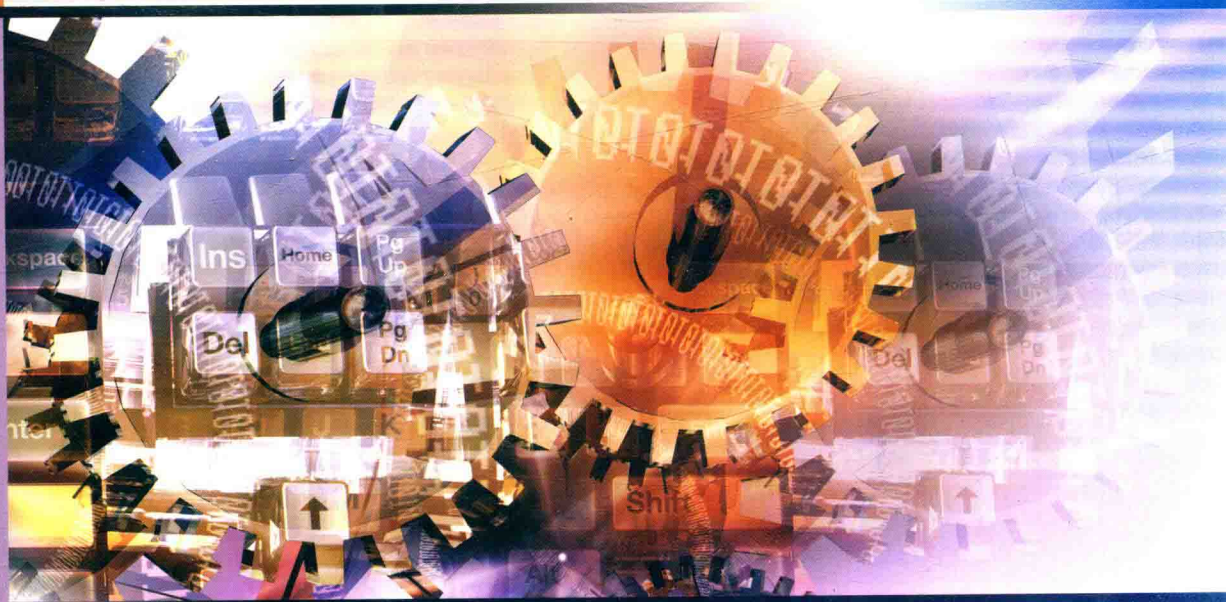


齿轮箱复合故障 诊断方法研究

编著◎王志坚



兵器工业出版社

齿轮箱复合故障诊断方法研究

王志坚 编著

兵器工业出版社

内容简介

在机械设备中齿轮箱是最重要的动力传动部件,其健康状况直接影响着机械设备能否正常工作,若能准确地预测故障的位置,就可以有效避免故障所带来的巨大人力和财力损失,因此研究新型复合故障诊断方法对齿轮箱的正常运行具有举足轻重的作用。

本书把齿轮箱作为研究对象,以近几年比较新的降噪方法作为研究手段,同时以齿轮箱复合故障作为研究目标,对强背景噪声环境下,从复合故障振动信号中准确地提取故障特征信息,进一步对故障特征进行分离进行了深入的研究。

图书在版编目(CIP)数据

齿轮箱复合故障诊断方法研究 / 王志坚编著. — 北京:兵器工业出版社, 2017.8
ISBN 978-7-5181-0343-0

I. ①齿… II. ①王… III. ①齿轮箱—故障诊断—方法研究 IV. ①U260.332

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 207114 号

出版发行:兵器工业出版社

发行电话:010-68962596, 68962591

邮 编:100089

社 址:北京市海淀区车道沟10号

经 销:各地新华书店

印 刷:三河市悦鑫印务有限公司

版 次:2017年8月第1版第1次印刷

印 数:1-3000

责任编辑:陈红梅 杨俊晓

封面设计:赵俊红

责任校对:郭 芳

责任印制:王京华

开 本:787×1092 1/16

印 张:9.5

字 数:210千字

定 价:48.00元

(版权所有 翻印必究 印装有误 负责调换)

前言

在机械设备中齿轮箱是最重要的动力传动部件，其健康状况直接影响着机械设备能否正常工作，若能准确的预测故障的位置，就可以有效的避免故障所带来的巨大人力和财力损失，因此研究新型复合故障诊断方法对齿轮箱的正常运行具有举足轻重的作用。通过振动加速度传感器所采集到的振动信号通常是非平稳信号，尤其是在工作现场采集到的信号更是受到各种背景噪声的干扰，导致微弱故障特征经常被噪声所淹没。此外，当齿轮箱出现故障时，往往产生了位置不同、形式不同、程度不同的复合故障，每个故障之间相互干扰、相互影响、相互耦合。尤其是在强背景噪声条件下，微弱故障还极易被噪声淹没，从而给故障诊断带来了挑战。因此对强背景噪声下复合故障进行诊断是当今的技术难点。把齿轮箱作为研究对象，以近几年比较新的降噪方法作为研究手段，同时以齿轮箱复合故障作为研究目标，对强背景噪声环境下，从复合故障振动信号中准确的提取故障特征信息，进一步对故障特征进行分离进行了深入的研究。本书的主要研究结论如下：

(1) 用 EEMD (Ensemble Empirical Mode Decomposition) 对强噪声的多调制源多载波频率的仿真信号进行分解，发现单一的白噪声幅值直接影响着 EEMD 的分解效率。针对这个问题，论文提出了 CMF (Combined Mode Function)，即将 EMD (Empirical Mode Decomposition) 分解得到的与原信号相关性较强的 IMFs 按高低频进行叠加，形成两个新的组合模态函数 C_h 和 C_L ，然后通过添加不同的白噪声幅值对 C_h 和 C_L 分别进行 EEMD 分解，最后对敏感的 IMFs 分别进行循环自相关函数解调分析，将提出的方法应用于仿真信号和复合故障齿轮箱试验台，成功提取了多故障特征，验证了此方法的有效性。

(2) 针对强噪声环境下滚动轴承故障信号微弱、故障特征难以提取等问

题, 本文提出基于最小熵反褶积 (Minimum entropy Deconvolution, MED) 和 EEMD 相结合的方法来提取复合故障中滚动轴承微弱故障特征。通过对仿真信号分析发现: 在强背景噪声下 EEMD 对微弱信号的特征提取具有很大的局限性。为了剔除噪声干扰, 提取微弱故障的特征信息, 本文选取 MED 作为 EEMD 的前置滤波器, 验证了其强大的降噪功能。同时将 MED 与 EEMD 相结合的方法用于复合故障的微弱故障特征提取, 即先用 MED 对强背景噪声下风电齿轮箱试验台进行降噪处理, 然后再对降噪后的信号进行 EEMD, 最后对敏感的本征模态函数 (IMFs) 进行循环自相关函数解调分析。这种方法与 EEMD 进行对比分析, 表明了此方法有效性, 从而为多故障共存并处于强背景噪声下的微弱特征提取提供了一种新的方法。

(3) 循环平稳信号具有非平稳性特点, 因此用循环平稳的特征来研究循环统计量是很有必要的。循环二阶谱适用于周期性振动信号, 但通过仿真信号发现在强背景噪声下, 时域的离散化并没有导致循环自相关函数在循环域内周期化。此外, 多载波频率共存或比较接近时在高频处不可避免的出现混迭现象。

(4) 研究了最大相关峭度反褶积 (Maximum correlated Kurtosis Deconvolution, MCKD) 的降噪特点, 同时对它的参数 (位移数、周期和迭代次数) 进行了讨论和分析。

(5) 针对多调制源、多载波信号的循环自相关函数解调分析存在交叉项的干扰, 这使循环自相关函数解调方法的实际应用产生了局限性。提出了基于 MCKD 和循环自相关解调方法, 先通过 MCKD 对原信号进行降噪, 以便提取感兴趣的周期成分, 再对降噪后的周期信号通过循环自相关解调分析, 有效地抑制了多调制源、多载波对循环平稳结果带来的交叉项干扰, 提高了分析的可靠性。将该方法运用于复合齿轮箱故障诊断中, 成功地从振动信号中分离出故障源。

针对旋转机械在强噪声背景下的复合故障诊断是当前机械故障诊断领域的难点。以风电齿轮箱为研究对象，对齿轮点蚀、轴承内外圈点蚀等复合故障的振动信号进行分析。通过仿真信号和工程实例表明将 EEMD、MED、MCKD、CMF、循环域解调等方法相结合，可以成功提取强背景噪声下复合故障的特征频率，实现了由单一故障到多故障的突破，应用前景广阔。

由于时间仓促及作者水平有限，书中难免存在不妥之处，敬请各位老师、专家和读者批评指正。

作者

2017年7月

目 录

第 1 章 绪 论	1
1.1 课题的研究背景和意义.....	1
1.2 非平稳信号微弱特征信号检测的特点.....	2
1.3 齿轮箱故障诊断中振动信号处理方法.....	3
1.4 复合故障诊断技术研究现状.....	12
1.5 本文主要研究思路和研究内容.....	14
第 2 章 基于 CMF-EEMD-CAF 的风电齿轮箱复合故障诊断方法	16
2.1 CMF 方法	17
2.2 EEMD 算法基本原理	28
2.3 EEMD 算法改进	30
2.4 CAF 方法.....	35
2.5 CMF-EEMD-CAF 方法及仿真信号分析	41
2.6 本章小结.....	60
第 3 章 基于 MED-EEMD 的齿轮箱复合故障诊断方法	61
3.1 熵在信号处理中的应用.....	62
3.2 最小熵反褶积理论.....	62
3.3 MED 参数的选择.....	67
3.4 基于 MED-EEMD 的仿真信号分析	68
3.5 基于 MED-EEMD 的复合故障齿轮箱振动信号分析	77
3.6 本章小结.....	82

第 4 章 基于 MCKD-循环域解调的齿轮箱复合故障诊断方法	84
4.1 相关峭度.....	84
4.2 最大相关峭度反褶积理论.....	85
4.3 最大相关峭度反褶积参数的选取.....	92
4.4 MCKD-循环自相关函数解调分析	99
4.5 本章小结.....	107
第 5 章 实验研究.....	109
5.1 复合实验装置设计和实验原理.....	109
5.2 基于 CMF-EEMD 的齿轮箱振动信号分析.....	112
5.3 本章小结.....	127
第 6 章 结论和展望.....	128
6.1 总结.....	128
6.2 研究展望.....	130
参考文献.....	132

第 1 章 绪 论

1.1 研究背景和意义

随着科技的快速发展,机械系统的自动化程度和复杂程度越来越高,不同的设备之间紧密相连,相同的设备之间更是相互关联、相互耦合,因此,机械在工作的过程中形成了一个不可分割的整体,而机械零部件的健康状况则直接影响着整体的工作性能。尤其是齿轮箱,其作为传动动力的主要部件,具有结构紧凑,传递精度高,传递力矩大的特点^[1],在航空、冶金、电力等近代工业生产中得到了广泛的应用。齿轮箱中的旋转部件,如轴、轴承、齿轮等具有加工精度高、传递误差小、装配精度高等特点,且常常在变载荷等复杂的环境下工作,因此,这些它们极易受到疲劳损伤,从而进一步发生局部点蚀等早期故障。这些故障信号往往被淹没在噪声之中,不易被觉察。因选用恰当的降噪方法对于早期故障特征提取意义重大。一旦零部件出现比较严重的故障,将会造成严重的人员伤害和经济损失。据统计,齿轮箱故障占机械故障的 22%左右^[2]。比如 1985 年大同电厂联轴器的突然断裂造成巨大的经济损失;2001 年日本某电厂发电机组轴发生断裂造成直接经济损失高达 45 亿元。因此,对机械故障进行及时诊断对保证企业安全生产和系统正常运行具有重要作用,同时也是企业追求利益的重要保证。

机械故障诊断的目的是判断机械设备的工作状态和工作模式是否正常,并将其归类分析。故障诊断过程一般分为三个步骤:第一,故障特征信号的采集;第二,故障特征信号的提取;第三,对故障信号进行分类和识别。其中,以第二部最为关键^[3]。对机械故障特征提取的方法研究一直是机械故障诊断学发展的核心部分,合适的降噪方法和特征提取方法将直接关系到诊断

齿轮箱复合故障诊断方法研究

的可靠性和故障早期预报的准确性^[4]。近些年关于故障提取的方法有很多种,比如频谱分析、倒频谱分析、包络谱分析^[5, 6]、小波分析^[7-9]、自相关分析、时域同步平均分析、解调谱分析、经验模态分解(Empirical Mode Decomposition, EMD)^[10-12]等。齿轮箱中的旋转机械运行时大部分都为振动信号,尤其是在出现故障时,表现为非平稳信号。因此,对非平稳信号的研究是我们接下来的研究重点^[13]。

1.2 非平稳信号微弱特征信号检测的特点

非平稳信号是指频率随时间变化而变化,因此只考察时域和频域是远远不够的,还需要了解频域随时间变化而发展的趋势。因此,传统的傅里叶变换在这里显得无能为力。可以从两方面来理解微弱故障信号:第一,感兴趣的信号幅值比噪声的幅值要小;第二,感兴趣的振动信号不受噪声干扰,即幅值本身就很小。而本书研究的主要是第一种情况,即如何从强噪声环境中提取微弱特征信号。

微弱信号可以从两方面去发展^[17]:第一,从硬件找突破口,即振动信号采集前采用硬件,对噪声进行过滤,或者滤掉不感兴趣的特定频率,这样可以突出微弱故障信号,使其所占比重加大;第二,从软件找突破口,因为硬件滤波往往过滤掉了有用的信号成分,丢失了大部分有用信息,致使原信号失真,为了保持原信号的完整性,可以在信号采集前做一些滤波处理,然后将采集到的信号经过一些算法处理,进一步检测出微弱故障。当然,它们的目的是为了提取微弱特征信号,提高信噪比。本书主要研究经过滤波器处理后的信号中如何提取故障特征信号。

微弱故障的特征提取主要包括时域分析、频域分析、时频联合分析以及其他的新颖分析方法。传统的时域分析方法包括:时域平均^[18]、自适应滤

噪^[19]、相关检测^[20, 21]。频域分析方法包括：快速傅里叶变换（Fast Fourier Transformation, FFT）^[22]、功率谱^[23]。新方法包括随机共振法^[24, 25]、盲源分离^[26, 27]、形态滤波^[28-33]、小波分析^[34-41]、Hilbert-Huang 变换^[42-63]。

1.3 齿轮箱故障诊断中振动信号处理方法

机械故障特征提取的最常用方法是信号处理方法。按照信号处理方法不同，通常可以将齿轮箱振动信号方法分为时域处理法、频域处理法和时频联合处理法。

1.3.1 时域处理法

时域处理法通常是指用时域波形计算出无量纲参数指标和有量纲参数指标，它是振动信号中最为简便的诊断分析方法，适用于较为明显的周期性振动信号、瞬态冲击信号、简谐振动信号。时域处理法又叫时域波形分析参数指标。

无量纲参数指标包含：峭度、波形、脉冲、裕度、峰值等，其中峭度、峰值对强冲击故障较为敏感，因此可用于突发性故障诊断。文献[64]依托振动信号中的强冲击周期成分和噪声的峭度值不同，将混合阈值的去噪方法用在滚动轴承的故障诊断中，成功提取故障特征。文献[65]将变尺度随机共振和加权峭度指标相结合的方法成功应用在故障信号的诊断中。由于无量纲参数指标不具有权衡振动信号的幅值和频率的能力，仅和信号分布的疏密程度有关，因此它在状态检测中应用广泛。

有量纲参数指标包含最大值、最小值、均值、方差、标准差等，其中方差与振动的强度有关。有量纲参数指标与齿轮箱的工况息息相关，与齿轮箱的工况参数有关，比如齿轮箱的传动比、高速轴的转速等，因此，齿轮箱不同，有量纲参数指标也不同，不能对它们进行对比分析。

齿轮箱复合故障诊断方法研究

时域分析法还包括：时域同步平均、相关分析、自适应降噪等^[66]，其中时域同步平均被广泛地用在振动信号的降噪上^[67]。文献[68]用时域同步平均提取振动信号的周期成分，提高了信号的信噪比。文献[69]对齿轮箱振动信号进行降噪处理，成功提取了齿轮裂纹的故障特征。相关分析包含自相关分析和互相关分析，它们主要描述信号之间的关联程度。自相关分析主要指同一个信号在不同时刻的相似程度，互相关分析是不同信号之间的关联度。齿轮箱振动信号中的噪声部分是由大量的无序的随机序列构成，具有关联性差，频率分布的范围广，分布均匀等特点。旋转机械发生故障时产生的冲击信号具有频率分布窄、周期性、相关性强等特点，因此，可将自相关分析用于齿轮箱故障特征识别中，也可作为提取强噪声环境中的周期成分，还可以作为早期故障的故障提取方法。如文献[70]将自相关分析对齿轮箱振动信号降噪，提出了齿轮故障信号具有调制性能。文献^[71]将小波包分解和自相关分析结合用在齿轮箱故障诊断中。文献[49]用综合经验模态分解（Ensemble Empirical Mode Decomposition, EEMD）和自相关分析结合的方法提取出与原信号相关性最强的本征模态函数。自适应消噪的目的是提高振动信号的信噪比，对早期和微弱故障比较有效，可以准确提取被噪声淹没的故障特征信息，如文献[72-74]将自适应消噪用在轴承的微弱故障诊断中。

综上所述，时域分析法实用性较强，但是对复杂结构的机械故障提取和复合故障的特征提取仍处于初级阶段，且对故障的定位比较差，因此时域分析法具有局限性。

1.3.2 频域处理法

频域分析法是基于傅里叶变换的最基本、最常用的信号处理方法，在旋转机械的特征提取中起着举足轻重的作用。在频域范围内可以得到齿轮箱的各轴的转动频率、齿轮的啮合频率、轴承内外圈特征频率以及它们高次谐波，此外还可以得到相位信息。频域分析可以准确地确定齿轮箱中的故障位置，

从而进一步分析故障产生的原因。现阶段频域处理的方法主要包含频域分析、高阶谱分析和解调谱分析。以下就这三种方法进行探讨。

1. 频谱分析

频谱分析主要是基于 1807 年傅里叶提出的傅里叶级数，目的是描述信号在频域范围内的分布情况，相对于时域分析，其结果直观明了。傅里叶变换搭建了时域和频域这座桥梁，可以对时域信号进行傅里叶变换转换为频域信号，同时还可以将频域信号经过傅里叶反变换转换为时域信号。因此，可以通过频域信息来断定齿轮箱的故障位置。比如，可以通过对正常信号和有故障信号分别进行频域分析，通过对比同一频率处的幅值大小来断定故障的严重程度。文献[75]对齿轮磨损故障进行了研究，如果齿轮均匀磨损后，高次谐波幅值将逐渐增大。对强背景噪声下微弱故障特征提取时，由于噪声频率分布广，因此，傅里叶变换分辨率会下降，即弱冲击成分易淹没在噪声中，导致误诊断现象。对复合故障齿轮箱进行诊断时，由于故障信号的相互耦合会导致在频域范围内出现频率混叠现象，也易出现误诊断现象。因此，傅里叶变换在复杂机械故障诊断中有一定局限性。

2. 解调谱分析

解调谱分析又叫作包络解调，在齿轮箱中零部件（如齿轮、轴承、轴等）存在故障时，对振动信号进行频谱分析，其频域往往高低两个频带，其中高频包括齿轮的啮合频率、轴承内外圈的特征频率以及边频带，低频主要包含齿轮所在轴的转频及其倍频^[76]。因此，从信号中提取调制信息，通过高低频的特征频率判断齿轮箱零部件的故障位置^[77]，此过程即为解调。常用的几种解调方法包括：希尔伯特变换解调、循环平稳解调^[78]、能量算子解调^[79]。近几年研究出了更新颖解调方法，比如：绝对值分析解调、平方解调和检波滤波解调，它们的共同特点是对振动信号取绝对值或绝对值得平方，再进行低通滤波，因此又将它们称为广义的检波滤波解调分析。这些方法都是齿轮

齿轮箱复合故障诊断方法研究

箱重要的解调方法。如文献[80]阐述了希尔伯特解调原理,并将其运用在滚动轴承的故障诊断中;文献[81]阐述了循环自相关函数解调分析的理论,并用二阶循环解调滚动轴承的局部故障进行识别;文献[82]运用循环平稳理论对齿轮的裂纹故障进行了调制分析。文献[83]总结了能量算子解调的原理及其算法,将其运用在旋转机械故障诊断中,通过和希尔伯特解调进行对比分析,得出能量算子解调要优于希尔伯特解调分析。文献[84]将能量算子解调运用在轴承的故障诊断中。

目前,以上解调分析方法依然存在局限性:一是在复合故障诊断时高频处比较接近的高频成分相互交叉,容易出现误诊断现象;二是在解调的过程中会将不包含故障信息的两个频率之差作为调制频率解调出来,也容易造成误诊断现象;三是循环平稳解调和检波滤波解调在取绝对值的过程中极易造成混频效应,需要根据采样定理分析采样频率,避免这种混频现象;四是细化解调分析中,由于数字低通滤波无法进行细化,容易出现调制频率的高次谐波发生频率混叠反射到低频处。无论出现以上哪种现象,都容易造成误诊断现象。

3. 高阶谱分析

高阶谱是分析非线性、非平稳、非高斯信号的频域处理工具,它还包含相位信息,弥补了二阶统计量的不足^[85]。高阶谱在理论上具有降噪性能^[87]。近几年,研究高阶谱的学者越来越多,同时研究高阶谱和其他降噪方法相结合的方法以识别齿轮箱的故障。如文献[88]将双谱分析和人工神经网络相结合的方法用于汽车齿轮箱的振动信号的分析中;文献[89]将循环双谱和三谱相结合的方法用于诊断轴承故障;文献[90]验证了 Wigner 双谱要优于 Wigner-Ville 分布;文献[91]运用高阶谱检测了加工刀具的磨损情况;文献[92]利用高阶谱分析了不同裂纹深度、不同裂纹位置的频谱特性。文献[92]将 Wigner 三谱用于齿轮箱故障诊断中。

1.3.3 时频联合处理方法

傅里叶变换的目的是将时域信号过渡到频域进行分析,其中时域和频率分别相互独立,因此傅里叶变换出现了不足之处:第一,时域信息和频域无法定位;第二,傅里叶变换主要适用于平稳信号,齿轮箱的故障信号由于受各种因素的影响大多是非平稳非线性信号,因此传统的时域分析、频域分析无法有效实现提取故障信息的功能,从而时频联合分析方法将成为故障诊断的主流,它能准确定位不同频率分量的时域分布情况,满足非平稳信号的要求。

近年来,新的时频分析和处理方法逐渐产生,主要包括线性时频变换、非线性时频变换、自适应时频分析、基于经验模态分解和最小反褶积的时频分析方法。

1. 线性时频变换

线性时频变换主要包含:短时傅里叶变换(Short-Time Fourier Transform, TFT)和小波变换(Wavelet Transformation, WT)。

傅里叶变换适用于处理平稳信号,只能显示信号的静态频谱特性。时变的非平稳信号在每一小段时间内可以近似为不变的,因此可以用平稳信号的谱分析方法分析。短时傅里叶变换的本质是一个加窗的傅里叶变换,运用滑动窗截取信号,对所截的信号再进行傅里叶变化,这样可以得到任意时刻的频谱:

$$\text{STFT}_s(t, f) = \int s(\tau)g^*(\tau - t)e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (1-1)$$

式中, g 为滑动窗函数; g^* 为 g 的共轭函数; $\text{STFT}_s(t, f)$ 的模的平方称为谱图:

$$\text{STFC}_s(t, f) = |\text{STFT}_s(t, f)|^2 \quad (1-2)$$

由于 STFT 能将信号划分为无数个片段,对信号进行局部分析能突出局部特征频,因此在故障诊断中得到了一定的应用。文献^[93]运用短时傅里叶

齿轮箱复合故障诊断方法研究

变换诊断齿轮故障；文献[94]用移动窗检测齿轮箱故障；文献[95]将 STFT 和解调谱结合诊断齿轮箱故障。然而，通过式 (1-1) 可得，所加窗函数的时宽和频宽相同，根据测不准定则，窗函数会影响时频的分辨率，显然信号的分析效果取决于窗函数的选取。此外，短时傅里叶变换的应用前提是局部信号是平稳的，然而对于某些随时间频率变化较快的信号，显然有些失真。为了提高分辨率可以加大时窗，这样又难以保证局部信号的平稳性，因此，短时傅里叶变化局限性很强，只适用于缓变的非平稳信号。

小波变换在 20 世纪 80 年代被提出，成为信号处理的一种重要工具，被广泛应用于石油、医疗、机械、通信等行业。它也是通过在信号上加一个变尺度滑动窗对信号截断别进行频谱分析。

设一个平方可积信号 $x(t)$ ，其小波变换的定义为：

$$\begin{aligned} \text{WT}_x(a,b) &= \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi_{a,b}^*(t) dt = \langle x(t), \psi_{a,b}(t) \rangle \end{aligned} \quad (1-3)$$

式中， a 为尺度因子； b 为时移因子， $\psi_{a,b}(t)$ 为小波基函数。

显然，短时傅里叶变换和小波变换很相似，它们的区别在于小波的时窗可发生改变，随尺度因子而变，可变的时窗既可以对频率随时间变化过快的高频进行跟踪，还可以对低频成分进行跟踪定位。因此，小波变换被广泛应用于旋转机械故障诊断中。经小波变换后的波形图能够分析振动信号的局部特征，选取不同的小波基函数，可以实现对局部故障特征提取。在故障特征提取方面，文献[96]运用连续小波变换检测出齿轮振动信号幅值突变的特点；文献[97]提出小波包—坐标变换的方法，解决了滚动轴承早期的故障比较微弱易被强冲击淹没的问题；文献[98]提出了软阈值去噪的小波分析方法，将其运用在轴承的故障特征提取中。

小波变换也存在不足之处。对于某一特定的信号，小波基函数的选择至

今没有一个合适的判断准则和选择依据，这一直都是一个难点；对于同一信号，选用不同的小波基函数得到的结果不具有可比性。此外，小波变换不具有自适应性。由式(1-3)可知，小波变换的实质是将振动信号和小波基函数做内积，从振动信号中提取出和小波基函数相似的特征。一旦确定了小波基函数，它将被应用在所采集的全部数据中，对整体来说可能是最佳的，但就局部而言或许是最差的，甚至会歪曲了原信号本来的物理特征。另外，如果小波基函数和变换尺度选择的是最佳的，分辨率的大小也就能确定，但是如何进一步确定小波变换尺度也是至今难以解决的问题。

2. 非线性时频变换

非线性时频变换主要包括谱图 (Spectrogram, SPEC)、Winger-Wille 分布 (Wigner-Ville Distribution, WVD)、小波尺度图 (Scalogram)、Cohen 类时频分布。与线性时频相比，非线性时频主要是将信号的能量分布在时频空间内，也就是对用信号的双线性乘积进行核函数加权平均的方法实现双线性时频表示，显然不满足线性叠加性。

Winger-Ville 分布是非线性时频表示的核心。1932 年 Winger^[99] 提出时频联合分析概念，并首先用于量子力学领域，之后 J.Ville 将其引入信号处理形成经典的 Winger-Ville 分布^[100]，定义如下：

$$\text{WVD}_x(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} z\left(t + \frac{\tau}{2}\right) z^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \exp(-j\omega\tau) d\tau \quad (1-4)$$

由式(1-4)可知，Winger-Ville 分布不含有窗函数，可避免 STFT 和 WT 中的时频分辨率的相互交叉等现象。

Winger-Ville 分布是非线性的，因此若存在 $s(t) = s_1(t) + s_2(t)$ ，则有：

$$\text{WVD}_s(t, f) = \text{WVD}_{s_1}(t, f) + \text{WVD}_{s_2}(t, f) + 2 \text{Re}\left\{\text{WVD}_{s_1 s_2}(t, f)\right\} \quad (1-5)$$

式中， $\text{Re}\{\cdot\}$ 表示实部运算。