



国家出版基金项目  
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION

# 有色金属

理论与技术前沿丛书  
SERIES OF THEORETICAL AND TECHNOLOGICAL FRONTIERS OF  
NONFERROUS METALS

## 频率域可控源电磁法三维 有限元正演

THREE DIMENSIONAL CONTROLLED SOURCE ELECTROMAGNETIC FORWARD  
MODELING BY FINITE ELEMENT METHOD

汤文武 柳建新 李耀国 著

Tang Wenwu Liu Jianxin Li Yaoguo



中南大学出版社  
www.csupress.com.cn



中国有色集团

非  
外  
借



国家出版基金项目  
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION

有色金属理论与技术前沿丛书

# 频率域可控源电磁法三维 有限元正演

THREE DIMENSIONAL CONTROLLED SOURCE ELECTROMAGNETIC  
FORWARD MODELING BY FINITE ELEMENT METHOD

汤文武 柳建新 李耀国 著  
Tang Wenwu Liu Jianxin Li Yaoguo



中南大学出版社  
[www.csupress.com.cn](http://www.csupress.com.cn)



中国有色集团

---

**图书在版编目(CIP)数据**

频率域可控源电磁法三维有限元正演/汤文武,柳建新,李耀国著.  
—长沙:中南大学出版社,2017.3  
ISBN 978-7-5487-2744-6

I. ①频... II. ①汤... ②柳... ③李... III. ①电磁法勘探-研究  
IV. ①P631.3

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第061504号

---

**频率域可控源电磁法三维有限元正演**

**PINLÜYU KEKONGYUAN DIANCIFA SANWEI YOUXIANYUAN ZHENGYAN**

汤文武 柳建新 李耀国 著

---

责任编辑 刘小沛

责任印制 易红卫

出版发行 中南大学出版社

社址:长沙市麓山南路

邮编:410083

发行科电话:0731-88876770

传真:0731-88710482

印 装 长沙超峰印刷有限公司

---

开 本 720×1000 1/16 印张 7.25 字数 139千字 插页

版 次 2017年3月第1版 2017年3月第1次印刷

书 号 ISBN 978-7-5487-2744-6

定 价 35.00元

---

图书出现印装问题,请与经销商调换

# 内容简介

Introduction

为了及时总结“资源与灾害探查”湖南省高校创新团队的研究成果，柳建新教授组织团队中部分从事电(磁)法和深部地球物理研究的骨干人员，撰写了《地球物理计算中的迭代解法及其应用》《直流激电反演成像理论与方法应用》《大地电磁贝叶斯反演方法与理论》《频率域可控源电磁法三维有限元正演》《便携式近地表频率域电磁法仪器及其信号检测》《东昆仑成矿带典型矿床电(磁)响应特征及成矿模式识别》《青藏高原东南缘地面隆升机制的地震学问题》和《青藏高原岩石圈力学强度与深部结构特征》共8本专著，集中反映团队最新的相关理论与应用研究成果。

本书在回顾常规可控源电磁法及带油井铁套管电磁法的正演技术研究现状的基础上，采用有限元方法重点研究了可控源电磁法的三维正演理论和方法技术，主要内容包括直接基于场的正演理论技术、基于耦合势的正演理论技术、考虑铁套管的可控源电磁法的正演理论技术。并初步对基于场及耦合势的正演方法进行了对比，为今后对电磁法三维正演技术的研究提供了可借鉴的经验。本书的取材主要出自作者博士阶段的研究成果。

本书可供从事电磁法数值模拟的研究人员参考使用，也可作为高等院校地球物理相关专业研究生、科研和技术人员的参考用书。

## 作者简介

About the Author

**汤文武** 男, 1987 年生, 博士, 讲师。2005 年考入中南大学地球信息科学与技术专业, 2009 年保送至地球探测与信息技术专业攻读研究生, 于 2013—2015 年获国家留学基金委资助赴科罗拉多矿业学院地球物理系深造, 其间主要从事电磁法数值模拟研究。2015 年毕业于中南大学, 获地球探测与信息技术工学博士学位。现在东华理工大学地球物理与测控技术学院工作, 主要从事电磁法理论及方法研究, 发表论文 10 篇, 其中 SCI 收录 1 篇、EI 收录 2 篇。

**柳建新** 男, 1962 年生, 教授, 博士生导师。现为中南大学地球科学与信息物理学院副院长、新世纪百千万人才工程国家级人选、教育部新世纪优秀人才支撑计划获得者、湖南省“121”人才、“地球探测与信息技术”学科带头人、有色资源与地质灾害探查湖南省重点实验室主任、湖南省第十一届政协常委, 兼任国家自然科学基金委员会评审组成员、湖南省地球物理学会第六、第七届理事长、中国地球物理学会第九届理事会常务理事、中国有色金属学会第七届理事会理事、中国有色金属工业协会专家委员会委员、“全国找矿突破战略行动”专家技术指导组专家、中南大学第二届知识分子联谊会理事长。长期从事矿产资源勘探、工程勘察领域的理论与应用研究, 在深部隐伏矿产资源精确探测与定位、生产矿山深部地球物理立体填图、地球物理数据高分辨处理与综合解释、工程地球物理勘察等方面具有深入的研究, 并取得了大量研究成果。获国家发明二等奖 1 项、国家科技进步二等奖 1 项、国家科技进步三等奖 1 项、省部级科技进步一等奖 7 项、二等奖 4 项、三等奖 2 项。申报专利 8 项, 其中 4 项获得授权。出版专著 14 部, 发表论文 240 余篇, 其中 SCI、EI 收录 112 篇。

**李耀国** 男，博士，1983年毕业于武汉地质学院，获地球物理专业本科学士学位，1992年毕业于英属哥伦比亚大学(UBC)，并获地球物理专业博士学位。1992—1999年先后以博士后及助理研究员身份在UBC地球物理反演课题组工作。现为美国科罗拉多矿业学院地球物理系教授，并担任重电磁研究中心主任及重磁研究财团的首席科学家。主要从事反演理论研究和应用地球物理中的重力、磁法、电磁法及地面核磁共振数据的反演工作，以及在资源勘探、环境、水文方面的应用研究。

# 学术委员会

Academic Committee

国家出版基金项目  
有色金属理论与技术前沿丛书

## 主任

王淀佐 中国科学院院士 中国工程院院士

## 委员 (按姓氏笔画排序)

于润沧	中国工程院院士	古德生	中国工程院院士
左铁镛	中国工程院院士	刘业翔	中国工程院院士
刘宝琛	中国工程院院士	孙传尧	中国工程院院士
李东英	中国工程院院士	邱定蕃	中国工程院院士
何季麟	中国工程院院士	何继善	中国工程院院士
余永富	中国工程院院士	汪旭光	中国工程院院士
张文海	中国工程院院士	张国成	中国工程院院士
张懿	中国工程院院士	陈景	中国工程院院士
金展鹏	中国科学院院士	周克崧	中国工程院院士
周廉	中国工程院院士	钟掘	中国工程院院士
黄伯云	中国工程院院士	黄培云	中国工程院院士
屠海令	中国工程院院士	曾苏民	中国工程院院士
戴永年	中国工程院院士		

# 编辑出版委员会

Editorial and Publishing Committee

国家出版基金项目  
有色金属理论与技术前沿丛书

## 主任

罗 涛(教授级高工 中国有色矿业集团有限公司总经理)

## 副主任

邱冠周(教授 国家“973”项目首席科学家)

陈春阳(教授 中南大学党委常委、副校长)

田红旗(教授 中南大学副校长)

尹飞舟(编审 湖南省新闻出版局副局长)

张 麟(教授级高工 大冶有色金属集团控股有限公司董事长)

## 执行副主任

王海东 王飞跃

## 委员

苏仁进 文援朝 李昌佳 彭超群 谭晓萍

陈灿华 胡业民 史海燕 刘 辉 谭 平

张 曦 周 颖 汪宜晔 易建国 唐立红

李海亮

# 总序

Preface

当今有色金属已成为决定一个国家经济、科学技术、国防建设等发展的重要物质基础，是提升国家综合实力和保障国家安全的关键性战略资源。作为有色金属生产第一大国，我国在有色金属研究领域，特别是在复杂低品位有色金属资源的开发与利用上取得了长足进展。

我国有色金属工业近 30 年来发展迅速，产量连年来居世界首位，有色金属科技在国民经济建设和现代化国防建设中发挥着越来越重要的作用。与此同时，有色金属资源短缺与国民经济发展需求之间的矛盾也日益突出，对国外资源的依赖程度逐年增加，严重影响我国国民经济的健康发展。

随着经济的发展，已探明的优质矿产资源接近枯竭，不仅使我国面临有色金属材料总量供应严重短缺的危机，而且因为“难探、难采、难选、难冶”的复杂低品位矿石资源或二次资源逐步成为主体原料后，对传统的地质、采矿、选矿、冶金、材料、加工、环境等科学技术提出了巨大挑战。资源的低质化将会使我国有色金属工业及相关产业面临生存竞争的危机。我国有色金属工业的发展迫切需要适应我国资源特点的新理论、新技术。系统完整、水平领先和相互融合有色金属科技图书的出版，对于提高我国有色金属工业的自主创新能力，促进高效、低耗、无污染、综合利用有色金属资源的新理论与新技术的应用，确保我国有色金属产业的可持续发展，具有重大的推动作用。

作为国家出版基金资助的国家重大出版项目，“有色金属理论与技术前沿丛书”计划出版 100 种图书，涵盖材料、冶金、矿业、地学和机电等学科。丛书的作者荟萃了有色金属研究领域的院士、国家重大科研计划项目的首席科学家、长江学者特聘教授、国家杰出青年科学基金获得者、全国优秀博士论文奖获得者、国家重大人才计划入选者、有色金属大型研究院所及骨干企

业的顶尖专家。

国家出版基金由国家设立,用于鼓励和支持优秀公益性出版项目,代表我国学术出版的最高水平。“有色金属理论与技术前沿丛书”瞄准有色金属研究发展前沿,把握国内外有色金属学科的最新动态,全面、及时、准确地反映有色金属科学与工程技术方面的新理论、新技术和新应用,发掘与采集极富价值的研究成果,具有很高的学术价值。

中南大学出版社长期倾力服务有色金属的图书出版,在“有色金属理论与技术前沿丛书”的策划与出版过程中做了大量极富成效的工作,大力推动了我国有色金属行业优秀科技著作的出版,对高等院校、研究院所及大中型企业的有色金属学科人才培养具有直接而重大的促进作用。

王淀佐

2010年12月

# 前言

Foreword

目前,可控源电磁法广泛应用于金属矿、地下水资源及油气资源的勘探。随着实际生产中地质条件日趋复杂,为了对在复杂条件下采集的资料进行有效地解释,有必要开展可控源电磁法的三维正、反演研究。正演作为反演的基础,是可控源电磁数值模拟中极为重要的一环。

本书主要利用有限单元法对三维频率域可控源电磁法的正演问题进行了深入研究,为后续的三维反演打下了基础。首先分别利用直接基于场的正演及基于耦合势的正演理论技术对常规可控源电磁法三维正演问题进行研究,在此基础上,进一步结合矩量法对带铁套管的电磁响应计算进行研究。

全书共分为6章,第1章为绪论部分,对常规三维可控源电磁法及带油井铁套管的可控源电磁法的正演模拟现状做了简要的回顾;第2章为基于二次电场的三维可控源正演模拟,对正演模拟相关理论公式及有限元方法求解偏微分方程的各个过程进行了详细的论述,提出了散度校正及频率适应网格的方法,以提高正演计算速度;第3章为基于二次耦合势的三维可控源正演模拟;第4章从网格剖分、内存需求、计算效率等方面,对以上两种正演模拟方式进行了对比,并通过数值算例验证了以上两种算法;第5章为带油井铁套管的正演模拟,详细论述了均匀半空间铁套管响应的计算方法,并将均匀半空间的响应作为背景场应用到三维模型的正演中,通过数值算例显示了将油井铁套管作为激发源的电磁法在油藏监测方面应用的可能性;第6章为结论及建议;总结了本书的主要研究成果,并规划下一步的工作。

本书得到了国家自然科学基金项目(41674080、41604086)和国家留学基金委建设高水平研究性大学公派研究生项目的联合资助。

由于作者水平有限,书中难免存在疏漏之处,敬请广大读者批评指正!

作 者

2016 年 11 月

## 目录

Contents

第 1 章 绪 论 .....	(1)
1.1 可控源电磁法正演模拟的研究现状 .....	(1)
1.2 带油井铁套管的可控源电磁法正演模拟的研究现状 .....	(3)
1.3 本书的研究内容及主要创新点 .....	(4)
1.4 本书的结构安排 .....	(5)
第 2 章 基于二次电场的可控源电磁法三维矢量有限元正演模拟 .....	(7)
2.1 理论基础 .....	(7)
2.1.1 偏微分方程的建立 .....	(7)
2.1.2 边界条件 .....	(7)
2.2 矢量有限元分析 .....	(8)
2.2.1 有限元网格剖分 .....	(8)
2.2.2 有限元方程推导 .....	(8)
2.2.3 单元分析 .....	(10)
2.3 均匀半空间模型的正演问题 .....	(14)
2.3.1 水平电偶极子源的谐波场 .....	(15)
2.3.2 半解析解的对比验证 .....	(18)
2.4 大型稀疏线性方程组解法 .....	(20)
2.4.1 常用的压缩存储方法 .....	(21)
2.4.2 Krylov 子空间迭代法 .....	(22)
2.4.3 各迭代解法对比 .....	(24)
2.5 散度校正 .....	(25)
2.5.1 散度校正方法 .....	(25)
2.5.2 散度校正的有效性验证 .....	(26)

2.6	二次电磁场的插值计算 .....	(28)
2.7	精度验证 .....	(29)
2.8	频率适应网格 .....	(37)
2.8.1	频率适应网格策略 .....	(37)
2.8.2	频率适应网格在多频点正演中的效果 ..	(37)
2.9	模型实例正演分析 .....	(38)
2.9.1	低阻体模型 .....	(38)
2.9.2	高阻体模型 .....	(43)
2.10	本章小结 .....	(47)
<b>第3章 基于二次耦合势的可控源电磁法三维有限元正演模拟</b>		
	.....	(49)
3.1	理论基础 .....	(49)
3.1.1	偏微分方程推导 .....	(49)
3.1.2	边界条件 .....	(50)
3.2	有限元分析 .....	(50)
3.2.1	有限元网格剖分 .....	(51)
3.2.2	有限元方程推导 .....	(51)
3.2.3	单元分析 .....	(53)
3.3	精度验证 .....	(58)
3.4	频率适应网格 .....	(62)
3.5	模型实例分析 .....	(63)
3.6	本章小结 .....	(65)
<b>第4章 两种正演方式的对比分析及相互验证 .....</b>		
		(66)
4.1	网格剖分对比 .....	(66)
4.2	正演速度与频率的关系 .....	(66)
4.3	典型模型相互验证 .....	(68)
4.4	本章小结 .....	(72)
<b>第5章 带油井铁套管的可控源电磁法正演模拟 .....</b>		
		(73)
5.1	均匀半空间模型的正演模拟 .....	(73)
5.1.1	计算方法 .....	(73)
5.1.2	算法验证 .....	(76)
5.2	三维电阻率模型有限元正演模拟 .....	(78)

5.3 模型实例分析 .....	(78)
5.4 本章小结 .....	(88)
<b>第6章 结论及建议 .....</b>	<b>(89)</b>
6.1 结论 .....	(89)
6.2 建议 .....	(89)
<b>参考文献 .....</b>	<b>(91)</b>

# 第1章 绪论

## 1.1 可控源电磁法正演模拟的研究现状

可控源电磁法(CSEM)是地球物理勘探领域中一种重要的勘探方法,通常利用感应耦合或者直接耦合的时变电流源在导电大地中激发电流,并通过测量总场或者二次场以达到探测地下异常体的目的。目前已广泛应用于金属矿、油气、地热资源勘探、水文环境监测等各个方面<sup>[1-6]</sup>。

地球物理正演模拟就是通过解析或者数值的方法,在给定地下介质分布及激发源的情况下,计算相应的地球物理响应的过程。通过地球物理正演模拟,我们可以研究不同地球物理模型下响应的分布规律,从而指导实际勘探工作。同时,地球物理正演模拟也是地球物理反演的基础<sup>[7,8]</sup>,通过地球物理反演可以根据已知的地球物理测量数据建立一个合理的地球物理模型,从而服务于实际勘探。

可控源电磁响应与地下地质结构的电导率、介电常数及磁导率分布有关,其遵循麦克斯韦方程组。因此,可控源电磁正演模拟就是求解相应麦克斯韦方程组的过程,在通常的地质条件下,由于介电常数及磁导率近似不变,可控源正演模拟时只考虑电导率的变化。近年来,随着计算机运算能力的不断提高及Krylov子空间迭代法<sup>[9,10]</sup>在线性方程组求解中的普遍应用,许多学者对三维电磁正演模拟进行了深入的研究<sup>[11-37]</sup>,并取得了很大的进展。但是,由于计算时间长及内存需求大,三维电磁正演模拟在实际勘探中的普遍应用仍然受到一定限制。

三维电磁正演模拟对于更好地理解日趋复杂的地球物理模型的电磁响应起着重大的作用,其广泛用于可行性研究<sup>[38-41]</sup>和三维电磁反演<sup>[42-46]</sup>。在过去二十多年,大量的研究致力于三维电磁正演模拟。相应的数值模拟方法包括有限差分法<sup>[17,23,32,47-49]</sup>、有限单元法<sup>[12,20,36,50-52]</sup>、积分方程法<sup>[53-57]</sup>及有限体积法<sup>[58-61]</sup>。积分方程法利用散射方程,只需要对异常体进行离散,因此对于简单的地质模型,计算速度更快。其他三种方法都是利用微分方程,对整个研究区域进行离散,以适应复杂地质模型。

有限差分法利用规则网格,直接对微分方程进行差分替代。其因方法简单且容易编制相应的程序而得到广泛应用。Mackie等<sup>[14]</sup>结合差分法对大地电磁法积分形式的麦克斯韦方程进行求解,并提出运用一种阻抗传播方式来得到大地电磁

法的响应。Newman 等(1995)<sup>[62]</sup>采用基于二次电场的 Helmholtz 方程,将全空间或层状半空间的电磁场响应作为一次场引入到方程的右端,避免了直接模拟电偶源或磁偶源的困难。利用交错网格有限差分法对 Helmholtz 方程进行离散,得到的复系数线性方程组通过雅克比预处理的 QMR 迭代法进行求解,提高了正演效率。Weiss 等<sup>[27]</sup>利用有限差分法对三维各向异性介质的电磁感应问题进行了正演模拟计算,并采用全张量表示电导率参数,能更好地适应实际问题的需要。Commer 等(2004)<sup>[63]</sup>开发了并行的有限差分算法对三维瞬变电磁进行计算,采用了修正的 DuFort - Frankel<sup>[64, 65]</sup>法进行时间迭代,相比显示差分方式求解效率较高。Streich (2009)<sup>[21]</sup>利用 MUMPS 直接求解器对有限差分法离散频率域可控源电磁方程得到的线性方程组进行求解,对于中等规模的求解问题,精度高,且适用于多激发源的正演计算。

有限单元法最大的优势是可以适应任意模拟地形及任意复杂的地质构造。Badea 等(2001)<sup>[66]</sup>利用有限单元法计算了三维可控源电磁的电磁响应,通过二次耦合势的引入消除了源的奇异性,并通过局部网格加密提高了求解区域的精度。童孝忠等(2009)<sup>[67]</sup>利用有限单元法对三维大地电磁法进行了正演模拟,通过引入散度校正到有限元方程中避免了伪解的出现。Puzyrev 等(2013)<sup>[16]</sup>利用节点型有限单元法对基于二次耦合势的三维可控源电磁方程进行求解,并考虑了电导率的各向异性。基于非结构化的四面体网格能够适应更复杂的地形及地质体结构,且模拟精度很高。Stalnaker(2004)<sup>[19]</sup>利用基于非结构化四面体网格的有限元对三维可控源电磁进行正演模拟,采用基于二次耦合势的方式避免了直接模拟场源时的困难。Um 等(2010)<sup>[22]</sup>利用时域有限元模拟了三维瞬变电磁法的响应,采用隐式 Euler 法保证了数值稳定性。徐志锋等(2010)<sup>[68]</sup>基于磁矢量势及电标量势将麦克斯韦方程化为位势的类 Helmholtz 方程,通过引入罚项及稳定化方法克服了伪解及数值不稳定性,采用有限元方法计算了三维可控源的电磁响应。

对于埋藏在水平层状介质的简单三维导体,积分方程法由于只需要对异常体区域进行剖分,且求解速度快而最先得到广泛应用,积分方程的解经常被后续发展起来的基于微分方程的数值模拟方法作为对比。Wannamaker 等(1984)<sup>[24]</sup>利用积分方程法对埋藏在层状介质的三维导体的大地电磁响应进行了模拟。在此基础上,Newman 等(1986, 1988)<sup>[69, 70]</sup>在频率域利用积分方程法计算了三维电磁响应,并结合傅里叶逆变换计算时间域的电磁响应。Zhdanov 等(1996, 1997, 2000)<sup>[71-73]</sup>对传统的积分方程法进行了一系列的改进,通过利用与积分方程近似的方法加快正演计算效率。

有限体积法与有限差分法的区别在于有限体积法是直接对积分形式的麦克斯韦方程进行离散。Aluliah 等(1999)<sup>[74]</sup>利用有限体积法对三维电磁问题进行了正演模拟,采用库伦规范并基于耦合势得到强椭圆型的偏微分方程,该方程离散后