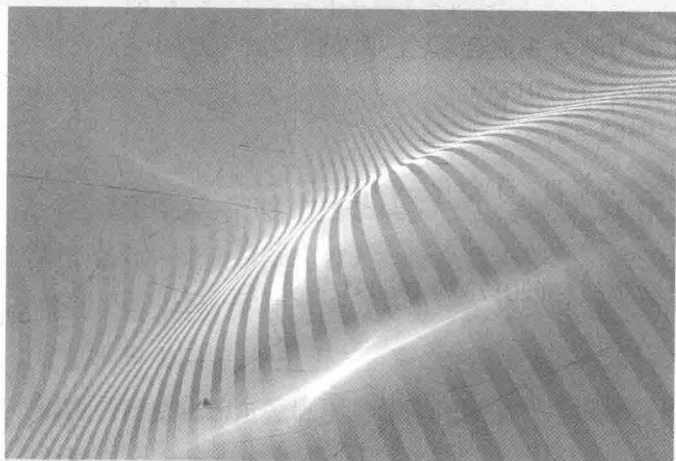


王成会 著

陝西師範大學出版總社

国家基金委项目资助



FUZHUANJIN
ZHONG DE
SHENGKONGHUA
DONGLIXUE

王成会 著

复杂环境中的 声空化动力学



陕西师范大学出版总社

图书代号 JC17N1121

图书在版编目(CIP)数据

复杂环境中的声空化动力学 / 王成会著. —西安 :
陕西师范大学出版总社有限公司, 2017.9

ISBN 978 - 7 - 5613 - 9462 - 5

I. ①复… II. ①王… III. ①空化—声源—
流体动力学 IV. ①O427.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 196095 号

复杂环境中的声空化动力学

FUZA HUANJING ZHONG DE SHENGKONGHUA DONGLIXUE

王成会 著

责任编辑 古洁 武耀荣

责任校对 杜栋栋

封面设计 诗风文化

出版发行 陕西师范大学出版总社
(西安市长安南路 199 号 邮编 710062)

网 址 www.snupg.com

印 刷 兴平市博闻印务有限公司

开 本 787mm × 1092mm 1/16

印 张 11.5

字 数 222 千

版 次 2017 年 9 月第 1 版

印 次 2017 年 9 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 5613 - 9462 - 5

定 价 28.00 元

读者购书、书店添货或发现印刷装订问题,请与本公司营销部联系、调换。

电话:(029)85307864 85303629 传真:(029)85303879

前 言

声学作为一门古老的学科,一直以来受到人们广泛的关注,声现象渗透在人类生活的每一个角落。随着人类社会的进步和科技的发展,声学知识的应用逐步扩展到工业、农业、环境卫生以及生物医疗等领域,应用范围的扩展对声学研究提出了新的科学问题,促进了声学理论的新发展,尤其是 20 世纪以来,空化现象的发现以及超声空化的奇特应用为超声在复杂环境液体介质中的声传输行为研究注入了新动力。

高强度超声波作用于液体介质将引起空化效应,进而将声传输介质变成气泡和液体的混合体,气泡在液体中的出现引入了新的界面,增加了声波的散射和吸收,同时影响声场的局域分布,进而影响声波的传输特性。空化气泡的崩溃可在液体中形成局部高温、高压、冲击波以及微射流等,扰动液体局域流场分布,可在液体和软介质中形成较强的力学、热学、化学和生物学效应等,成为声控微泡在诸多领域应用的物理基础。在声空化动力学研究课题中,声空化气泡的存在对声波传输特性的影响、声空化气泡动力学、声空化气泡间的相互作用、声空化气泡振动引起的介质的应力和应变响应等均是非常重要的研究内容。另外,声场中空化气泡的生成和分布收到驱动声场以及液体环境等因素的共同影响,气泡对声波的响应可表现为多频响应、超谐和亚谐振动、共振、跳跃和同步振动等现象,空化气泡的这些复杂振动响应将对局域声场形成有效扰动,从而形成复杂的声空化场。由于声空化场本身的复杂性,目前对声空化强度的定义和测量均是悬而未决的难题,人们尚在不断努力寻求有效而直接的表征手段描述声空化场。

随着微泡造影技术、超声清洗、超声提取以及高强度超声治疗技术的发展,越来越多的研究人员加入声空化的研究队伍,推动声空化的理论和实验研究。多气泡动力学以及气泡的操控技术将成为未来研究的主要方向,人们期望通过一定声环境下介质中气泡的操控实现有效应用,趋利避害,提高效率。

超声空化场具有显著的非线性特征,本书基于非线性声传输、气泡的非线性声响应相关的振动和物理效应展开叙述。在第一章综述了一个世纪以来含气泡液体介质中声传播以及超声空化研究的基本理论和实验研究方法,第二章介绍声波在一定形状的复杂介质中的非线性传输行为,第三章到第八章介绍了气泡间相互作用、多气泡动力学、空化的量度、管壁内的空化气泡以及空化微流等基本理论,分析气泡非线性声响应行为。

本书总结了我博士学习阶段和博士后工作期间的研究工作,学习期间得到了我的博士指导老师林书玉教授和博士后合作导师程建春教授的悉心指导,本书的研究工作还得到了国家自然科学基金和陕西师范大学中央高校基金的资助,我在此表示衷心感谢。限于水平,书中的错误和不足之处恳请读者指正。

王成会

2017年6月于西安

目 录

第 1 章	复杂液体中声传播与声空化概述	1
1.1	液体物理特性	2
1.1.1	液体声速	2
1.1.2	液体声传播常数	2
1.1.3	液体的其他物理特性	3
1.2	复杂液体介质内声传播研究进展	3
1.2.1	含悬浮物的液体介质内的声传播	3
1.2.2	含气泡液体介质内的声传播	6
1.2.3	气泡对液体介质声学特性的影响	7
1.2.4	声波作用下气泡在液体内的分布特征 ^[17-19]	9
1.2.5	泡群运动	10
1.3	超声空化及气泡动力学研究进展	11
1.3.1	空化现象的发现与定义	12
1.3.2	气泡动力学理论 ^[24-26]	15
1.3.3	多泡空化体系动力学理论研究	17
1.4	空化动力学实验研究	17
1.4.1	声致发光 ^[28-31]	17
1.4.2	单空化泡的动力学测量	18
1.4.3	空化场的测量	19
第 2 章	含气泡液体介质内的声传播	22
2.1	含气泡液体内声传播行波模型	22
2.1.1	散射法	22
2.1.2	两相流的连续介质模型	24
2.1.3	平均运动模型	24

2.2	气泡在液体内的声辐射	25
2.2.1	液体单气泡的辐射声场	25
2.2.2	液体内气泡群辐射声场	26
2.3	含气泡液体内非线性声波动方程	28
2.3.1	基本方程	28
2.3.2	有界空间内非线性波动方程的近似解	31
2.3.3	介质中基波声压分布特征	35
2.3.4	介质中二次谐波声压分布特征	38
2.4	变截面容器中的非线性声传播	42
2.4.1	变截面管状容器内的纯液体声传播方程	42
2.4.2	变截面管状容器内含气泡液体中的声传播方程	43
2.4.3	含气泡液体中的声传播方程的近似解	46
2.4.4	不同形状容器内基波声场分布	49
2.4.5	不同形状容器内二次谐波声场分布	52
2.5	液体空化对介质内声传播的影响	54
第3章	气泡耦合动力学	56
3.1	气泡径向振动和平动动力学	56
3.1.1	模型方程	57
3.1.2	气泡径向运动和平动的数值分析	59
3.2	气泡的大振幅振动	62
3.2.1	已有的气泡动力学理论模型 ^[41-43]	63
3.2.2	泡内的气体压缩性影响修正	65
3.2.3	气泡振动特征分析	66
3.3	非线性驻波场中泡群内气泡动力学	72
3.4	壁面附近气泡的运动	73
3.4.1	无限大硬壁面附近气泡的运动	73
3.4.2	球形硬壁面附近气泡的运动	75
第4章	超声空化机制探讨	77
4.1	泡核生长的基本物理特性	77
4.1.1	泡核的生长	77
4.1.2	气泡的临界半径	79

4.2	空化的量度	80
4.2.1	影响空化量度的因素 ^[49-53]	80
4.2.2	描述泡群空化的理论模型	82
4.3	声场中球状和半球状气泡云的运动	83
4.3.1	球状气泡云球形振荡模型	83
4.3.2	球状气泡云的气泡振荡模型	84
4.3.3	球状气泡云崩溃	85
4.4	声场中柱状气泡云的运动	86
4.5	单气泡和气泡云崩溃形成的压力场	88
4.5.1	气泡在声场中的能量转换	88
4.5.2	刚性边界附近单空化气泡的崩溃	89
4.5.3	气泡云崩溃形成的压力场	90
4.6	固体表面与空化相关应力分布	91
4.7	气泡间的相互作用力	95
第5章	不同环境中气泡动力学响应	99
5.1	自由场中的气泡间的相互作用 ^[54-59]	99
5.2	管状结构内的气泡动力学 ^[60-64]	103
5.3	气泡周围的声流分布 ^[65-72]	105
第6章	多气泡耦合动力学理论	107
6.1	双气泡耦合动力学	107
6.1.1	双气泡耦合动力学方程	108
6.1.2	气泡间的相互作用力	109
6.2	泡群振动	109
6.2.1	泡群的形成	109
6.2.2	链式泡群内振动气泡的动力学方程	110
6.2.3	球状泡群内振动气泡的动力学方程	110
6.2.4	泡群对其周围气泡的作用	111
6.3	气泡间相互作用的宏观表现	117
第7章	管状结构内的气泡动力学	118
7.1	微管内气泡的受迫振动	118
7.1.1	模型描述	118
7.1.2	线性近似	120

7.1.3	非线性扰动	121
7.1.4	多方指数和黏性阻尼	122
7.1.5	数值分析	123
7.2	微管内气泡间的相互作用	125
7.2.1	模型描述	126
7.2.2	线性近似	127
7.2.3	非线性扰动	128
7.2.4	忽略黏性影响	129
7.2.5	系统处于对称状态	130
7.2.6	多方指数和黏性阻尼	132
7.2.7	数值分析	132
7.3	弹性微管内气泡的非线性受迫振动	134
7.3.1	模型描述	135
7.3.2	系统的共振	136
7.3.3	受迫振动振幅变化特征	138
7.3.4	二频激励共振响应	139
7.3.5	数值分析	140
7.4	弹性微管内泡群的受迫振动	144
7.4.1	模型描述	144
7.4.2	系统线性共振频率	146
7.4.3	系统非线性共振频率	147
7.4.4	系统非线性共振声响应	149
第8章	振动气泡周围的微流分布	151
8.1	相互作用的两空化气泡周围的流速场	151
8.1.1	气泡间的相互作用	153
8.1.2	数值分析	156
8.2	双气泡周围的微流分布	160
8.2.1	一阶流速场	160
8.2.2	声流	163
8.2.3	数值分析	166
参考文献		172

第1章 复杂液体中声传播与声空化概述

超声空化是超声波在液体内传播过程中出现的奇特而复杂的物理现象,从被发现以来就备受关注。空化效应为功率超声的液体应用奠定了物理基础,是超声提取、乳化、粉碎、声化学反应以及超声清洗等提高效率的能量来源。换能器辐射声波在液体内激发空泡非线性崩溃导致液体内出现局部能量高度集中、局部温度极高以及混乱的液体流速场,促使物质的外部环境快速而不稳定变化,从而导致物质失去原有的平衡状态,起到增强液体内诸多物理、化学和生物等反应的动力的作用。液体内空泡的出现使得超声波的传声介质变得非常复杂,原因在于液体内空泡的分布并不均匀,有群聚现象发生,而且空泡的尺度范围很广,同时空泡在声波的激励下振动并在液体内引起声辐射,还有就是超声空化的粉碎和促进反应的作用会使得液体内原有的固体颗粒边缘模糊并逐步分散,物质之间的扩散增强,化学反应会使得物质种类增多等。因此,空化效应从开始发生到逐步稳定工作的整个过程中,传声介质的物理特性均在发生变化,超声空化场是物质种类多样、能量分布形式多样,内部反应进程多样的复杂物理场。空化场本身的复杂性为其物理本质披上了神秘的面纱,人们对其的认识也在不断地深入,同时也在将它不断推广到新的应用领域。

1.1 液体物理特性

液体在受声扰动时只具有体积弹性而只能传递纵波。声波传播和介质的声学特性相关,如介质密度,体积弹性系数以及黏性等将影响声能量传递。描述液体声学特性主要物理量有声速和声衰减,声速与液体的密度和体积弹性相关,声衰减与

声波传递过程中液体的黏性相关。

1.1.1 液体声速

液体声速有群速和相速之分,群速反映声能量在介质中传递的快慢和方向,相速反映声波波阵面前进的速度,在无频散介质中,二者相等。通常情况下,声速是介质温度的函数。人们还提出了摩尔声速^[1,2]的概念。Lagemann 和 Dunbar 的研究表明,对于一切纯非缔合液体,摩尔声速与介质温度无关;Rao 在比较声速和摩尔体积(或密度)相对于温度的变化时也发现如下关系

$$\left(\frac{1}{c_0} \frac{dc_0}{dt} \right) / \left(\frac{1}{V} \frac{dV}{dT} \right) = -3.03, \quad (1-1)$$

$$c_M = c_0^{1/3} V, \quad (1-2)$$

式中 c_0 为声速, V 为摩尔体积, T 为温度, c_M 为摩尔声速。Rao 研究了摩尔声速与原子量、化学键的关系,并发现 $\rho K_s^{-1/7}$ 在很宽的范围内与温度和压力无关, ρ 为介质密度, K_s 为体积弹性系数。Schaaffs 在研究液体声速变化的过程中发现,液体声传播过程中物态方程中的 Van der Waals 常数可表示为

$$b = \frac{M}{\rho} - \frac{RT}{\rho c_0^2} \left[\left(1 + \frac{Mc_0^2}{3RT} \right)^{1/2} - 1 \right], \quad (1-3)$$

式中 R 为普适气体常数, M 为摩尔质量。

1.1.2 液体声传播常数

液体的声学特性可用传播常数来表征^[2],用 τ 表示,通常是温度、压力和频率的函数,有

$$\tau = a_\eta + j \frac{\omega}{c_0}, \quad (1-4)$$

式中 j 是虚数, ω 是角频率, a_η 为声衰减系数。引起介质对声波衰减的因素很多,如介质的黏热性、热传导以及介质微观过程引起的弛豫效应等。另外,液体中的悬浮粒子、气泡边界等均可能引起声波的吸收和散射,从而引起声波衰减。总衰减系数 a_η 通常包括两部分:经典衰减 a_1 和逾量衰减 a_2 。经典衰减由介质黏热性

引起(液态金属的热传导可以忽略);逾量衰减和各简正模式间能量缓慢交换而引起的弛豫机理有关,二者均和频率的平方成比例。因此,我们还可以借助 a_η/f^2 和 c_0 表征液体的声学特性。

1.1.3 液体的其他物理特性

在液体界面处还会有表面张力,其大小与液体表面张力系数有关,表面张力也会影响声波传递过程中的能量分布。另外,液体内总存在一定溶解气体和饱和蒸汽,饱和蒸汽压在一定程度上也会影响声波传播。

1.2 复杂液体介质内声传播研究进展

超声波的液体应用范围很广,如超声清洗、超声提取、声化学、超声生物及医学等。与超声波液体应用相关的传声介质通常是复杂介质,如液体和固体器件(或颗粒、膜状包覆物等)的混合体、不同种类液体的混合体,同时,液体内还可能存在气泡等。复杂介质内的声传播具有及其重要的研究意义,尤其是超声波强度大至足以引起空化的环境。到目前为止,超声空化被认为是超声能量实现高效利用的源动力。

1.2.1 含悬浮物的液体介质内的声传播

当液体介质中含有固体颗粒等悬浮物时,由于重力作用,介质在竖直方向通常分布并不均匀,若小幅声波沿此方向传播,必然出现异常现象。声传播异常作为表征不均匀介质中声传播条件的一种手段,由前苏联科学家在上世纪六七十年代提出并在水声研究中有着广泛的应用。声传播异常的主要特点是以声线轨迹为基础进行计算,能较真实地反映声信号的实际传播情况,故在已知声线轨迹的基础上,利用它可以较为精确的计算传播损失。在不均匀海洋介质中的弯曲声线上引入声传播异常因子(定义为具有反射面的不均匀介质中传播的声线轨迹上任一点声强与无线均匀介质中传播的声线轨迹上与声源距离相等处的声强之比)来表征介质与声传播相关的声学特征。

含固态悬浮物液体中声传播最显著的特征在于固体颗粒对声波存在吸收和散射,进而导致在声传播方向上能量损失,即声衰减。多分散颗粒悬浊液声衰减模型可表示如下:

$$TL = \alpha_s \cdot r = \frac{3\phi}{800 \sum_{i=1}^m \alpha_i D_i} K_{ext}, \quad (1-5)$$

式中 α_s 为衰减系数, D_i 和 α_i 分别为第 i 种颗粒直径和含量, ϕ 为体积浓度, K_{ext} 为消声系数, m 为颗粒种数。应用简正波理论并结合波数积分法可建立浅海多层介质中低频声传播特性的数学模型。

基于含固体颗粒液体内的声传播理论,人们也发展了多相流相应的应用,如用超声技术测量固体颗粒含量、利用超声能量将悬浮粒子与液体或气体分离以及微小粒子的捕获等。

考虑悬浮物粒径、液体黏性以及惯性等因素,可将不同环境下的声与介质的相互影响分为三控制区:多散射子区(当 $ka \gg 1$, k 为波数, a 为粒子半径)、黏性区(雷诺数 $Re = a\sqrt{\rho_l \omega / (2\eta)} \ll 1$, ρ_l 是液体密度, η 是黏性系数),以及惯性区($Re \gg 1$)。从图 1-1 给出的悬浮硅粒子在声场中的运动分区示意图可以看出,当粒子半径较小时,随着雷诺数 Re 的增大(即液体黏性越来越小),粒子运动逐步从黏性区过渡到惯性控制区,但黏性和惯性对粒子运动控制能力还受到 ka 的影响,当 $ka > 0.1$ 后,粒子运动就进入了惯性控制区向多子散射区的过渡区域,而当 $ka > 2$ 后即进入多子散射区。当粒径 $a < 10\mu\text{m}$ 时,粒子的惯性很小,或是声波长很短,即驱动声波频率达 10 兆赫以上时,惯性控制区将不再存在,只有黏性和多子散射区。在多子散射区内,粒子的几何特征将影响其对声波的散射效果。

声波的传播过程实质上是声能量与物质相互作用的过程,因此,悬浮物处在声场中必然受到声波对它的作用力。声波作用下粒子在液体中运动受到的力大致有:

(1) 运动粒子受到的 Stokes 拖曳力,可表示为

$$F_s = 6\pi\eta a(v_f - v_p); \quad (1-7)$$

式中 v_f 和 v_p 分别是流体和粒子速度。Fortier(1967)指出

$$\frac{|\text{惯性力}|}{|\text{Stokes 力}|} < Re/6, \quad (1-8)$$

当 $Re > 0.1$, 惯性力则不可忽略。

(2) 与声波压力梯度相应的力,即

$$\vec{F}_p = -\frac{4\pi}{3}a^3 \nabla p, \quad (1-9)$$

式中 ∇ 为梯度算符, p 为声压函数。

(3) 与附加质量影响相关的力, 可表示为

$$\vec{F}_V = -C \frac{4\pi}{3} a^3 \rho_l \frac{d(v_P - v_F)}{dt}, \quad (1-10)$$

式中 C 是附加质量系数, 对球形刚性孤立粒子, $C = 1/2$ 。

(4) *Basset* 力, 与液体对粒子黏性影响的历史累积作用相关, 可表示为

$$\vec{F}_B = -C_H a^2 \sqrt{\pi \nu \rho_l} \int_0^t \frac{\left(\frac{dv_P}{dt'} - \frac{dv_F}{dt'} \right)}{\sqrt{t-t'}} dt', \quad (1-11)$$

式中 ν 为液体运动学黏度, C_H 为累积作用系数, 当 $R_e \ll 1$ 时, $C_H = 6$ 。(5) 重力和浮力作用等。作用在粒子上的力能够改变粒子的运动状态, 形状以及内外环境等。

因此, 研究含悬浮物的液体介质内声传播的研究内容可分为两个大的方面:

(1) 声波在介质中传播速度、衰减以及压力分布, 即考虑粒子对声场的影响; (2) 粒子在声波作用下的运动规律、形变以及存在的质量交换等, 进而探讨超声波在强化物质传递方面的机理。

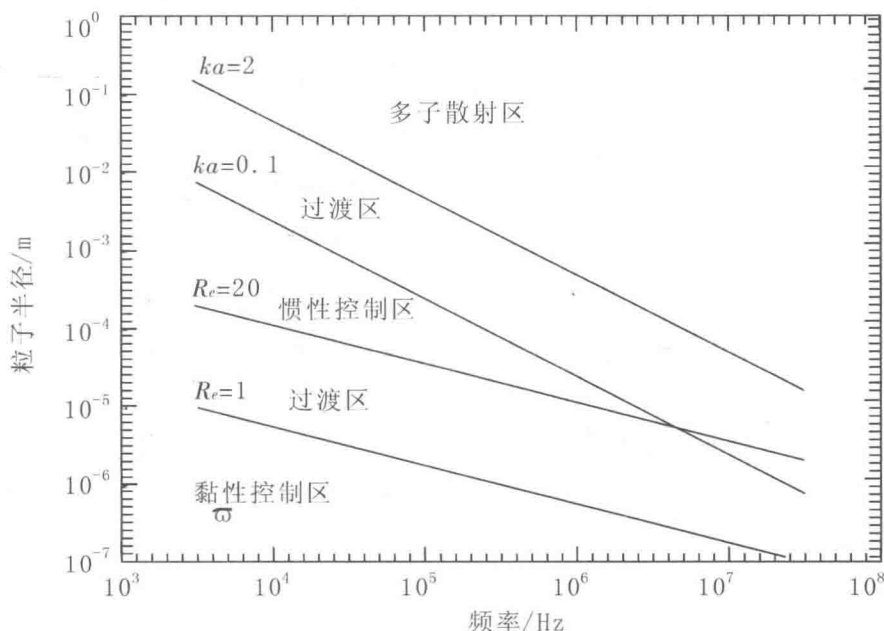


图 1-1 含硅悬浮粒子水中声传播控制区示意图^[11]

1.2.2 含气泡液体介质内的声传播

随着超声技术的应用发展,含气泡液体介质内声波的传播以及效应受到越来越多的关注。由于此类介质内存在气相和液相,因此,人们通常用两相介质法处理其中的声传播问题。若气泡尺度和声波长相比较可以忽略不计,即 $r_0 \ll \lambda$ (r_0 为气泡平衡半径, λ 为声波波长) 成立时,也可采用平均介质法以及有效介质法等。

有气泡存在的声场由于气泡本身的非线性振荡而变得更加复杂。Van Wijngaarden 最先提出以混合介质模型为基础导出了气泡-液体介质的线性声波动方程,Commander 和 Prosperetti^[3] 进一步发展了这一理论并讨论了混合介质内的声速和声衰减等声特性参数,并指出当气泡体积含量处于 1% - 2% 范围时,气泡在声场内的共振对声传播的影响不大。Jordan 等^[4,5] 在 Van Wijngaarden 线性理论的基础上对特定边界条件下半无界空间含气泡液体内的行波进行了研究,同时考虑了介质黏性的影响,发现声传播的初始阶段含气泡介质行为具有非牛顿流体的特征,并随着声作用时间增加表现出类冲击波行为,具有非线性特征;他们还对半无界空间内的谐波传输时各声学参量的变化特征进行了分析,考虑了频率对声参数的影响。Miksis 等^[10,11] 对液体内含有限振幅振动的气泡时的声传播进行了研究,得到了将含气泡介质均匀化后的与非线性声波传递的相关有效方程,并在此基础上考虑了黏性对声波传输的影响。Fusco 等人^[12] 从两相介质声传播基本方程出发,利用渐进法得到了可以描述含气泡液体非线性声传播的四阶偏微分方程。

气泡在超声成像,海洋实时监测等方面的应用前景吸引了大量的学者目光,他们通过理论、实验和数值分析等方法对不同环境下气泡的行为开展多角度分析。高密度泡群可在液体中形成气幕,气幕在一定程度能够改变声波的传输特征。人们可通过测量气幕的声透射、散射和反射系数研究多气泡聚集对声波传输的影响,也可通过测量含空气气泡的液体中的声速和声衰减等研究液体中气泡数密度大小以及粒径分布等因素对声波能量传输的阻碍作用,常用的测试液体有水、凝胶等,可以驻波管等容器设备中进行测试,现代测量技术(如激光干涉技术等)的发展推动着液体中振动气泡对驱动声场反作用的研究,同时气泡包膜技术的发展将场中气泡的应用拓展到新领域,如超声靶向治疗等。气泡应用领域的扩展对众多

超声波作用下气泡行为研究提出了新的课题,如气泡的精准操控以及特定尺度微气泡的制备等。

1.2.3 气泡对液体介质声学特性的影响

气泡在液体介质内的出现必将影响介质的声学特性,影响可以表现在很多方面,如介质的声速、声衰减、非线性行为等,在有界空间内还会影响其驻波分布特征。为分析气泡在液体内的声影响,人们通常采用的模型是(多)散射子模型或(多)谐振子模型。Foldy^[9]突破前人采用几何光学分析方法讨论粒子散射问题的思想,对任意分布的独立且散射特性相同的多粒子体系的散射波进行了研究并得到了有效波数的表达式

$$k_{\text{eff}}^2 = k^2 + 4\pi n f_s, \quad (1-12)$$

式中 f_s 为与气泡相关的散射函数, n 为气泡分布密度, k 为声波在不含气泡时的液体中传递的波数。但是,当气泡的体积分数较大或声波频率接近于气泡共振频率时,这个关系几乎不成立,此时,必须考虑气泡间的相互作用等因素。Ye等^[10]将含气泡的液体介质看成多体系统,采用 Feynman - diagram 法发展了 Foldy 的理论,考虑了二次散射,其有效波数表示为

$$k_{\text{eff}}^2 = k^2 + 4\pi A \left(1 - j \frac{2\pi B}{k} \right), \quad (1-13)$$

其中

$$A = \int da \left[\frac{an(a)}{(\omega_0^2/\omega^2) - 1 + j\delta} \right], \quad (1-14)$$

$$B = \int da \left[\frac{a^2 n(a)}{[\Omega^2 - 1 + j\delta]^2} \right], \quad (1-15)$$

式中 $\Omega = \omega_0/\omega$, ω_0 和 ω 分别为气泡共振圆频率和声波频率, δ 为阻尼系数,与介质黏性、热传导以及气泡声辐射相关。Orris^[11]等还对气泡影响声传播的因果性进行了分析,在复频平面上讨论了波的传输特性,并进行了低频修正。

气泡对声波可形成多重散射。实验表明^[12],对介质内含有同类气泡情形,当气泡体积分数大于0.22%时,气泡的多重散射将对介质内的声传播产生强烈影响,而当体积分数小于0.22%,影响将急剧减弱;若气泡尺寸呈分布状态,体积分数0.02%时

多重散射影响还几乎观察不到。因此,单散射模型对应的经典理论在一定程度上能够满足含气泡介质内考虑气泡散射影响的需求,但随着气泡密度的增大以致气泡呈云状分布,气泡间的多重散射影响必须考虑。Heney^[13]通过构造多重散射阵列,用有效散射幅度替换源散射幅度对 Foldy 的经典理论进行了修正,得到了更高阶的有效波数。Kargl^[14]考虑了所有高阶散射,得到了新的有效介质波数。

气泡作为散射源出现引起声波的衰减,其作用效果可借助于散射截面来表述,单气泡的散射截面可表示为

$$\sigma_s = \frac{4\pi a^2}{(\omega_0^2/\omega^2 - 1)^2 + \delta^2} \quad (1-16)$$

人们讨论气泡对声传播的影响考虑得更多的是线性波,这和其应用环境有关,如核冷却系统、海洋监测等,通常采用线性声波。然而,高强度超声的液体应用过程中若声波强度足以引起液体空化,则介质为含气泡的液体,此时,气泡对声传播的影响仅用线性理论已不能给出合理的物理解释,需考虑非线性效应。非线性效应的表现有多种因素,如气泡本身的非线性振动、介质本身的非线性等均会影响声波的传输特性。由于超声造影剂在医学上的广泛应用,含气泡液体内的声波非线性特征被广泛研究。气泡对介质的非线性影响可通过混合介质的有效非线性系数来表征。Bjørnø 采用不同的理论推导方式对气/液混合介质的有效非线性系数进行了对比研究^[15],发现有效非线性系数主要受气泡动力学非线性影响,而介质物态变化贡献相对较小。若已知混合介质声速 c_m 随压力 P 和绝对温度 T 的变化关系,有效非线性系数可表示为

$$\beta_{eff} = 1 + \rho_m c_m \left[\left(\frac{\partial c_m}{\partial p} \right)_T \right]_{\rho=\rho_m} + \left(\frac{c_m T \kappa}{c_p} \right) \left[\left(\frac{\partial c_m}{\partial T} \right)_p \right]_{\rho=\rho_m} \quad (1-17)$$

式中 κ 为等压压缩系数, c_p 为混合介质等压比热容, ρ_m 为混合介质密度。Bjørnø 利用参数对照法(The parametric array approach)导出有效非线性系数为

$$\beta_{eff} = \beta_l \frac{\rho_m^2 c_m^4}{\rho_l^2 c_l^4} \left[1 + \chi \frac{\rho_l^2 c_l^4}{\rho_g^2 c_g^4} \right] \quad (1-18)$$

式中 β_l 为液体非线性系数, ρ_l 和 ρ_g 分别为液体和泡内气体密度; c_l 和 c_g 分别为液体和气体声速; χ 为气泡所占体积分数。此结论违背了 Ballou 定律给出的单相流体非线性系数变化规律。Ballou 定律指出,介质非线性参数 $B/A \propto 1/c_m$, 而 $\beta_{eff} =$