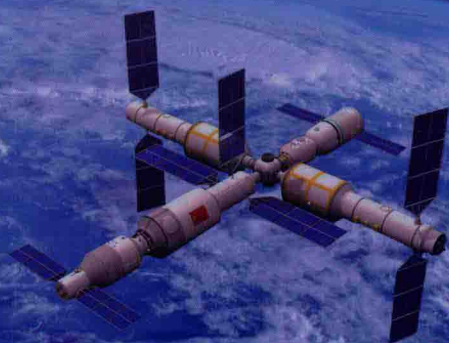


书出版基金资助出版

混合有限元-统计能量 分析方法及其航天应用

朱卫红 邹元杰 韩增尧 著



中国宇航出版社

航天科技基金资助出版

混合有限元-统计能量 分析方法及其航天应用

朱卫红 邹元杰 韩增尧 著



中国宇航出版社

·北京·

版权所有 侵权必究

图书在版编目 (CIP) 数据

混合有限元—统计能量分析方法及其航天应用 / 朱卫红, 邹元杰, 韩增尧著. -- 北京: 中国宇航出版社, 2017. 6

ISBN 978 - 7 - 5159 - 1320 - 9

I. ①混… II. ①朱…②邹…③韩… III. ①混合法 (有限元法)—统计分析—能量分析—应用—航天器—飞行力学 IV. ①V412.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 115155 号

责任编辑 彭晨光

责任校对 祝延萍

装帧设计 宇星文化

出版 中国宇航出版社

社址 北京市阜成路 8 号 邮编 100830
(010)60286808 (010)68768548

网址 www.caphbook.com

发行部 (010)60286888 (010)68371900
(010)60286887 (010)60286804(传真)

零售店 读者服务部
(010)68371105

承印 北京画中国画印刷有限公司

版次 2017 年 6 月第 1 版
2017 年 6 月第 1 次印刷

规格 787 × 1092

开本 1/16

印张 17.25 彩插 16 面

字数 417 千字

书号 ISBN 978 - 7 - 5159 - 1320 - 9

定价 98.00 元

本书如有印装质量问题, 可与发行部联系调换

航天科技图书出版基金简介

航天科技图书出版基金是由中国航天科技集团公司于 2007 年设立的,旨在鼓励航天科技人员著书立说,不断积累和传承航天科技知识,为航天事业提供知识储备和技术支持,繁荣航天科技图书出版工作,促进航天事业又好又快地发展。基金资助项目由航天科技图书出版基金评审委员会审定,由中国宇航出版社出版。

申请出版基金资助的项目包括航天基础理论著作,航天工程技术著作,航天科技工具书,航天型号管理经验与管理思想集萃,世界航天各学科前沿技术发展译著以及有代表性的科研生产、经营管理译著,向社会公众普及航天知识、宣传航天文化的优秀读物等。出版基金每年评审 1~2 次,资助 20~30 项。

欢迎广大作者积极申请航天科技图书出版基金。可以登录中国宇航出版社网站,点击“出版基金”专栏查询详情并下载基金申请表;也可以通过电话、信函索取申报指南和基金申请表。

网址: <http://www.caphbook.com>

电话: (010) 68767205, 68768904

序 一

航天器在发射阶段要经受严苛的宽频带力学环境考验，在研制阶段进行力学环境预示，其目的是指导整星级和部件级动态载荷设计和力学环境试验，这是确保航天器飞行期间安全性和可靠性的重要技术措施。迄今，相较于低频段有限元方法的广泛应用和高频段统计能量分析方法的研究应用，中频段预示方法尚不成熟，属于国内外探索研究的前沿课题。本书针对中频力学环境预示方法，在系统深入调研分析的基础上，重点阐述了混合有限元-统计能量分析方法的建模原理及其在航天器工程中的应用案例，并在混合方法的理论建模、仿真分析和试验验证等方面突破了一系列关键技术和难题，取得了多项工程实用的探索性、创新性研究成果。

作为国内首部系统阐述混合有限元-统计能量分析方法及其航天工程应用的专著，本书密切结合我国航天工程的实际需求，以工程应用为目的，以理论研究为基础，既有理论深度，又注重验证与工程应用。本书对混合有限元-统计能量分析方法进行了系统的梳理，详细阐述了典型结构的混合点、线、面连接建模理论，并在此基础上对相关理论进行了完善。作者不仅注重理论上的严密论证和分析，也非常重视模型的验证及方法的航天工程应用，理论与工程实践结合，从而使该书内容更加丰富、严密和完整，便于工程技术人员（尤其是航天工作者）理解掌握和开展工程实践应用。

综上所述，《混合有限元-统计能量分析方法及其航天应用》是一部反映我国航天器力学环境预示领域最新研究成果的学术专著，相信本书的出版将会受到结构动力学研究学者及航天器总体设计、航天器力学环境试验及结构动力学分析相关的工程人员的欢迎。



2016年10月20日

序 二

1970 年第一颗人造卫星开启了我国航天事业的辉煌历程，近半个世纪里，航天工程极大地促进了我国科学技术、国民经济和国防建设的发展，从北斗导航到载人空间站，再到深空探测，我国正在实现从航天大国向航天强国的跨越。与此同时，我国航天事业的飞速发展对航天器的总体设计、研制规范、试验方法等均提出了更高的要求。

众所周知，航天器在发射过程中要经历严酷的宽频带力学环境，如整流罩内的噪声环境和星箭界面的随机振动环境。为了保证航天器的安全性和可靠性，在研制阶段对航天器进行动力学环境预示尤为重要。然而发射段的力学环境十分复杂，如何对其进行准确的建模、分析和预示，是目前航天工程中的一个技术难题。

本书作者团队长期从事航天器动力学分析与力学环境预示技术研究，在航天器力学环境分析、预示和地面试验等方面具有扎实的理论基础、全面的专业知识和丰富的工程经验，参与了我国“十一五”和“十二五”期间相关重要预研项目的研究工作，取得了丰硕的研究成果。本专著《混合有限元-统计能量分析方法及其航天应用》系统深入地总结了近几年来在航天器力学环境预示研究领域，特别是混合有限元-统计能量方法方面的研究成果，对推动我国航天器的设计水平具有重要的作用。本书立足于我国航天工程的实际需求，从理论推导、仿真验证、试验验证和航天工程应用等几个方面系统深入和全面详细地介绍了混合有限元-统计能量分析方法，其撰写的主要特点有：立足航天工程实际需求，切合国内外研究前沿，突出了实用性与先进性；专著中包含大量的理论推导，推导过程逻辑严密，配合大量仿真验证与试验验证结果，便于读者理解和掌握相关内容；本书含有典型的航天工程应用案例，以航天工程需求为出发点，以服务于航天工程为目的，可为混合有限元-统计能量分析方法在航天工程应用中的进一步推广提供借鉴。

本书充分吸纳了我国近年来在航天器中高频力学环境分析预示领域取得的研究成果，全面、系统、深入地阐述了混合有限元-统计能量分析方法的基本理论、建模方法和航天工程应用案例，是一本融合理论探索研究和工程应用研

究的专著。在混合方法的理论研究方面，国内可供参考的能够系统全面阐述相关理论和方法的文献很少，本书作为国内首部关于混合有限元-统计能量分析方法的专著，其出版将会进一步推动我国航天器力学环境预示方法的研究和工程应用，从而为提升我国航天器设计水平提供重要的技术支撑。



2016年10月26日

前 言

在发射阶段，火箭的喷流噪声、发动机的燃烧振荡和气动噪声等力学环境对航天器的设计提出了苛刻的要求。上述力学环境不仅在空间分布上相关、时间分布上随机，而且具有量级大、频带宽且高频分量丰富等特点。力学环境不仅能够通过星箭界面传递到航天器上，而且可以通过整流罩内的噪声环境直接作用在航天器表面，可能导致有效载荷和仪器设备的损伤、失效，因此航天器在研制过程中，力学环境预示具有非常重要的作用。

航天器的力学环境非常复杂，涵盖了低频、中频和高频的载荷，仅采用一种分析方法实现航天器全频域的力学环境预示几乎是不可能的。在低频段，航天器结构的模态稀疏，参数和边界摄动引起的动力学扰动非常小，有限元法和边界元法等确定性方法均是非常可靠的预示手段。在高频段，系统的模态密集，高频响应对参数和边界的摄动非常敏感，此时采用统计方法可以有效地描述系统的响应，如统计能量分析方法等。但在中频段，航天器结构形式、材料属性等非常复杂，不同部件之间模态密度和刚度差异可能较大，如航天器承力结构刚度大、模态稀疏，而天线、太阳翼等柔性大、模态密集，单纯依靠低频方法和高频方法都无法有效解决这种力学环境预示问题，即“中频问题”。

“中频问题”是目前国内外研究的前沿课题，目前国内外相关研究成果较多，特别是2005年Langley提出的基于波动理论的混合有限元-统计能量分析方法开启了中频预示的新篇章。然而由于其耦合机理复杂，在国内相关建模理论的研究相对滞后，阻碍了该方法在国内工程中的推广与完善。我国航天工业部门在“十二五”启动了针对混合方法的相关研究，得到了国防973，总装预研项目等的大力支持，取得了丰硕的研究成果，为该方法在我国航天工程中的应用奠定了基础。

本书是在紧密跟踪国际研究前沿和总结现有研究成果的基础上撰写而成的，内容涵盖了混合有限元-统计能量分析方法的基本理论、混合连接建模理论、混响载荷建模理论、试验验证与工程应用等。全书共分为9章，第1章为绪论，全面调研了目前国内外中频段力学环境预示方法，并对现有方法进行了对比、分析与归纳，阐述了混合有限元-统计能量分析方法的优点与工程应用

前景;第2章系统阐述了有限元模型与统计能量模型之间的耦合关系-互易关系,对其中的假设条件进行了归纳;基于互易关系给出了混合有限元-统计能量分析方法的系统方程,实现统计能量模型和有限元模型的混合求解;系统梳理了混合方法的分析流程;第3章详细介绍了基于有限元的能量流分析方法,该方法可结合蒙特卡洛仿真用于验证混合连接模型,是本书仿真验证的主要手段;第4章阐述了基于波动理论的混合点连接模型,给出了一种面向复杂边界的混合点连接修正方法;第5章基于傅里叶变换方法,阐述了混合线连接建模方法,给出了混合线连接的位移形函数构造方法;第6章基于二维傅里叶变换及坐标变换方法,采用 Jinc 形函数给出了不同边界条件下声场混合面连接模型的建模方法研究;第7章基于 Rayleigh 积分与互易关系建立了混响载荷模型,提出了可考虑声腔边界的混响载荷建模方法,并给出了声腔边界和混响载荷空间相关性对预示结果的影响;第8章开展了典型结构的混合 FE-SEA 方法的试验验证,并基于试验数据研究了完全混响假设对不同连接模型预示结果的影响;第9章基于混合方法开展了航天器工程应用及试验验证,包括太阳翼、整星级和系统级噪声试验验证,同时基于混合 FE-SEA 方法开展了支架结构对航天器噪声响应的影响研究和航天器部组件随机振动试验条件确定方法研究。

本书总结了“十一五”以来相关课题的研究成果。在课题的开展与本书的撰写过程中,得到了时任航天科技集团公司总经理的马兴瑞教授的大力支持与鼓励;感谢曲广吉研究员、向树红研究员、范含林研究员、王天舒教授、刘才山教授等专家和老师对课题成果的肯定;感谢总体部孙京部长、石洪焱书记、王大轶副部长、王永富主任和系统工程技术研究室领导为申请航天科技出版基金提供的支持和帮助;感谢张瑾高工在混合有限元-统计能量分析基本理论、混合点连接建模理论研究与试验验证等方面做出的突出贡献。

目前国内鲜有关于混合有限元-统计能量分析方法建模原理的相关著作,本书的编写目的是希望读者能够通过本书了解和掌握混合有限元-统计能量分析方法的基本理论、典型连接的建模原理、航天工程应用等相关知识,可供航天器结构动力学分析及航天器力学环境研究等领域的技术人员阅读,也可作为高等院校和科研院所相关专业的参考书。由于混合有限元-统计能量分析方法相关理论还需进一步完善,工程应用中尚处于验证研究阶段,加之作者水平有限,且成书时间短,因此书中难免出现不足甚至错误之处,希望读者批评指正,我们将不胜感激。

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 研究现状	1
1.2.1 改进的确定性方法	2
1.2.2 改进的统计能量分析法	7
1.2.3 混合法	9
1.2.4 工程应用现状	12
1.2.5 中频预示技术对比分析	16
1.3 本书内容构架	18
1.4 混合 FE-SEA 方法的后续研究展望	19
第 2 章 混合 FE-SEA 方法的基本理论	20
2.1 直接场与混响场的定义	20
2.2 互易原理	22
2.2.1 基于波动理论的互易原理	22
2.2.2 基于模态理论的互易原理	28
2.3 耦合系统方程	34
2.3.1 边界的划分与动力学特征	34
2.3.2 确定性子系统的系统方程	35
2.3.3 随机子系统的系统能量平衡方程	38
2.4 分析流程	43
2.5 混合 FE-SEA 方法的程序设计	44
2.6 小结	45
第 3 章 基于有限元的能量流分析	47
3.1 系统的能量流模型	47
3.1.1 节点坐标下的能量流模型	48
3.1.2 模态坐标下的能量流模型	49
3.1.3 计算方法的讨论	50
3.2 特定载荷作用下的能量流模型	51

3.2.1 与空间位置相关的外载荷的模型	51
3.2.2 与空间位置不相关的外载荷的模型	52
3.2.3 能量流模型中的频段平均	53
3.2.4 应用子结构法的能量流模型	55
3.3 大面质比板结构的能量流模型	58
3.3.1 板结构面内运动与面外运动的能量流模型	58
3.3.2 能量影响系数与耦合损耗因子	59
3.4 算例分析及应用	60
3.4.1 L型板结构的能量流分析	60
3.4.2 面内能量的影响分析	67
3.5 小结	70
第4章 混合 FE-SEA 点连接建模方法	72
4.1 梁结构的混合点连接模型	72
4.1.1 连接处的位移协调条件	73
4.1.2 连接处力与波的关系	74
4.1.3 连接处的动刚度矩阵	75
4.2 无界板结构的混合点连接模型	75
4.2.1 基于波动理论的无界板结构运动描述	75
4.2.2 连接处的位移协调条件	77
4.2.3 连接处的力与波的关系	80
4.2.4 无界板结构的混合点连接模型	81
4.3 有界板结构的混合点连接模型	81
4.3.1 近似处理方法	82
4.3.2 基于波长的修正因子理论	82
4.4 算例分析	83
4.4.1 Cotoni 模型混合点连接验证	83
4.4.2 梁板组合结构混合点连接验证	87
4.4.3 框架式梁板耦合系统的有界混合点连接模型验证	91
4.5 小结	95
第5章 混合 FE-SEA 线连接建模方法	96
5.1 线连接的坐标系统	96
5.2 波数空间下的线连接模型	97
5.2.1 横向振动	97
5.2.2 纵向振动	100
5.3 节点坐标系下的线连接模型	102

5.3.1 线连接的位移形式	102
5.3.2 动刚度矩阵的傅里叶变换	102
5.4 线连接位移形函数	104
5.4.1 模态线性插值形函数	104
5.4.2 三角波线性插值形函数	106
5.4.3 基于 Shannon 小波的形函数	108
5.5 仿真算例	109
5.6 小结	112
第 6 章 混合 FE - SEA 面连接建模方法	114
6.1 受挡声场的混合面连接模型	114
6.1.1 受挡声场的辐射特性	114
6.1.2 受挡声场的动刚度矩阵	116
6.1.3 形函数的构造	117
6.1.4 声场动刚度矩阵的化简	122
6.1.5 基于受挡系统的声辐射特性分析	125
6.2 非受挡声场系统的混合面连接模型	127
6.2.1 非受挡声场系统的导纳矩阵	128
6.2.2 基于 Jinc 形函数的导纳矩阵及节点坐标投影	129
6.2.3 导纳矩阵与动刚度矩阵的转换	129
6.2.4 声场导纳矩阵的化简	131
6.3 多边界的混合面连接模型	134
6.3.1 刚度矩阵的缩聚	134
6.3.2 非受挡边界的响应	134
6.4 板结构的混合面连接模型	135
6.5 仿真算例	137
6.5.1 基于受挡混合面连接的声场-结构耦合系统分析	137
6.5.2 基于受挡混合面连接的声场-结构-声场耦合系统分析	139
6.5.3 基于非受挡混合面连接的声场-结构耦合系统分析	141
6.5.4 基于多边界的混合面连接声场-结构耦合系统分析	143
6.6 小结	147
第 7 章 混响声场的载荷建模方法	148
7.1 混响声场的载荷模型	148
7.1.1 混响声场的载荷模型	148
7.1.2 结构响应	149
7.1.3 结构的声辐射功率	150

7.1.4 结构的总辐射效率及模态辐射效率	150
7.2 有界声场的混响载荷修正模型	151
7.3 声场载荷的空间相关性	151
7.3.1 理论空间相关性模型	151
7.3.2 混响载荷模型的空间相关性证明	154
7.4 算例分析及应用	155
7.4.1 板结构单侧混响载荷下的响应预示	155
7.4.2 声场几何边界对预示结果的影响	157
7.4.3 声场载荷空间相关性影响分析	162
7.5 小结	174
第8章 混合 FE-SEA 方法的试验验证	176
8.1 试验件及主要参数	176
8.2 “日”字型梁频响函数的测量	178
8.2.1 试验基本原理	178
8.2.2 试验方法及实施过程	178
8.2.3 试验数据分析	179
8.3 单板模态密度的测量	180
8.3.1 试验基本原理	180
8.3.2 试验方法及实施过程	182
8.3.3 试验数据分析	183
8.4 单板内损耗因子的测量	185
8.4.1 试验基本原理	186
8.4.2 试验方法及实施过程	188
8.4.3 试验数据分析	188
8.5 梁板组合结构响应的测量	192
8.5.1 试验基本原理	192
8.5.2 试验方法及实施过程	192
8.5.3 试验数据分析	193
8.6 完全混响假设的合理性及其影响	196
8.7 小结	198
第9章 混合 FE-SEA 方法在航天工程中的应用	199
9.1 太阳翼噪声响应分析与验证	199
9.1.1 太阳翼噪声试验	199
9.1.2 太阳翼模型	203
9.1.3 响应预示及验证	204

9.2 整星噪声响应分析与验证	210
9.2.1 整星噪声试验	210
9.2.2 整星噪声预示及结果对比	212
9.3 星箭取样耦合系统级噪声响应分析与验证	216
9.3.1 系统级噪声试验	216
9.3.2 系统级噪声预示及结果对比	218
9.4 声振组合载荷下航天器的力学环境预示	223
9.4.1 分析模型	224
9.4.2 响应分析	225
9.4.3 不同载荷下的传递响应分析	227
9.4.4 结论	230
9.5 航天器支架车结构对航天器噪声响应的影响	232
9.5.1 分析模型	232
9.5.2 预示结果及分析	233
9.6 卫星部组件随机振动试验条件确定方法	240
9.6.1 组合载荷作用下的随机响应分析	240
9.6.2 部组件随机振动试验条件确定	243
9.6.3 结论	246
9.7 试验验证情况及误差分析	247
9.8 小结	248
参考文献	250

第 1 章 绪 论

1.1 引言

在发射阶段,火箭的喷流噪声、发动机的燃烧振荡和气动噪声等力学环境对航天器的设计提出了苛刻的要求^[1]。上述力学环境不仅在空间分布上相关、时间分布上随机,而且具有量级大、频带宽且高频分量丰富(5 Hz~10 kHz)等特点^[2]。力学环境不仅能够通过星箭界面传递到航天器上,而且可以通过整流罩内的噪声环境直接作用在航天器表面^[3],可能导致有效载荷和仪器设备的损伤、失效,因此,在航天器研制过程中,力学环境预示具有非常重要的作用。准确的力学环境预示是指导航天器总体设计、结构与机构分系统设计,以及地面试验方案与试验条件制定的重要依据,因此,航天器全频域力学环境预示技术是航天器研制一项关键技术。我国在航天器力学环境预示方面开展了 30 余年的研究工作,主要集中在低频力学环境,形成了一套预示和分析手段,用于各类航天器型号的研制。然而,航天器的力学环境非常复杂,涵盖了低频、中频和高频的载荷,目前预示方法的基础理论研究和大型复杂航天器的宽频带力学环境分析预示能力同实际航天工程需求之间仍然有不小的差距。

当前工程应用中各种分析方法主要在某个频段范围内有效,因此仅采用一种分析方法实现航天器全频域的力学环境预示几乎是不可能的^[4]。在低频段,航天器结构的模态稀疏,参数和边界摄动引起的动力学扰动都非常小,有限元法(Finite Element Method, FEM)^[5]和边界元法(Boundary Element Method, BEM)^[6]等确定性方法均是非常可靠的预示手段。在高频段,系统的模态密集,高频响应对参数和边界的摄动非常敏感,此时采用统计方法可以有效地描述系统的响应,如统计能量分析(Statistical Energy Analysis, SEA)^[7]。但在中频段,航天器结构形式、材料属性等非常复杂,不同部件之间模态密度和刚度差异可能较大,如航天器承力结构刚度大、模态稀疏,而天线、太阳翼等柔性大、模态密集,单纯依靠低频方法和高频方法都无法有效解决这种力学环境预示问题,这就是所谓的“中频问题”^[8-9]。中频力学环境预示问题属于国际研究的前沿课题,尤其是对于航天工程,目前还没有一种成熟和可靠的技术能够对航天器的中频力学环境进行有效预示,本书将致力于中频预示方法的调研与研究,以期能够解决航天器中频力学环境预示的难题。

1.2 研究现状

航天器中频力学环境预示技术和工程应用研究对指导航天器整星和部件级动态载荷设

计和力学环境试验具有重要意义,是目前国内外研究的难点和热点。通过系统深入的调研,中频预示方法根据其基本思想可归纳为三类^[10-12]:

1) 改进的确定性方法:通过提高传统确定性方法的计算效率和计算精度,将低频分析方法的适用频段上延至中频的方法;

2) 改进的统计能量分析法:通过适当放松统计能量分析的假设条件,将统计能量分析的适用频段下延至中频的方法;

3) 混合法:综合了低频方法和高频方法的优点的方法。

1.2.1 改进的确定性方法

确定性方法,如有限元、边界元及无限元法等^[13-15],受到计算效率及不确定性等诸多因素的制约,主要用于低频段的力学环境预示。为了拓展其应用范围,很多学者针对如何提高确定性方法的收敛和计算效率展开了大量的研究工作,期望通过对算法的改进,将传统的确定性方法的适用频段向上延伸至中频。

在传统的确定性方法中,连续区域或边界被离散为小的单元,每个单元中的场变量通过近似的形函数描述,要获得理想的预示结果,必须保证一定数目的单元,以使得近似误差控制在可接受的范围。应用这些方法分析动力学问题时,数值解的波数与实际问题解的波数之间存在差异,基于单元的方法会出现数值色散(Numerical Dispersion)^[16]。这些数值色散会随着频率的增加而增加,要得到合适精度的解,网格密度和计算成本会随着频率大幅增加,因而确定性方法在实际的工程应用中被限制在低频段。在较高的频段,结构与声场的波长与结构的特征尺寸相比要小,整个结构的数学模型非常庞大,即使应用现在计算能力非常强大的计算机,也需要非常长的时间进行求解,不适合于工程应用。因此改善传统方法的计算效率是一种解决其局限性的途径,即改进的确定性方法,下面介绍几种比较典型的改进的确定性方法。

(1) FEM 过程优化

FEM 过程优化指的是采用 FEM 的基本求解格式,通过优化 FEM 的求解过程提高计算效率的方法,根据优化方法采取的思路不同,FEM 过程优化又可细分为求解器优化与网格优化。

① 求解器优化

提高有限元分析频率上限至中频段的一个办法就是发展更加高效的求解器,通过提高计算效率和节约计算成本,弥补分析频率的提高导致的模型规模变大和计算效率下降的缺陷。

传统的 FEM 求解主要基于高斯消去法,高斯消去法虽然具有可靠、能对计算需要的资源和时间进行提前预估等优点,但计算成本随着方程的数目增加而急剧增加,即使采用特殊的求解器求解具有对称、窄带宽的系统矩阵,也无法得到满意的效果。发展高效的 FEM 求解器成为提高 FEM 分析频率范围的途径,特别是开发可应用于并行计算环境中的新型求解器。

基于特征矢量的梯度型迭代器 (Gradient Type Iterative Solvers, GTIS) 是求解大型稀疏线性系统非常有效的求解器之一, 也能有效求解大型稠密矩阵问题, 是一种可以替代高斯消去法的高效 FEM 求解器, 这类求解器有广义最小残值法 (Generalized Minimal Residual Procedure, GMRP) 和准最小残值法 (Quasi - Minimal Residual Method, QM-RM)^[17-18]。广义最小残值法能够计算和存储系统的所有正交特征矢量, 然后通过最小二乘法将这些矢量扩展为具有最小残值的子空间, 这种方法的最大缺点是所有特征矢量都必须保留。准最小残值法则采用非对称的 Lanczons 法求得满足双正交条件的特征矢量, 然后通过迦辽金 (Galerkin) 条件建立残值约束条件并进行迭代求解, 该方法只需要少量的计算成本和存储空间, 但缺点是收敛不规则。与高斯消去法相比, 迭代求解器更加高效, 但其性能高度依赖于所求解的问题, 甚至在特定的条件下, 收敛会急剧恶化, 导致计算效率降低。

② 网格优化

造成有限元模型庞大的直接原因是为了获得准确的动态响应, 需要将模型离散为更好更细的网格。这种离散依赖于工程师的判断和经验, 通常网格划分器自动生成的网格具有均匀的网格密度和大小, 这就造成了随分析频率升高而呈现指数增长的系统模型和求解资源需求。事实上结构动态响应的空间急剧变化一般发生在特定的区域, 只需要在这些区域对模型进行细致的离散、其他区域采用粗糙的离散就可以满足分析要求, 这种方法可以控制模型的增长速度, 提高求解效率^[19-20], 这就是网格优化的基本原理。

为了用最小的自由度获得具有期望精度的预示结果, 必须对离散进行优化, 采用自适应网格精细化技术重新分配网格的布局 and 大小。自适应网格法首先应用均匀粗糙的网格进行划分, 然后得到整个网格区域结构动力学的变化分布及单元间的误差分布。在力学响应变化和单元误差较大的区域, 将网格划分为更小的网格 (H 法), 或者用更加高阶的单元划分局部网格 (P 法), 或者采用两种方法的混合法 (H - P 法) 对局部网格进行精细化。如此多次反复迭代可以获得较为合理的网格分布, 由于仅仅在部分区域才对网格进行细化, 因此自适应网格法相比于普通的方法, 其模型的增长速度可以得到有效的控制。Bouillard^[19]等采用自适应网格法对声问题的局部误差的估计进行了研究。Bausys^[21]和 Stewart^[22]分别应用 H 法求解了亥姆霍兹 (Helmholtz) 问题, 进一步扩展了该方法的应用范围。

网格优化方法最大程度地控制了模型规模, 提高了求解效率, 可用来求解非常大的声-结构系统。但是目前这种方法并未在工程中大范围地推广应用, 这是因为网格优化需要一定的工程经验和反复迭代才能得到最优模型, 因此模型的前处理和优化过程需要花费较长的时间与计算成本。

(2) 区域分解技术

为了解决模型复杂程度增加和网格离散精细化导致的有限元模型变大的问题, 区域分解 (Domain Decomposition) 技术^[23]得到了长足发展和广泛应用。该方法的基本原理是将复杂的系统模型划分为若干子模型, 分别对所有子模型进行求解, 然后对求解结果进行后