

经济增长的国际比较 共协理论方法

刘建华 姜照华◎著

International Comparison of Economic Growth
The Synergy Theory



科学出版社

数据增长的国际比较 及预测方法

——中国科学院《科学中国人》杂志社
《科学中国人》网



国家自然科学基金资助项目（项目编号：70440004）
河南省科技攻关资助项目（项目编号：142102310141）

经济增长的国际比较 共协理论方法

International Comparison of Economic Growth
The Synergy Theory

刘建华 姜照华◎著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书通过对经济增长理论的发展脉络进行系统梳理和分析，构建了新的经济增长理论和测算方法——共协理论方法，据此对中国等15个国家的经济增长进行实证研究，建立起经济增长与固定资本存量增长、固定资产投资增长、科技进步、人力资本素质提高、劳动力增长、制度创新、经济环境外部性等直接决定因素的新的实证模型。对相关国家经济增长因素进行分析，对新理论进行检验，并对中国实施的创新驱动的经济中高速增长实践提出对策建议。

本书可供广大科技与经济管理人员、研究人员使用，也可作为高等院校有关专业研究生、高年级本科生的教材或参考书。

图书在版编目（CIP）数据

经济增长的国际比较：共协理论方法 / 刘建华，姜照华著. —北京：
科学出版社，2018.1

ISBN 978-7-03-055494-9

I. ①经… II. ①刘… ②姜… III. ①经济增长—对比研究—世界
IV. ①F113.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2017）第 281839 号

责任编辑：孙 宇 杨婵娟 / 责任校对：何艳萍

责任印制：张欣秀 / 封面设计：有道文化

编辑部电话：010-64035853

E-mail：houjunlin@mail.sciencep.com

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

北京建宏印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2018年1月第 一 版 开本：B5 (720×1000)

2018年1月第一次印刷 印张：15 1/4

字数：300 000

定价：78.00 元

（如有印装质量问题，我社负责调换）

前言

纵观人类过去几千年的文明发展历程，平均每年2%以上的经济增长率主要出现在近200多年来，且主要集中一些西方发达国家（如英国、法国、德国、美国等）。在此之前，各国经济通常以很低的增长率缓慢地发展着。而中国自改革开放以来的高增长则堪称人类经济发展史上的奇迹。

对于如何解释经济增长，或者定量地分析经济增长？在经济学领域，从亚当·斯密和大卫·李嘉图的古典经济增长理论时代就开始了，他们提出了古典的劳动价值论；马克思的资本论和劳动价值论则开了定量分析经济增长的先河；而后，凯恩斯提出了国民经济运行的四部门理论，哈罗德和多马在此理论基础上建立起资本决定论的经济增长模型；作为新古典经济增长理论的代表人物，索洛则在凯恩斯的四部门理论基础上，强调科技进步的作用，虽然科技进步在他那里只是一项“剩余”；这样，到了20世纪80年代，以阿罗、谢辛斯基、罗默、卢卡斯、熊彼特等为代表的新增长理论开始成为主流，这些理论总体上都强调创新在经济增长中的作用，而弱化了资本的作用，因此产生了很大争论。例如乔根森的经济增长理论就是倾向于资本决定论的。另外，科斯和诺斯的新制度经济学理论与方法也被引入对经济增长问题的研究中来。

当前的国际学术界，有着各种各样的“生产函数”和经济增长模型，学者们多从自己的视角和某种理论基础出发，研究经济增长问题。本书主要从共协理论的角度研究多个国家的经济增长源泉问题，是笔者多年研究、探索的结果。就理论基础、建立的经济增长模型和对十几个国家的实证测算结果而言，共协理论既不倾向于资本决定论也不倾向于创新决定论，而倾向于物质资本、人力资本、科技、制度、劳动力以及经济环境外部性共同决定经济增长。当然，不同时期、不同国家，这些因素在经济增长中的贡献率是不同的。例如，自1982年以来，美国技术创新（科技进步）、人力资本创新（人均受教育年限的提高）以及制度创新的贡献率之和超过60%，因而属于创新驱动；而在1978~2000年，资本（固定资本存量和固定资产投资）对中国经济增长的贡献率为53%，而在2001~2012年，资本在经济增长中的贡献率更是高达78%。

对于上述问题，学者做出了大量卓有成效的研究，本书正是在此基础上所做

出的一些研究探索。对于书中可能存在的缺点和不当之处恳请各位专家学者批评指正。

本书是两位作者与众多学生多年来通力合作的成果，李伟、潘宋、蒲俊敏、孟战、王贤文、杨名、姜朝妮、马瑞俊迪、王明照、徐国泉等以研究生身份参加了本书的研究和写作，嵩山智库秘书长陈中武先生对本书也提出了建设性意见，在此表示感谢！

感谢郑州大学、大连理工大学有关领导和师生的指导与帮助！感谢科学出版社为本书的顺利出版所作出的大量、辛苦的工作！



目录

前言	/i
1 绪论	/001
1.1 问题的提出	/001
1.2 关于经济增长的国内外文献综述	/002
1.2.1 哈罗德-多马模型	/002
1.2.2 索洛-斯旺模型与生产函数法	/003
1.2.3 新增长理论	/010
1.3 制度创新与经济增长关系的研究	/016
1.3.1 国外关于制度变迁与经济增长关系的研究	/016
1.3.2 国内关于制度创新与经济增长关系的研究	/018
1.4 经济增长理论演变的知识图谱分析	/022
1.4.1 主要代表人物及其重要作品	/022
1.4.2 经济增长理论的发展脉络	/023
1.5 经济增长模型的包容式演化	/024
1.5.1 科学理论的演化类型	/024
1.5.2 经济增长模型的包容式演化轨迹	/027
1.6 本书的研究方法与创新之处	/030
1.6.1 研究方法	/030
1.6.2 创新之处	/031
2 经济增长的共协理论	/033
2.1 经济增长的决定因素	/034
2.1.1 经济增长的多种决定因素	/034
2.1.2 制度创新的作用	/037

2.1.3 经济环境外部性	/040
2.2 共协理论	/043
2.2.1 创新与投资的共协关系	/043
2.2.2 共协的含义	/045
2.2.3 共协的基础	/046
2.3 新的经济增长模型	/047
2.3.1 收益分解方法	/047
2.3.2 经济增长率分解	/050
2.3.3 各因素对经济增长贡献率测算的步骤	/051
2.4 经济学的三个假设与内生增长问题	/053
2.4.1 当代经济学的三个假设	/053
2.4.2 从共协理论角度看经济学的三个假设	/054
2.4.3 内生增长问题	/057
2.5 小结	/058
3 制度创新在经济增长中贡献率的测算与实证分析	/059
3.1 DEA 方法	/059
3.1.1 C ² R 模型	/059
3.1.2 制度创新对经济增长贡献率的测算公式	/061
3.2 制度创新对经济增长的促进作用：以英国为例	/063
3.2.1 撒切尔政府的改革	/064
3.2.2 布莱尔政府“第三条道路”的改革	/068
3.3 制度创新的层次与类型	/069
3.3.1 制度的层次	/069
3.3.2 制度创新的类型	/070
3.4 生产要素资源配置效率周期与经济周期的关系	/073
3.4.1 经济周期理论概述	/073
3.4.2 制度创新周期理论	/078
3.4.3 生产要素资源配置效率周期与经济周期之间关系的 计量经济学检验	/079
3.5 小结	/081

4 科技进步与人力资本在经济增长中贡献率的测算	/082
4.1 科技进步在经济增长中贡献率的测算：以韩国为例	/082
4.1.1 劳动报酬函数模型	/082
4.1.2 投资价值函数模型	/084
4.1.3 总体模型	/084
4.1.4 科技进步在经济增长中贡献率的测算公式	/085
4.1.5 对韩国的测算结果及分析	/085
4.2 人力资本创新在经济增长中贡献率的测算	/087
4.2.1 人力资本创新在经济增长中贡献率的测算方法	/087
4.2.2 人力资本创新在经济增长中贡献率的测算公式	/088
4.3 研究开发经费时间序列数据的选择问题	/089
4.3.1 数据选择时的几点考虑	/089
4.3.2 研究开发经费时间序列数据的自相关	/089
4.4 经济增长模型的检验问题	/091
4.5 小结	/092
5 对美国等典型国家经济增长因素的分析	/093
5.1 100多年来美国经济增长与转型分析	/093
5.1.1 关于经济增长因素分析的相关研究	/093
5.1.2 对100年来美国经济增长的测算	/095
5.1.3 创新型国家与美国发展方式的转型	/099
5.2 对日本经济的测算及分析	/100
5.2.1 日本经济增长模型	/100
5.2.2 20世纪90年代以来日本经济衰退的原因分析	/104
5.3 对德国经济增长因素的分析	/107
5.3.1 德国经济发展的相关研究	/107
5.3.2 德国的“经济奇迹”与衰退	/108
5.3.3 固定资产投资下降与德国经济的缓慢增长	/110
5.3.4 德国国内投资增长缓慢的原因分析	/112
5.4 对新加坡经济增长因素的分析	/117
5.4.1 新加坡经济增长的相关研究	/117

5.4.2 新加坡经济增长的动力分析	/119
5.4.3 资本-创新双驱动型的经济增长方式	/120
5.4.4 推动创新与转型的政策	/123
6 中国经济增长因素测算与创新驱动——转型分析	/124
6.1 关于中国经济增长的研究	/124
6.2 关于制度创新对中国经济增长贡献率的研究	/126
6.3 1953~1976 年经济增长模型及其因素分析	/129
6.3.1 经济增长模型	/129
6.3.2 经济增长因素分析	/130
6.4 1977~2012 年经济增长模型与核算	/131
6.4.1 经济增长模型的构建	/131
6.4.2 经济增长因素分析	/132
6.4.3 对测算结果的讨论	/133
6.4.4 对 1978 年以来中国制度创新对经济增长贡献率的评价和解释	/134
6.5 中国经济创新驱动与增长方式转型的分析设计	/135
6.5.1 经济增长中存在的主要问题	/135
6.5.2 2015~2020 年中国经济持续增长与转型的优化设计方法	/136
6.5.3 对 2020 年中国的优化设计	/138
6.5.4 对能耗和污染物排放量的预测分析	/141
6.6 结论	/145
7 研究结论	/147
参考文献	/152
附录 1 中国经济增长数据和模型	/164
附录 2 美国经济增长数据和模型	/170
附录 3 英国经济增长数据和模型	/178
附录 4 韩国经济增长数据和模型	/183
附录 5 法国经济增长数据和模型	/188

附录 6 德国经济增长数据和模型	/192
附录 7 加拿大经济增长数据和模型	/195
附录 8 日本经济增长数据和模型	/199
附录 9 澳大利亚经济增长数据和模型	/204
附录 10 新加坡经济增长数据和模型	/208
附录 11 新西兰经济增长数据和模型	/212
附录 12 意大利经济增长数据和模型	/216
附录 13 爱尔兰经济增长数据和模型	/220
附录 14 瑞典经济增长数据和模型	/224
附录 15 芬兰经济增长数据和模型	/228

绪 论

1.1 问题的提出

“新增长理论”是20世纪80年代以来经济增长理论研究的热点，但已有许多经验证据对“新增长理论”提出了质疑。早在1992年，曼昆、罗默和魏尔（1992）就指出，具有外生技术进步和资本边际报酬递减的索洛-斯旺新古典模型能够解释人均产出的大部分跨国差异，而新增长理论却做不到这一点；强调技术创新及研发的内生增长理论的新熊彼特模型受到的攻击尤为严重。由乔根森等（1989）所进行的增长核算分析认为，相较于资本积累而言，技术进步并非经济增长的主要源头；根据琼斯（1995b）的观点，第二次世界大战后“研发支出巨幅增加，但生产率上升却不加快”驳斥了新熊彼特增长理论，而支持人口增长率是长期经济增长率的唯一决定因素的观点（J. Gaspar et al., 2014）。由此看来，经济增长理论需要新的发展和突破（K. Hosoya, 2012），需要从新的理论角度、采用新的方法研究经济增长问题（刘则渊，1998）。为此，本书在分析国内外学者对中国经济增长研究状况的基础上，以经济增长的共协理论为基础，构建包括科技进步、人力资本等因素在内的新的经济增长模型。

从实践来看，中国迫切需要转变经济发展方式。目前中国经济中高速增长主要是靠投资驱动，以高物耗率、高能耗率、高地耗率、高水耗率等高消耗率为特征的粗放型增长方式，不仅面临着日趋严峻的能源和资源短缺、环境压力等问题，而且也不可能长期维持较高的经济增长率。因此，中国经济迫切需要转型，这就要求从新的经济增长理论出发，结合中国实际进行实证研究，找到中国经济转型的科学途径。

针对上述理论与实践问题，需要探索新的经济增长理论，以建立起经济增长与固定资本存量增长、固定资产投资增长、科技进步、人力资本素质提高、劳动

力增长、制度创新、经济环境外部性等的新的关系模型；并对中国等国家的经济增长进行实证研究，在有关数据的支持下，建立起它们的经济增长实证模型，对其经济增长因素进行分析，以此对新理论做出检验，从而对中国经济转型^①实践进行指导。

建立新的经济增长模型，首先需要对原有模型存在的问题进行分析。因而本章的研究，旨在从理论上对经济增长理论的发展脉络做出新的梳理，并对其存在的问题进行分析。

1.2 关于经济增长的国内外文献综述

现代经济学家关于经济增长的理论起源于凯恩斯（J.M. Keynes）的《就业、利息和货币通论》一书，在此基础上建立了以哈罗德-多马模型为代表的第一代经济增长模型，以及以索洛-斯旺模型为代表的第二代经济增长模型^②。目前的主流则是以罗默和卢卡斯为代表的新增长理论模型，即第三代经济增长模型。

1.2.1 哈罗德-多马模型

对科学、技术、知识、信息和创新等在经济增长中作用的研究可以追溯到英国古典经济学的奠基人亚当·斯密（1772），他在其代表作《国富论》中就对科学技术在生产中的作用给予了高度的肯定。斯密将分工的发展作为研究问题的切入点，指出生产专业化便于科学技术在生产中的应用，由此可以大幅提高劳动生产率。

受英国古典经济学的影响，马克思（1978）更是高度重视科学技术在经济增长中的作用，认为科学技术的发展不断提高生产力从而在经济增长中起到十分重要的作用。马克思把科学技术的高度发展看作所有形式社会进步的原动力。

古典经济学还不能提出一个完整的经济增长理论模型。完整的经济增长理论模型是 20 世纪四五十年代在动态化发展凯恩斯宏观经济理论的过程中被建立起来的，其中最主要的经典模型就是英国经济学家哈罗德（Harrod）和美国经济学

^① 中国提出从投资驱动转型为创新驱动，那么此背景下如何衡量创新对经济的作用就成为一个必须研究透彻的问题。

^② 哈罗德-多马模型和索洛-斯旺模型的基本假设是凯恩斯的两部门均衡模型，即投资=储蓄，在此基础上推导出经济增长模型。

家多马(Domar)各自独立提出的模型。哈罗德(1939)和多马(1933)试图在凯恩斯的分析中整合进经济增长的因素。

经济增长理论中的哈罗德-多马模型是依据在均衡状态下“投资=储蓄”的基本前提而推导出来的：

$$\because I=S \quad (1-1)$$

$$\therefore \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta Y}{I} \cdot \frac{I}{Y} = \frac{\Delta Y}{I} \cdot \frac{S}{Y} \quad (1-2)$$

令 $s = \frac{S}{Y}$ ，称为储蓄率； $v = \frac{I}{\Delta Y}$ ，称为资本-产出率；而把 $\frac{\Delta Y}{Y}$ 写成 G_w （均衡时的增长率），则

$$G_w = s / v \quad (1-3)$$

这就是整个经济实现稳定增长的条件(多马, 1933)。

哈罗德-多马模型只是利用一个简单的数学变换技巧和凯恩斯的先验的公式 $I = S$ ，掩盖了经济发展中投资-产出之比在各个经济部门发展不平衡的事实。其次，哈罗德-多马模型假设资本-产出率在所有部门都是一样的，并且是永恒不变的，这也是不符合事实的。由于决定经济发展的各种因素的水平不同，它们的资本-产出之比是不相同的。再者，哈罗德-多马模型没有考虑到科技进步在经济增长中的作用，只是认为在中短期内科技不可能有明显的进步。然而长期不过是中短期的累加，若对中短期科技进步不加以考虑，那么哪又会有一个长期内的科技进步呢？这与现代科技快速发展的事实是相矛盾的。现代科学技术进步在经济管理、经济预测与决策、新产品开发、劳动者的素质等方面都在日新月异地更新着，它们对经济的发展起着加速作用。新古典模型推翻了哈罗德-多马模型的几条形而上学的假说，认为存在科技进步，并且认为一切都是可以变动的。

1.2.2 索洛-斯旺模型与生产函数法

1.2.2.1 索洛-斯旺模型

哈罗德-多马模型的主要缺陷在于不变的资本系数和无科技进步这两个假设。针对哈罗德-多马模型所存在的问题，以索洛(1956)为代表的经济学家提出了新古典增长模型。

新古典增长模型将技术进步引进基本模型，当经济存在中性的技术进步时，总产出增长率、总消费增长率、资本增长率等于技术进步率与劳动力增长率之和；人均收入增长率等于技术进步率，这表明人均收入增长是由外生的技术进步引起的。

据此，索洛-斯旺模型得出了如下结论：①经济存在一条平衡增长路径；②不管经济处于什么初始位置，经济最终都将回到平衡增长路径上，因而平衡增长解是稳定的；③总产出的长期增长率与储蓄率无关，储蓄率的变化只改变收入水平，因此储蓄率的变化只具有水平效应，不具有增长效应。

1.2.2.2 测算科技进步在经济增长中贡献率的索洛余值法

所谓生产函数(production functions)，按照美国著名经济学家萨缪尔森(P.A. Samuelson, 1992)的观点，其是一种技术关系，被用来说明一种具体的投入物(生产要素)的组合所可能产生的最大产出，而不同的经济学家往往构造出不同形式的生产函数。

如果 Y 代表产出， K 与 L 分别代表以“物理”单位计算的资本投入与劳动投入，则总生产函数就可以写成

$$Y = F(K, L, t) \quad (1-4)$$

索洛指出，之所以在 F 中出现 t ，是为了考虑技术的变化。他指出，这是在短期的表达含义上使用的技术变化，它表达生产函数的任何类型的变化，即减速、加速等。

索洛进一步指出，如果生产函数的变化使劳动与资本之间的边际替代率不变，而只是简单地使既定投入量所达到的产出量增加或减少(胡神松, 2012)，那么，这种变化就是中性的技术变化(希克斯中性变化)。在这种情况下，生产函数式(1-4)的形式就变为

$$Y = A(t)f(K(t), L(t)) \quad (1-5)$$

其中， $A(t)$ 为技术水平。

对上式两边微分则得

$$\frac{dY}{dt} = f \frac{dA}{dt} + A \frac{\partial f}{\partial K} \cdot \frac{dK}{dt} + A \frac{\partial f}{\partial L} \cdot \frac{dL}{dt} \quad (1-6)$$

对上式两边同除以 $Y = Af$

则得

$$\frac{dY}{Ydt} = \frac{f}{Y} \cdot \frac{dA}{dt} + \frac{A}{Y} \cdot \frac{\partial f}{\partial K} \cdot \frac{dK}{dt} + \frac{A}{Y} \cdot \frac{\partial f}{\partial L} \cdot \frac{dL}{dt} \quad (1-7)$$

即

$$\frac{dY}{Ydt} = \frac{f}{Af} \cdot \frac{dA}{dt} + \frac{A}{Af} \cdot \frac{\partial f}{\partial K} \cdot \frac{dK}{dt} + \frac{A}{Af} \cdot \frac{\partial f}{\partial L} \cdot \frac{dL}{dt} \quad (1-8)$$

亦即

$$\frac{dY}{Ydt} = \frac{dA}{Adt} + \frac{K}{f} \frac{\partial f}{\partial K} \cdot \frac{dK}{Kdt} + \frac{L}{f} \frac{\partial f}{\partial L} \cdot \frac{dL}{Ldt} \quad (1-9)$$

在上式中令

$$\alpha = \frac{K}{f} \frac{\partial f}{\partial K}, \quad \beta = \frac{L}{f} \frac{\partial f}{\partial L} \quad (1-10)$$

则

$$\frac{dY}{Ydt} = \frac{dA}{Adt} + \alpha \frac{dK}{Kdt} + \beta \frac{dL}{Ldt} \quad (1-11)$$

$$\text{令 } a = \frac{dA}{Adt}, \quad z = \frac{dK}{Kdt}, \quad w = \frac{dL}{Ldt}, \quad y = \frac{dY}{Ydt}$$

$$\text{则 } y = a + \alpha z + \beta w \quad (1-12)$$

这就是著名的索洛经济增长方程。而科技进步的贡献份额为

$$\frac{a}{y} = \frac{y - \alpha z - \beta w}{y} = 1 - \alpha \frac{z}{y} - \beta \frac{w}{y} \quad (1-13)$$

利用模型 (1-13) 来测算科技进步在经济增长中的贡献率的方法称为索洛余值法。

肯德里克把 a 叫作全要素生产率的贡献。在概念上，全要素生产率作为一种剩余，包括科技因素、政策因素、自然因素、体制因素、管理因素等。如袁嘉新 (1991) 认为，全要素生产率包括：①科技进步因素，它为使资金和劳动力具有相应的效率水平提供了物质基础；②政策因素，它通过影响劳动者的积极性而影响资金和劳动力效率的发挥；③市场因素，原材料、燃料、外协等的供应和产品的销售都会直接影响到资金和劳动力的使用效率；④自然因素和其他随机因素也会影响到资金和劳动力的效率。

他进一步指出，科技进步因素和政策因素是最重要的，并且科技进步因素尤为重要，因而全要素生产率可以作为广义科技进步的度量。

正因为如此，许多人企图利用生产函数法测算全要素生产率，并把科技进步等因素从全要素生产率中“分离”出来。^①

1.2.2.3 Cobb-Douglas 生产函数

关于 C-D 生产函数，它的形式是 $Y = AK^\alpha L^\beta$ [模型 (1)]。这一生产函数集中体现了某些假说：

(1) 生产函数是一个齐式，即，如果 $K' \Rightarrow \lambda K, L' \Rightarrow \lambda L$ ，则 $Y' \Rightarrow$

^① 通常认为，如果在模型中未列入科技、人力资本和制度这些因素，那么在全要素生产率中，则必然也包含着这些因素。

$A(\lambda K)^\alpha(\lambda L)^{1-\alpha} = A\lambda^\alpha K^\alpha \lambda^{1-\alpha} L^{1-\alpha} = \lambda Y$ ，即如果 K 和 L 都按照某个比例增加，那么产出 Y 也按同比例增加。

(2) 生产服从报酬递减规律，即如果一个要素的数量维持恒定不变，则另一个要素的增加将使产量的增加额变得越来越小。

(3) 技术变化是中性的。这意味着技术变化将使两种生产要素同比例增长，因而边际代替率（边际产量的比率）是恒定的。即

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha \frac{Y}{K} \quad (1-14)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{Y}{L}(1-\alpha) \quad (1-15)$$

而 $\left(\frac{\partial Y}{\partial K}\right)/\left(\frac{\partial Y}{\partial L}\right) = \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \frac{L}{K}$ (1-16)

即与技术变化无关。

另外，我们可以把这个生产函数改写成

$$Y = A \left(\frac{L}{K} \right)^{1-\alpha} K \quad (1-17)$$

这与哈罗德-多马模型 $Y = \tau K$ 何其相似，只不过 $\tau = A \left(\frac{L}{K} \right)^{1-\alpha}$ 。然而，由此得出的

结论是，资本系数将随同科技进步和劳动力与资金比率的提高而提高。

从柯布-道格拉斯模型中可参得出如下结论，若 $\dot{Y}/Y = \dot{K}/K$ ，即 $y = z$ ，亦即总产出增长率等于资本增长率，则

$$y = \alpha(1-\alpha)^{-1} + w \quad (1-18)$$

这就是所谓的长期均衡增长条件。而如果 $\alpha = 0$ ，则

$$y = w \quad (1-19)$$

这样，总产出增长率就等于劳动力增长率。

1.2.2.4 不变替代弹性生产函数模型 (CES 模型)

CES (Constant Elasticity of Substitution) 模型的一般形式为

$$Y = A \left[\delta_1 K^{-\rho} + \delta_2 L^{\rho} \right]^{-r/\rho} \quad (1-20)$$

其中， $\delta_1 + \delta_2 = 1$ ， $r \leq 1$ ， $\rho \geq -1$ 。 ρ 和 r 分别称为替代参数、规模参数， δ_i 称为分配率。

取 $\delta_1 = \alpha$ ，则式 (1-20) 变成：