

“十三五”国家重点图书出版规划

华人如何 教数学

HOW
CHINESE
TEACH
MATHEMATICS

主编

范良火 黄毅英

蔡金法 李士锜

“十三五”国家重点图书出版规划

华人如何 教数学

主编

范良火 黄毅英
蔡金法 李士锜

HOW
CHINESE
TEACH



图书在版编目(CIP)数据

华人如何教数学/范良火等主编. —南京:江苏凤凰教育出版社, 2017.5

ISBN 978-7-5499-6405-5

I. ①华… II. ①范… III. ①数学教学—教学研究

IV. ①01-4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 084573 号

书 名 华人如何教数学
主 编 范良火 等
责任编辑 胡晋宾
责编信箱 anqingfox@qq.com
装帧设计 李广庆
出版发行 江苏凤凰教育出版社(南京市湖南路 1 号 A 楼 邮编 210009)
苏教网址 <http://www.1088.com.cn>
照 排 南京理工出版信息技术有限公司
印 刷 江苏凤凰通达印刷有限公司(电话:025-57572508)
厂 址 南京市六合区冶山镇(邮编:211523)
开 本 787mm×1092mm 1/16
印 张 35
版 次 2017 年 5 月第 1 版
2017 年 5 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5499-6405-5
定 价 95.00 元
网店地址 <http://jsfhjycbs.tmall.com>
公众号 苏教服务(微信号:jsfhjyfw)
邮购电话 025-85406265, 025-85400774, 短信 02585420909
盗版举报 025-83658579

苏教版图书若有印装错误可向承印厂调换

提供盗版线索者给予重奖

主 编

范良火 英国南安普顿大学
黄毅英 香港教育大学
蔡金法 美国特拉华大学
李士锜 华东师范大学

顾 问

张奠宙 华东师范大学
李秉彝 新加坡南洋理工大学
林福来 台湾师范大学
顾泠沅 上海市教育科学研究院

助 理

张侨平 香港中文大学
李小青 深圳大学

监译统校

鲍建生 华东师范大学
朱 雁 华东师范大学
吴颖康 华东师范大学

中文版序言

张奠宙

2004年,《华人如何学数学》英文版在新加坡出版。这是华人数学教育学者第一次成规模地用英文在国际上发出声音。可以说,这也是中国各个地区的数学教育的理念从“单向输入”转向“开始输出”的一个历史拐点。我在为该书的中文版所写序言的最后几句话是:“为了华人数学教育研究走向世界,大家不计功利,倾注了无比的热情和忘我的努力。这是我们的希望所在。有了这样良好的开端,华人数学教育研究一定会有灿烂的明天,也必将进一步走向世界。”

事实正是如此。时隔11年,姊妹篇《华人如何教数学》英文版于2015年又在新加坡问世。全书的主编,依然是范良火、黄毅英、蔡金法和李士锜他们4位。至于作者队伍,则更加扩大。香港、台湾学者贡献多多。中国大陆有许多比较年轻的作者参与,还有一些作者来自新加坡、美国、英国、挪威和荷兰。从内容看,论述的题材,探讨的深度,使用的方法,都在尽量向世界水平看齐。总之,从《华人如何学数学》到《华人如何教数学》的出版,在经历了历史拐点之后,其发展态势是继续向上方提升,非常令人欣慰。

华人的文化如何走向世界,前人有过一些经验。记得是1991年,我去纽约的洛克菲勒大学见王浩教授,他对我说起中国哲学如何走向国外的一些往事。他的大意是说,中国哲学当然要靠本国自己的学者去研究,那是根本。但是也需要用西方的哲学加以考察。因此,许多留学生到了国外,学习了西方哲学之后,写的博士论文都是中国哲学的题材。不过,要再进一步,中国学者的博士论文要做西方哲学的题目。即要能够和西方学者一样地具备研究西方哲学的能力,然后再回过头来研究中国哲学,这样做才会更好地走向世界。事实上,王浩先生的博士论文有关集合论和实数公理化体系,是一个纯西方的课题。

用王浩先生的话来看《华人如何教数学》的作者队伍,就会觉得这11年来中国学者进步确实很大,许多作者已经具备了和西方数学教育学者一样的研究能力,并得到了国际同行的认可和赞扬。最突出的是香港大学的梁贯成教授,他不久前在德国汉堡举行的国际数学教育大会上荣获弗赖登塔尔奖,这是当今数学教育家可以企及的最高奖项之一。美国特拉华大学的蔡金法教授当选为权威的《数学教育研究杂志》(JRME)的主编(2015~2020),原来在新加坡工作的范良火

博士应邀担任英国南安普顿大学教育学院数学与科学教育研究中心主任、终身教授。他策划和组织了首届数学教材研究的国际会议，提出了数学教材研究的学术架构。除这3位之外，本书的作者中还有许多享有国际声誉的学者。这一切都表明，华人数学教育研究，正在更加坚定而踏实地走向世界。

我注意到这2本书的书名中，都有一个副标题“局内者之研究”。把一个研究课题的视角，分为“局内”与“局外”，意蕴深长。

华人数学教育是一个具有地域性的概念，由华人自己总结自己，由于是亲身经历，自然对问题看得比较真切。本书的一部分作者是华人地区的本土学者，他们当然是“局内者”，所提交的论文报告了当前数学教育改革的成果和问题，体现了中西数学教育理念交汇融合的情势。这当然很重要。另一部分“局内者”则主要在欧美国家工作。他们善于用欧美的理论框架和话语体系对中国数学教育进行解构和阐释。尤其是能把初看上去很普通的教学策略，提升为一种规律性认识，令人耳目一新。不过，正如俗话说的那样，“当局者迷，旁观者清”，华人数学教育究竟如何，还得听听局外学者的评论。可以预料，如果有“局外学者”来参与审视，那么华人数学教育的价值和缺陷将会看得更清楚。

我作为一个“局内者”，对于“华人数学教育”的发展有一个奢望：努力形成一个数学教育学派。当然，学派是不能自封的，非得由“局外者”来认定不可。我们能做的是不断提高我们的学术水准，尽量在实践经验的基础上，总结出比较系统的规律性认识来。如果能提出具有中华文化特征却又具有世界普适性的规律，那么将是对人类文明进步的一点贡献。

为此我常常在想，华人数学教育的核心理念是什么？能不能用比较简单的几句话说清楚？例如，一般认为，华人地区的学生成绩好，就是因为“基础扎实”，那么究竟什么是基础？基础教育的数学基础是哪些？基础扎实的标准是什么？如何测量？基础会不会过剩？熟能生巧是否正确？运算速度要不要规定？基础数学知识如何巩固？基本数学技能如何养成？打基础与求创新如何协调？在补齐我们的短板时如何保持自己的长处？……对这些问题，我们真的很需要一个整体的构思，一个正面的回答。这当然是很困难的事情，需要“局内者”和“局外者”共同努力，长期坚持，才能形成共识。中国数学教育走向世界的脚步，还要继续向前。任重而道远，我们期待着！

以上是一些个人的感想，拉杂写来，权作为序。

2016年岁尾 于华东师大

引言^[1]

范良火 黄毅英 蔡金法 李士锜

自从我们的第一本书《华人如何学数学：局内者之研究》(下文称作《局内者之研究 1》)^[2]在 2004 年出版以来，我们陆续收到了很多令人鼓舞的反馈，它们来自于教育研究者、实践者以及世界各地的广大读者^[3]。我们也很高兴地获悉，美国、英国、德国、新加坡、中国等很多国家的国际顶级期刊或其他相关出版物，都发表了这本书的书评。尤其是在此书出版后，出版者、顾问以及其他读者都敦促我们出版一本新书——一本聚焦于研究华人如何教数学的专著。

同时，近 10 年来国际数学教育界对华人教育，特别是华人数学教育界的关注不断升温。可以看到这种关注与上海学生在国际学生评价项目(PISA)2009 年和 2012 年的测试中所取得的卓越成就有关。^[4]实际上，上海学生的数学平均分在 2009 年和 2012 年的 PISA 测试中分别是 600 和 613 分，而第二名新加坡的分数依次是 562 和 573 分，2 次测试中国平均分都是 500 分。尽管国际上对于上

[1] 引言由浙江理工大学高雪芬博士翻译。

[2] 为了与《华人如何教数学》呼应，我们在再版《华人如何学习数学》时将书名改为《华人如何学数学》。

[3] ①艾伦·毕晓普(2005).一份极有价值的关于华人数学教育的著作——评《华人如何学习数学：局内者之研究》。《数学教育学报》，14(2)，100-102. ②谢立红，赵雄辉(2006).反思：我们是怎样教数学的？——从《华人如何学习数学》说起。《湖南教育》，2006 年 2 月号，44-45. ③Bishop, A. J.(2006). How Chinese learn mathematics perspectives from insiders(book review). *Asia Pacific Journal of Education*, 26 (1), 127-129. ④Star, J. R., & Chang, K.-L.(2008). Looking inside Chinese mathematics education: A review of "How Chinese learn mathematics: Perspectives from insiders". *Journal for Research in Mathematics Education*, 39 (2), 213-216. ⑤Jones, K. (2008). Book review—Windows on mathematics education research in Mainland China: A thematic review. *Research in Mathematics Education*, 10(1), 107-113. 也见：S. Lancaster's(2005) online review on the Mathematical Association of American website at <http://www.maa.org/>.

[4] PISA 由国际经济合作与发展组织(OECD)举办，于 2000 年首次进行测试，此后每 3 年举行 1 次。2009 年，中国大陆的学生首次参加 PISA(参见 www.oecd.org/pisa)。到目前为止，中国大陆的学生还没有参加过另一项著名的国际比较研究——国际数学与科学教育成就趋势调查(TIMSS)。

海学生的最高表现有不同的理解和看法,但是在这 2 次大规模的测试中,以上海为代表的华人学生领先于其他国家(地区)学生如此之多,这一点却是不容忽视的。在 PISA(2009)之后,Tucker 和他的同事们出版了一本书——《超越上海:世界领先水平上的美国数学教育议程》(Tucker, 2011)^[1]。在 PISA(2012)后,英国政府于 2014 年 3 月宣布,拟招募约 60 名上海数学教师到英国任教,以提高英国数学水平,从而弥补两国之间的差距(Paton, 2014)^[2]。显然,人们对华人数学教育的兴趣和关注将持续多年,我们也应该从学术研究的视角仔细探讨华人数学教育及华人学生的表现。

《华人如何教数学:局内者之研究》(简称《局内者之研究 2》)不仅是对我们第一本书,以华人如何学习数学为焦点的《局内者之研究 1》的延续,而且是从研究的视角对这种持续升温的“华人数学教学研究热”及其所引发的学术对话的一种回应。

本书聚焦于华人数学教育中的“教”,更确切地说,是关于华人数学教育中的教学、教师、教师教育以及专业化发展的研究。本书分为 3 个部分。

第一部分是“历史与现实的视角”,代钦和张家麟撰写了第 1 章,其中对中国古代的一些核心的价值观、思想、方法进行了分析,旨在给读者提供一个广泛的、历史的中国古代数学教育的传统视角。相应的,在第 2 章中,范良火、苗健桢、莫雅慈综述了当代国际研究的最新成果,包括当今华人数学教师的教学、教师的职前教育、在职专业发展、学校的教研组及各级教研室的核心作用等。

第二部分讨论的是“华人的数学教学方式”,共有 12 章,从宏观和微观的广阔视角阐释了华人如何教数学,这些研究是由不同地区的不同研究者合作完成的。

第 3 章和第 4 章用一些新的理论模型,分析了华人的数学教学方式。第 3 章由黄荣金、Miller 和 Tzur 撰写,他们提出了一个由 3 种理论所组成的混合模型,并借此对华人数学课堂教学上的学习机会进行了深入细致的研究,尤其是关于变式教学的一般特征研究。在第 4 章中,王涛、蔡金法、史蒂芬·黄展示了另一个

[1] Tucker, M. S.(Ed.),(2011). *Surpassing Shanghai : An agenda for American education built on the World's leading systems*. Cambridge, MA: Harvard Education Publishing Group.

[2] Paton, G.(2014, March 14). Chinese teachers sent into English schools to boost results. *The Daily Telegraph*. Retrieved from <http://www.telegraph.co.uk>.

华人数学课堂上的细致研究,探究了教师实现教学一致性的语言策略以及中国教学的特征,并提出了一个检验教学一致性的理论框架。

第5~10章给读者提供了一个深度了解华人数学教师进行各种具体数学内容教学的机会。第5章中,黄幸美采用了录像、访谈等方法研究了12个来自中国台湾小学的教学案例,描述了教师的教学过程以及教师教学长度、面积、体积的测量时的侧重点,以帮助读者理解数学课堂教学实践。第6章中,方燕萍研究了上海的中学专家型教师怎样解释学生的几何证明作业,通过作业揭示了上海课堂教学的另一个维度,强调了数学作业在数学教学中的作用。

第7章中,李小鹏比较了澳门、香港、荷兰的学生解决时间间隔问题的能力,并通过访谈、课堂观察等方法揭示了每一个地方讲授时间间隔问题的方式。第8章中,杨德清等人报告了怎样用交互式多媒体在中国台湾的小学讲授数感,以及学生在教学前后应用数感的差异。结果显示,交互式多媒体在帮助学生发展数感和激发学生学习的动力方面都是一种有效的工具。第9章中,丁莉萍、Jones与张奠宙给出了一个案例研究,分析了上海的专家型教师怎样在8年级数学课上使用“渗透式教学法”讲授几何定理。其中界定了2种关键因素:一是复杂的学习支持结构,二是循序渐进的重复和积累(在多层次的教学程序中逐级训练学生的技能,逐步加深学生对知识间系统联系的认识)。第10章中,黄兴丰、杨惊雷、李士锜基于新课标的知识与技能、数学思考、解决问题、情感与态度这样4个维度,研究了3位专家型教师讲授“用字母表示数”的案例。

和前述章节不同,第11~14章更关注华人数学教学课堂上的一般教学方法。第11章中,徐斌艳和朱广天研究了一种华人数学教学实践中新的教学方式——“基于项目的教学”,分析了2个案例,研究了学生在基于项目的课堂教学环境中的多方面特征。第12章中,李源顺与林福来通过对台湾的4年级学生进行大规模的录影研究,调查了台湾数学教师的教学行为,揭示了他们数学教学的普遍特征。类似的,在第13章中,马云鹏和赵冬臣也对中国小学的13节示范课进行了研究,分析了课程改革后示范课的特征。结果显示,这些示范课不仅实践了新课改的主要思想,还体现了华人数学课堂的一些稳定特征。最后,在第14章中,顾泠沅、杨玉东、贺真真介绍了青浦实验——一个在中国非常著名的数学教学改革实验,分析了这项实验对8年级学生数学学习的影响。

第三部分“华人数学教师、教师教育及教师专业发展”共有7章,阐释了华人

数学教师知识、信念以及他们的专业发展.

第 15 章中, 张侨平和黄毅英首先对信念与知识怎样影响数学教师的教学进行了综述, 特别关注了在华人地区所进行的研究, 其中包括 5 个采用不同方法的研究项目, 用以说明信念和知识怎样在中国的背景下影响数学教学. 第 16 章中, 范良火、朱雁和唐彩斌调查了来自 7 个不同地区的 30 多名教学名师, 通过问卷及访谈分析名师在其卓越的教学生涯背后成功的原因. 结果表明, 这些名师认为内在因素(个人的)比外在因素在一个人的专业成长中起到更重要的作用. 第 17 章中, 陈倩和梁贯成调查了 3 位华人教师的数学信念, 这些信念是在一个以建构主义为导向的课程改革背景下倡导和实施的, 并揭示了这些教师的不同的信念.

在教师的专业发展方面, 第 18 章中, 袁智强和李旭辉采用案例研究方法, 探究了教师专业发展中的一种叫做“同课异构活动”(SCDD)的新方法对职前教师专业发展的影响, 并提出了一种分析同课异构的关键因素及活动阶段的模型. 第 19 章中, 金海月、陆珺和钟志华分析了华人数学教师对概念图的看法, 以及在短暂的培训后, 教师在制定教学计划和实际教学中使用概念图的情况. 他们的研究揭示出, 实际训练以及教师在教学中引入新工具和思想的重要性. 第 20 章中, 林碧珍和蔡文焕指出了怎样在台湾教师培训中使用基于研究的案例, 来加强数学教师在教学实践中保持高水平认知要求的意识及能力. 本书的最后一章, 吕玉琴、陈叶祥和黄毅英通过对相关文献的细致梳理及他们所实施的 2 个实验研究, 对中国大陆、台湾以及香港地区数学教师的宗教信仰与教学的关系进行了深入的剖析. 对那些感兴趣的读者来说, 这个特别的、尚未充分研究的领域是必读的.

完成此书花了很多时间. 在 2010 年初, 我们和出版社达成协议后即开始筹划此书. 对于本书这样一个规模宏大的项目, 一路走来假若没有很多人的帮助是根本无法完成的, 请允许我们致以深深的谢意.

首先, 我们要感谢所有的参与者, 他们提交了摘要或者初稿, 更要感谢最终获得接受的各章作者, 他们殚精竭虑地撰写及修改相应的章节, 使得该书质量得到保证.

其次, 所有提交的稿件均通过至少 2 位同行的匿名审阅, 他们都是在大学任教的学者, 或者拥有博士学位. 我们对所有慷慨相助的审稿者表达深深的谢意,

他们是：

姓名	所在地	姓名	所在地
Boey Kok Leong	新加坡	李小鹏	荷兰
Kim Beswick	澳大利亚	李文林	北京
Christian Bokhove	英国	李旭辉	美国
Astrid Brinkmann	德国	Mailizar Mailizar	印度尼西亚
蔡金法	美国	Lionel Pereira-Mendoza	加拿大
陈叶祥	香港	莫雅慈	香港
郑振初	香港	庄绍勇	香港
丁莉萍	挪威	Ng Swee Fong	新加坡
Shelley Dole	澳大利亚	Ng Wee Leng	新加坡
范良火	英国	倪玉菁	香港
方燕萍	新加坡	聂必凯	美国
Koh Kim Hong	加拿大	Leah A. Nillas	美国
谢丰瑞	台湾	Thomas E. Ricks	美国
黄幸美	台湾	孙旭花	澳门
黄荣金	美国	Sun Ye	美国
黄兴丰	上海	邓国俊	香港
Gwen Ineson	英国	Fay Tuner	英国
江春莲	澳门	Charis Voutsina	英国
金海月	南京	黄冠麒	新加坡
Keith Jones	英国	黄毅英	香港
罗浩源	香港	杨玉东	上海
吕玉琴	台湾	袁智强	长沙
梁玉麟	香港	张侨平	香港

再次，我们要对 4 位顾问张奠宙、李秉彝、林福来和顾泠沅，致以诚挚的谢意，感谢他们的宝贵建议和对本书坚持不懈的支持。

我们曾召开过 3 次编写会议，分别是 2011 年 4 月于中国杭州、2012 年 7 月于韩国首尔、2013 年 6 月于中国上海，我们感谢浙江教育出版社和华东师范大

学数学系为会议的组织工作提供的帮助。

最后,我们应该感谢编辑助理张侨平和李小青,他们在本书的最后成书阶段提供了关键性的编辑上的协助。同时,我们对 Manahel Alafaleq, Chen Yangting, Lu Jitan, Zhang Ji, Angeline Fong, Kwong Lai Fun, Elizabeth Lie, Lionel Pereira-Menzoda 以及莫雅慈、华琼、王祎和向坤在本书编写及出版的不同阶段所给予的帮助表示感谢。

本书旨在呈现一组世界不同地区的国际研究人员,对华人数学教育的研究所做出的又一项共同努力。然而,有一点是明确的,甚至在某种程度上变得更加清晰了:对于我们来说,由于教学问题的复杂性,尤其是加上华人学校、学生和教师的多元的社会、经济、文化乃至宗教的背景,我们的努力还远远不够。我们希望《局内者之研究 2》也像《局内者之研究 1》一样,对华人数学教育的研究、进而对国际数学教育研究做出有意义的贡献。我们诚邀各位同行及广大读者,交流、反馈并提出宝贵意见。

2014 年 7 月

目 录

i 中文版序言

张奠宙 华东师范大学

iii 聚焦华人数学教学、教师及教师教育:引言

范良火 英国南安普顿大学

黄毅英 香港教育大学

蔡金法 美国特拉华大学

李士锜 华东师范大学

第一部分 历史与现实的视角

003 第1章 中国的传统数学教学智慧

代钦 内蒙古师范大学

张家麟 香港教育学院

026 第2章 中国教师如何教数学、如何实现专业发展:当代国际研究的视角

范良火 英国南安普顿大学

苗侦桢 英国南安普顿大学

莫雅慈 香港大学

第二部分 华人的数学教学方式

049 第3章 中国数学课堂教学:基于综合模型的学生学习机会分析

黄荣金 美国中田纳西州立大学

L.Diane Miller 美国中田纳西州立大学

Ron Tzur 美国丹佛科罗拉多大学

- 078 第4章 实现数学课堂内的连贯性——检查教学连贯性的一个框架
王 涛 美国塔尔萨大学
蔡金法 美国特拉华大学
史蒂芬·黄 美国特拉华大学
- 104 第5章 小学教师的测量教学研究——以台湾教师的空间测量课堂教学为例
黄幸美 台北市立大学
- 131 第6章 家庭作业在教学法及课程方面的潜能——关于上海几何证明的一个案例研究
方燕萍 新加坡南洋理工大学
- 151 第7章 时距计算的教学研究——澳门、香港及荷兰学生数学能力的比较
李小鹏 荷兰阿姆斯特丹自由大学
- 178 第8章 借助交互式多媒体的数感教学研究——以中国台湾一所小学为例
杨德清 台湾嘉义大学
陈霈颖 台湾嘉义东石小学
蔡宜芳 台湾云林斗六小学
谢典佑 台湾嘉义东石小学
- 209 第9章 平面几何入门教学中的渗透式教学法——上海一节8年级几何定理课堂教学的案例分析
丁莉萍 挪威 Sør-Trøndelag 大学
Keith Jones 英国南安普顿大学
张奠宙 华东师范大学
- 237 第10章 以课程标准为基础的中国小学数学课堂字母表示数的课程目标实施
黄兴丰 上海师范大学
杨惊雷 江苏常熟理工学院

李士锜 华东师范大学

- 257** 第 11 章 促进学生数学活动参与的中国项目式课堂
实践

徐斌艳 华东师范大学

朱广天 华东师范大学

- 283** 第 12 章 台湾 4 年级教师数学内涵教学行为之录影研究

李源顺 台北市立大学

林福来 台湾师范大学

- 309** 第 13 章 课程改革中的示范课特征——对 13 节小学数学
课的分析

马云鹏 东北师范大学

赵冬臣 哈尔滨师范大学

- 328** 第 14 章 青浦数学教育改革的实证研究——数学能力目
标主成分分析的数据报告

顾泠沅 上海市教育科学研究院

杨玉东 上海市教育科学研究院

贺真真 上海师范大学

第三部分 华人数学教师、教师教育及教师专业发展

- 345** 第 15 章 信念、知识和教学: 华人数学教师系列研究

张侨平 香港中文大学

黄毅英 香港教育大学

- 375** 第 16 章 特级教师是怎样炼成的? ——一项有关 31 位小
学数学特级教师的研究

范良火 英国南安普顿大学

朱 雁 华东师范大学

唐彩斌 浙江省杭州市时代小学

- 401** 第 17 章 课程改革背景下中国教师的数学信念

陈 倩 四川师范大学

- 梁贯成 香港大学教育学院
- 430** 第 18 章 “同课异构”活动及其对职前数学教师专业发展的影响——以娜丁为例
袁智强 湖南师范大学
李旭辉 美国长滩加利福尼亚州立大学
- 448** 第 19 章 中国数学教师对概念图感知的探索
金海月 南京师范大学
陆 琪 华东师范大学
钟志华 南通大学
- 470** 第 20 章 帮助教师在课堂教学中维持高认知需求的数学任务:基于台湾的培训课程
林碧珍 台湾新竹教育大学
蔡文焕 台湾新竹教育大学
- 498** 第 21 章 中国大陆、台湾以及香港地区数学教师的宗教信仰与教学之间的联系
吕玉琴 台北教育大学
陈叶祥 香港中文大学
黄毅英 香港教育大学
- 536** 后记 为什么对华人学习者感兴趣?
范良火 英国南安普顿大学
黄毅英 香港教育大学
蔡金法 美国特拉华大学
李士锜 华东师范大学
- 542** 译后记
鲍建生 华东师范大学
朱 雁 华东师范大学
吴颖康 华东师范大学

第一部分

历史与现实的视角