunov 函数证明在所设计控制作用下,滑动模运动是可实现的且闭环系统渐近稳定。第二部分介绍利用快变状态构造滑动模及滑动模控制的方法,并证明一旦滑动模运动实现,系统解将沿滑动曲面趋近于原点。

第四章介绍不确定时变奇异摄动系统的非线性鲁棒控制。本章对一类时变奇异摄动系统提出了其鲁棒控制设计方法,同时研