

中国水利教育协会

高等学校水利类专业教学指导委员会

共同组织



全国水利行业“十三五”规划教材（普通高等教育）

材料力学（第2版）

主 编 申向东



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

中国水利教育
高等学校水利

共同组织



全国水利行业“十三五”规划教材（普通高等教育）

材料力学（第2版）

主 编 申向东



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

· 北京 ·

内 容 提 要

本书为全国水利行业“十三五”规划教材，内容涵盖了材料力学所基本要求的轴向拉压杆件、材料的力学性能、剪切、扭转、弯曲、应力状态与强度理论、压杆稳定、能量法等内容。每章都附有小结和习题。

本书适合土木工程、水利水电工程、农业水利工程、森林工程、农业机械化及其自动化、机械设计制造及其自动化、道路桥梁与渡河工程、新能源科学与工程、材料科学与工程、车辆工程、地质工程、交通工程及相关专业的师生使用，也可作为一般工程技术人员的阅读参考书。

图书在版编目（C I P）数据

材料力学 / 申向东主编. -- 2版. -- 北京：中国水利水电出版社，2017.9

全国水利行业“十三五”规划教材. 普通高等教育
ISBN 978-7-5170-5509-9

I. ①材… II. ①申… III. ①材料力学—高等学校—教材 IV. ①TB301

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第205139号

书 名	全国水利行业“十三五”规划教材（普通高等教育） 材料力学（第2版） CAILIAO LIXUE
作 者	主 编 申向东
出版发行	中国水利水电出版社 （北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038） 网址：www.waterpub.com.cn E-mail：sales@waterpub.com.cn 电话：（010）68367658（营销中心）
经 售	北京科水图书销售中心（零售） 电话：（010）88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	中国水利水电出版社微机排版中心
刷 印	三河市鑫金马印装有限公司
规 格	184mm×260mm 16开本 18.25印张 433千字
版 次	2005年7月第1版 2017年9月第2版 2017年9月第1次印刷
印 数	0001—4000册
定 价	42.00元

凡购买我社图书，如有缺页、倒页、脱页的，本社营销中心负责调换

版权所有·侵权必究

第 2 版前言

本书为全国水利行业“十三五”规划教材，是作者结合近年来教学改革的阶段性成果，并在高等学校“十二五”精品规划教材《材料力学》（申向东任主编，中国水利水电出版社 2005 年 7 月出版，已发行 20000 余册）的基础上修订编写的。

在本书的修订编写过程中力求做到内容精炼，由浅入深，便于自学，并特别重视反映现代水利工程、土木工程、农业工程的特点，以培养和造就“厚基础、强能力、高素质、广适应”的复合型应用人才为宗旨，阐述材料力学基本概念、基本原理和基本方法的基础上，力求实现在体系上和内容上的更新，为读者今后继续学习和掌握新方法、新技术提供必要的材料力学基础知识，也为读者的独立思考留有空间，以利于创新能力的培养。“全书共 12 章，内容包括材料力学所基本要求的轴向拉压杆件、材料的力学性能、剪切、扭转、弯曲、应力状态与强度理论、压杆稳定、能量法等内容。采用本教材时，可根据各专业的不同要求和学时数对内容酌情取舍。

参加本书编写工作的有：申向东（第 1 章、第 6 章、第 7 章、第 8 章、附录），王萧萧（第 2 章、第 3 章、第 5 章），陈小芳（第 4 章、第 12 章），高潮（第 9 章），梁莉（第 10 章、第 11 章）。本教材由申向东任主编，全书由申向东统稿。

本书由李平教授审阅，同时，本书的编写和出版得到了中国水利水电出版社以及参编高等院校的大力支持和帮助，在此一并表示衷心的感谢。

本书的编写过程中，吸收、引用了部分国内优秀材料力学教材的观点、例题及习题。编者在此谨向这些教材的编著者深表感谢。

在本书的编写过程中，编写者虽夙兴夜寐、尽心尽力，但限于编者水平，书中定有不少缺陷，敬请读者批评指正。

编者

2017 年 1 月

第 1 版前言

为了满足目前各农业院校工科专业教育教学改革的需求,在高等学校水电类精品规划教材指导委员会与中国水利水电出版社共同组织下,由内蒙古农业大学、甘肃农业大学、东北农业大学、宁夏大学等4所高校为农业水利工程、水利水电工程、土木工程给水排水工程、环境工程、森林工程、机械工程、交通运输及相关专业编写了这本材料力学教材。本书成书之前,大部分内容以讲义形式经过上述4所高校有关专业试用。

本书是参照教育部高等学校力学教学指导委员会非力学类专业力学基础课程教学指导分委员会提出的材料力学课程教学基本要求进行编写的。在编写过程中力求做到内容精炼,由浅入深,便于自学。同时全面体现了4所高校近年来的教学成果,并特别重视反映现代水利工程的特点。以培养和造就“厚基础、强能力、高素质、广适应”的创造性复合型人才为宗旨,在阐述材料力学基本概念、基本原理和基本方法的基础上,将经典内容与计算机数值分析方法相结合,力求实现在经典基础上的更新,为读者今后继续学习和掌握新方法、新技术提供必要的材料力学基础知识,也为读者的独立思考留有空间,以利于创新能力的培养。

本教材前12章为应当掌握的基本部分,第十三章、第十四章与带*的节为专题部分。采用本教材时,可根据各专业的不同要求和学时数对内容酌情取舍。

参加本书编写工作的有:甘肃农业大学郭松年(第一章、第二章、第三章),内蒙古农业大学赵占彪(第四章、第十二章、附录),内蒙古农业大学李昊(第五章),内蒙古农业大学申向东(第六章、第七章、第八章、第十四章),内蒙古农业大学李平(第九章),东北农业大学赵淑红(第十章、第十一章),宁夏大学张学科(第十三章)。全书由申向东任主编,郭松年任副主编。

本书的编写和出版得到了高等学校水电类精品规划教材指导委员会、中

国水利水电出版社、内蒙古农业大学以及参编院校的大力支持和帮助，谨此，向他们表示衷心的感谢。

限于编者水平，书中定有不少缺点错误，敬请读者批评指正。

编者

2005 年 4 月

目 录

第 2 版前言

第 1 版前言

第 1 章 绪论	1
1.1 材料力学的任务及研究对象	1
1.2 材料力学的基本假设	3
1.3 内力、截面法、应力	4
1.4 应变与胡克定律	6
1.5 构件变形的基本形式	8
1.6 材料力学的研究方法	9
小结	10
习题	11
第 2 章 轴向拉伸与压缩	13
2.1 轴向拉伸与压缩的概念	13
2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力	13
2.3 轴向拉伸或压缩时横截面上的应力	16
2.4 失效、许用应力、安全系数	19
2.5 轴向拉伸或压缩时的强度计算	20
2.6 轴向拉伸或压缩时的变形分析	23
2.7 拉伸或压缩的超静定问题	26
2.8 应力集中的概念	33
小结	35
习题	35
习题参考答案	40
第 3 章 材料的力学性能	41
3.1 拉伸或压缩时材料的力学性能	41
3.2 温度和时间对材料力学性能的影响	47
小结	49
习题	49
习题参考答案	51

第4章 剪切	53
4.1 剪切的实用计算	53
4.2 挤压的实用计算	56
4.3 焊接的实用计算	62
小结	63
习题	64
习题参考答案	66
第5章 扭转	67
5.1 扭转的概念	67
5.2 外力偶矩和扭矩	68
5.3 薄壁圆筒的扭转	71
5.4 圆轴扭转时的应力与强度条件	73
5.5 圆轴扭转时的变形和刚度条件	78
5.6 非圆形截面杆扭转的概念	82
小结	84
习题	85
习题参考答案	86
第6章 弯曲内力	88
6.1 弯曲变形与梁	88
6.2 弯曲内力与内力图	90
6.3 剪力图和弯矩图	95
6.4 载荷、剪力和弯矩间的关系	100
6.5 按叠加原理作弯矩图	107
6.6 平面刚架的弯曲内力	108
小结	109
习题	110
习题参考答案	115
第7章 弯曲应力	118
7.1 弯曲的基本概念	118
7.2 纯弯曲时梁的正应力分析	119
7.3 纯弯曲正应力公式和变形公式的应用与推广	123
7.4 横弯曲时的切应力分析	125
7.5 弯曲强度计算	128
7.6 开口薄壁截面梁的切应力弯曲中心的概念	132
7.7 提高梁抗弯强度的措施	135
小结	139
习题	139

习题参考答案	145
第 8 章 弯曲变形	146
8.1 梁的挠度和转角	146
8.2 挠曲线近似微分方程	147
8.3 用积分法求弯曲变形	148
8.4 用叠加法求弯曲变形	153
8.5 梁的刚度校核	159
8.6 提高弯曲刚度的主要措施	160
小结	161
习题	161
习题参考答案	164
第 9 章 应力状态分析和强度理论	165
9.1 概述	165
9.2 二向应力状态分析——解析法	166
9.3 二向应力状态分析——图解法	174
9.4 三向应力状态简介	178
9.5 广义胡克定律	180
9.6 复杂应力状态下的变形比能	184
9.7 常用强度理论	185
9.8 强度理论的选择和应用	189
小结	192
习题	193
习题参考答案	196
第 10 章 组合变形	198
10.1 组合变形的概念和实例	198
10.2 斜弯曲	199
10.3 拉伸（压缩）与弯曲组合	204
10.4 偏心压缩（拉伸）截面核心	206
10.5 扭转与弯曲的组合	210
小结	212
习题	213
习题参考答案	217
第 11 章 能量法	218
11.1 应变能的计算	218
11.2 莫尔定理	222
11.3 图形互乘法	226
11.4 互等定理	227

小结	229
习题	229
习题参考答案	232
第 12 章 压杆稳定	233
12.1 压杆稳定的基本概念	233
12.2 两端铰支的细长压杆的临界压力、欧拉公式	236
12.3 其他支座条件下细长压杆的临界力	238
12.4 压杆的临界应力、临界应力总图	241
12.5 压杆的稳定计算与压杆的合理截面	246
12.6 提高压杆稳定性的措施	253
小结	254
习题	255
习题参考答案	257
附录 I 截面的几何性质	259
I.1 截面的静矩和形心	259
I.2 截面的惯性矩、惯性积及极惯性矩	261
I.3 平行移轴公式	263
I.4 形心主轴和形心主惯性矩	265
小结	266
习题	267
习题参考答案	268
附录 II 型钢规格表	269
附表 II-1 热轧等边角钢 (GB 9787—88)	269
附表 II-2 热轧不等边角钢 (GB 9788—88)	273
附表 II-3 热轧工字钢 (GB 706—88)	276
附表 II-4 热轧槽钢 (GB 707—88)	278
材料力学教材符号表	280
参考文献	281

第 1 章 绪 论

本章主要介绍材料力学的任务及研究对象，材料力学的基础知识、基本假定以及研究方法等。

1.1 材料力学的任务及研究对象

1.1.1 材料力学的任务

在工程实际中任何建筑物和机械都是由一些构件 (Member) (或零件) 组成的。作用在建筑物和机械上的外力通常称为载荷 (Load)。例如，桥梁受到车辆的作用力、水坝受到的水压力、车床主轴受到的切削力以及物体的自重等。建筑物中承受载荷而起骨架作用的部分称为结构。

实践表明要使结构物或机械能正常地工作，就必须保证组成它的每个构件在载荷作用下能正常工作。因此在工程中对所设计的构件都有一定的要求。

(1) 强度要求。所谓强度 (Strength) 是指构件或材料抵抗破坏的能力。强度有高低之分，在一定的载荷作用下，说某种材料的强度高，就是指这个构件或这种材料不易破坏。所谓破坏，是指构件断裂或发生过大的塑性变形。

(2) 刚度要求。所谓刚度 (Stiffness)，是指构件或材料抵抗变形的能力。在工程中，对一构件来说，只满足强度要求是不够的，如果变形过大，也会影响正常使用。因此，工程中对构件的变形常根据不同的工作情况给予一定的限制，使构件在载荷作用下产生的弹性变形不能超过一定的范围。这就要求构件具有足够的刚度。

(3) 稳定性要求。所谓稳定性 (Stability) 要求，就是指承受载荷作用时构件在其原有形状下的平衡应保持为稳定的平衡。

例如，现浇混凝土结构中的柱(图 1-1)，在外力作用下要发生变形，它的截面要满足不发生折断或者裂开的破坏。又如，各种桥梁的桥面结构(图 1-2)，采取什么形式才能保证不发生破坏，也不发生过大的弹性变形，既要保证桥梁具有足够的强度，又要有足够的刚度，同时，还要具备重量轻，节省材料等优点。再如，各类大型体育场钢的结构(图 1-3)不仅需要足够的强度和刚度，而且还要保证有足够的稳定性，否则



图 1-1 现浇混凝土房屋

在施工和运行过程中会由于局部杆件或整体结构的不稳定性，而导致整体结构的坍塌，造成巨大的损失。

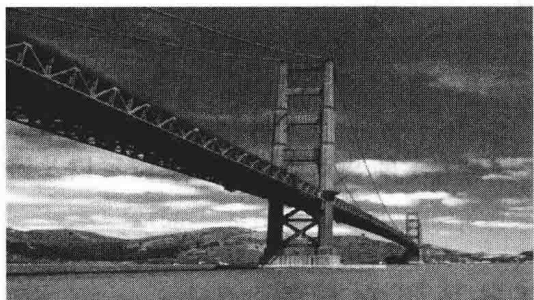


图 1-2 大型桥梁

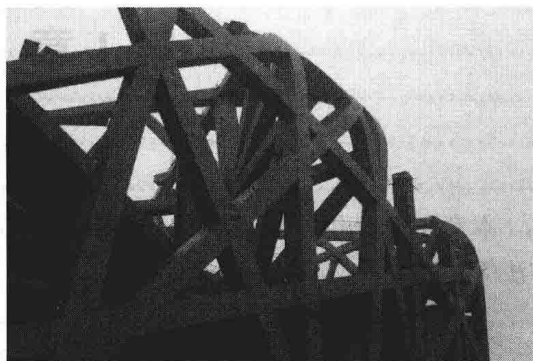


图 1-3 大型体育场钢架

要使构件满足上述 3 个方面的要求，似乎只要使构件的尺寸做得粗厚些并选用优质材料来制作就可以了，但是这样做又可能造成材料的浪费和结构的笨重，有时也不美观，可见安全可靠与经济适用两者间常常是矛盾的。材料力学的任务就是为构件的强度、刚度、稳定性要求提供必要的理论基础和计算方法，使设计的构件在形状、尺寸和选用的材料诸方面既满足承载能力要求又经济实用。

材料力学是应力力学的分支，它既属固体力学的研究范畴，又属于工程设计的重要部分之一。所以它的基本任务是研究构件在外力作用下的变形、受力及破坏的规律，为合理设计构件提供有关强度、刚度与稳定性分析的基本理论与计算方法。

构件的强度、刚度、稳定性问题均与所选用材料的力学性质有关，材料的力学性质是指材料在力的作用下抵抗变形和破坏等方面表现出来的性能，这些力学性能均需通过材料实验来测定。此外，有些单靠现有理论解决不了的问题，需借助实验来解决。因此，实验研究和理论分析同样重要，都是完成材料力学的任务所必需的手段。

1.1.2 材料力学的研究对象

工程实际中的构件，形状多种多样，按照其几何特征，主要可分为杆件（Rods）、板件（Plat）及块体（Block）。

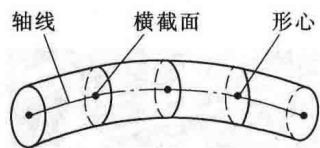


图 1-4 杆件

一个方向的尺寸远大于其他两个方向尺寸的构件，称为杆件（图 1-4）。杆件是工程中最常见、最基本的构件。

杆件的形状与尺寸由其轴线与横截面确定。轴线通过横截面的形心，横截面与轴线相互正交。根据轴线与横截面的特征，杆件可分为直杆与曲杆，等截面杆与变截面杆等。

一个方向的尺寸远小于其他两个方向尺寸的构件，称为板件（图 1-5）。平分板件厚度的几何面，称为中面（Middle plane）。中面为平面的板件称为板 [图 1-5 (a)]；中面为曲面的板件称为壳（Shell）[图 1-5 (b)]。

三个方向尺寸基本相同的构件，称为块体（图 1-6），材料力学的主要研究对象是杆件，以及由若干杆件组成的简单杆系。

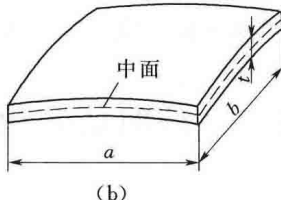
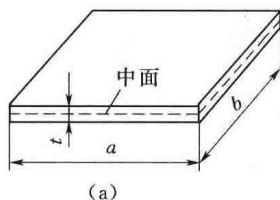


图 1-5 板件

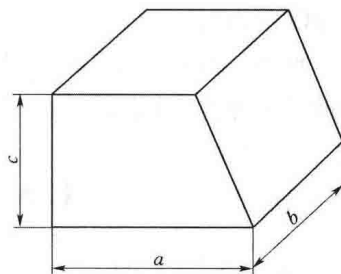


图 1-6 块体

同时也研究一些形状与受力均比较简单的板与壳。至于一般较复杂的杆系与板壳问题等，则属于结构力学与弹性力学等的研究范畴。

1.2 材料力学的基本假设

在理论力学中，研究物体在外力作用下的平衡和运动规律。物体的微小变形是次要因素，而把物体抽象成刚体。在材料力学中，研究物体的强度、刚度和稳定性问题时，变形则成为一个主要因素。而且刚度要求本身就需要考察变形，所以，材料力学必须把物体看成可变形的固体，简称变形固体（Deformation solid）。

工程中使用的固体材料是多种多样的，而且其微观结构和力学性质也非常复杂，为了使问题得到简化，通常对变形固体做如下基本假设。

1.2.1 均匀连续性假设

认为组成物体的物质毫无空隙地充满了整个物体的几何容积。实践证明，在工程中将构件抽象为连续、均匀的变形体，所得到的计算结果是令人满意的。根据这一假设，从构件截取任意微小部分进行研究，并将其结果推广到整个物体；同时，也可以将那些用大尺寸试件在实验中获得的材料性质，用到任意微小部分上去。

1.2.2 各向同性假设

认为材料沿各个方向的力学性质都是相同的。常用的工程材料如钢、塑料、玻璃以及浇筑得很好的混凝土等，都可认为是各向同性材料。如果材料沿不同方向具有不同的力学性质，则称为各向异性材料。

根据这个假设，在研究了材料在任一方向的力学性质后，就可以将其结论用于其他任何方向，即不考虑材料的方向性问题。

1.2.3 弹性小变形假设

固体材料在载荷作用下所发生的变形可分为弹性变形和塑性变形。载荷卸除后能完全消失的变形称为弹性变形，不能消失的变形称为塑性变形。如取一段直的钢丝，用手将它弯成一个圆弧，若圆弧的曲率不大，则放松后钢丝又会变直，这种变形就是弹性变形；若变形的圆弧曲率过大，则放松后弧形钢丝的曲率虽然会减小些，但却不能再变直了，残留下来的那一部分变形就是塑性变形。一般地说，当载荷不超过一定的范围时，材料将只产生弹性变形。弹性变形可能很小也可能相当大，在材料力学中通常做出小变形假设。在工程实际中大多数构件在载荷作用下的变形符合小变形假设，因此，在利用平衡条件求支座

反力、构件内力时可以不考虑变形，仍用原来尺寸，从而使计算得到简化。

综上所述，材料力学认为一般的工程材料是均匀连续、各向同性的变形固体。材料力学主要研究在弹性范围内小变形条件下的强度、刚度和稳定性问题。

1.3 内力、截面法、应力

1.3.1 外力 (External force)

材料力学的研究对象是构件，因此，对于所研究的对象来说，其他构件和物体作用于其上的力均为外力，包括载荷与约束力。

按照外力的作用方式，可分为表面力与体积力。作用在构件表面的外力称为表面力 (Surface force)，例如，作用在高压容器内壁的气体或液体压力是表面力，两物体间的接触压力也是表面力。作用在构件各质点上的外力称为体积力，例如构件的重力与惯性力均为体积力。

按照表面力在构件表面的分布情况，又可分为分布力与集中力。连续分布在构件表面某一范围的力称为分布力 (Distributed force)。如果分布力的作用面积远小于构件的表面面积，或沿杆件轴线的分布范围远小于杆件长度，则可将分布力简化为作用于一点的力，称为集中力 (Concentrated force)。

按照载荷随时间变化的情况，可分为静载荷与动载荷。随时间变化极缓慢或不变化的载荷，称为静载荷 (Static load)。其特征是在加载过程中，构件的加速度很小可以忽略不计。随时间显著变化或使构件各质点产生明显加速度的载荷，称为动载荷。例如，锻造时汽锤锤杆受到的冲击力为动载荷 (Dynamic load)，图 1-7 所示连杆所受压力 F_P 随时间变化，也属于动载荷。

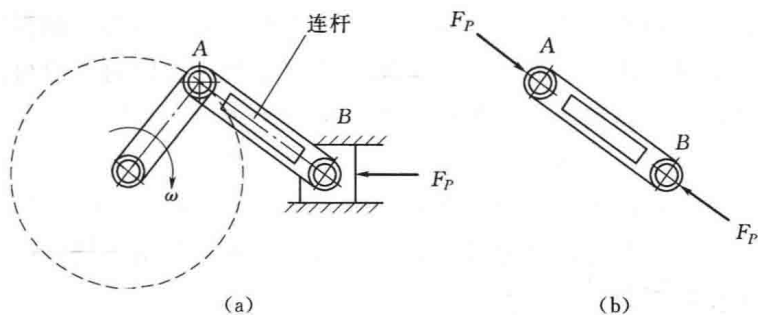


图 1-7 连杆受力

构件在静载荷与动载荷作用下的力学行为不同，分析方法也不完全相同，但前者是后者的基础。

1.3.2 内力与截面法

物体在外力或其他因素 (如温度变化) 作用下将产生变形，其内部各点间的相对位置将有变化，从而产生抵抗变形的相互作用力，就是材料力学中所研究的内力 (Internal force)。也就是说，材料力学所研究的内力是由外力引起的，内力将随外力的变化而变化，外力增大，内力也增大，外力去掉后，内力将随之消失。

内力的分析与计算是材料力学解决构件的强度、刚度、稳定性问题的基础，必须达到熟练掌握。

由刚体静力学可知，为了分析两物体之间的相互作用力，必须将该两物体分离。同样，要分析构件的内力，例如要分析图 1-8 (a) 所示物体某一截面上的内力，可设想用一平面把物体截为两部分，取其中的任意部分为研究对象。将去掉部分对留下部分的作用以力的形式表示，此力就是该截面上的内力。然后用静力平衡条件求出构件截开面上的内力。这种方法称为截面法 (Method of section)。由于在基本假设中已假设物体是均匀、连续的变形体，所以内力在截面上也是连续分布的。通常是将截面上的分布内力用位于该截面形心处的合力 (简化为主矢和主矩) 来代替 [图 1-8 (b)]。因构件在外力作用下处于平衡状态，所以截开后的保留部分也应该是平衡的。

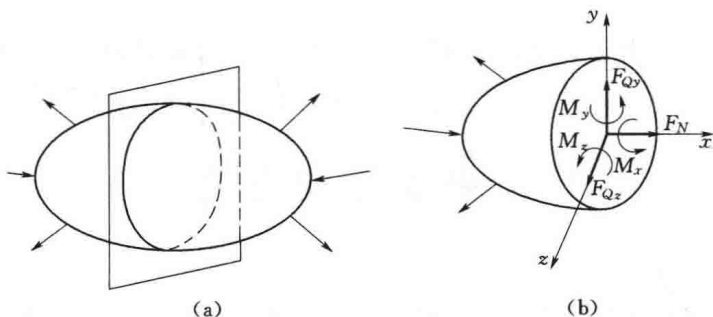


图 1-8 截面法示意图

用截面法求解的步骤如下：

- (1) 截开：假想在需求内力截面处将物体截成两部分。
- (2) 代替：将两部分中的任一部分留下，并把弃去部分对留下部分的作用以力来代替。
- (3) 平衡：建立研究对象的平衡条件，由已知的外力求出截面上的未知内力。

必须指出，静力学中的力 (或力偶) 的可移性原理，在用截面法求内力的过程中是有限制的。

1.3.3 应力 (Stress)

构件截面上的分布内力集度称为应力。如图 1-9 (a) 所示为任一受力构件，现研究 $m-m$ 截面上点 M 处的应力，在截面上取一微小面积 ΔA ，设微小面积 ΔA 的分布内力的合力为 ΔF_P ，则 $\frac{\Delta F_P}{\Delta A}$ 为这一微小面积 ΔA 范围内单位面积上的内力。我们称 $\frac{\Delta F_P}{\Delta A}$ 为微小面积 ΔA 的平均应力，用 p_m 表示，即 $p_m = \frac{\Delta F_P}{\Delta A}$ 。

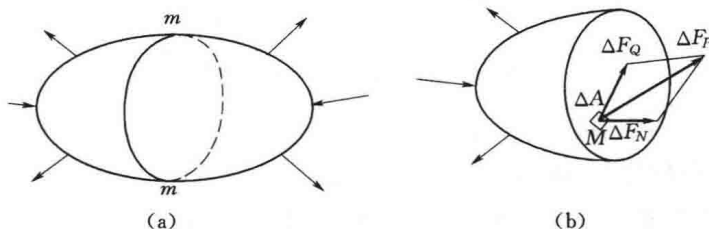


图 1-9 应力定义

当所取的面积趋于无穷小时, 上述平均应力趋于一极限值。这一极限值称为截面上一点处的应力。

若将 ΔF_P 沿截面法向与切向分解, 得法向与切向分量 ΔF_N 与 ΔF_Q 。根据应力定义有

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_N}{\Delta A} = \frac{dF_N}{dA} \\ \tau &= \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_Q}{\Delta A} = \frac{dF_Q}{dA} \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

其中, σ 垂直于横截面, 称为正应力 (Normal Stress), τ 与横截面相切, 称为切应力 (Shearing Stress)。

应力的单位为 Pa。由于 Pa 的单位很小, 材料力学中常采用 kPa 和 MPa ($1\text{Pa}=1\text{N/m}^2$; $1\text{MPa}=1\text{N/mm}^2$)。

1.4 应变与胡克定律

1.4.1 应变

由 1.2 节知, 材料力学是研究变形体的, 当构件受外力作用后, 构件各质点的位置要发生相应的变化 (图 1-10), 即产生了变形。变形的大小是用位移和应变这两个量来度量的。

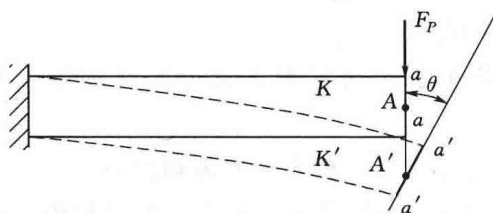


图 1-10 位移与变形

位移是指位置的改变, 即构件发生变形后, 构件中各质点及各截面在空间位置上的改变。位移可分为线位移和角位移。如图 1-10 中, AA' 为线位移, θ 为角位移。

不同点的线位移以及不同截面的角位移一般都不相同, 它们都是位置的函数。

为了说明应变, 我们从图 1-10 所示的构件中, 围绕某点 K 截取一微小六面体 [图 1-11 (a)] 来研究。

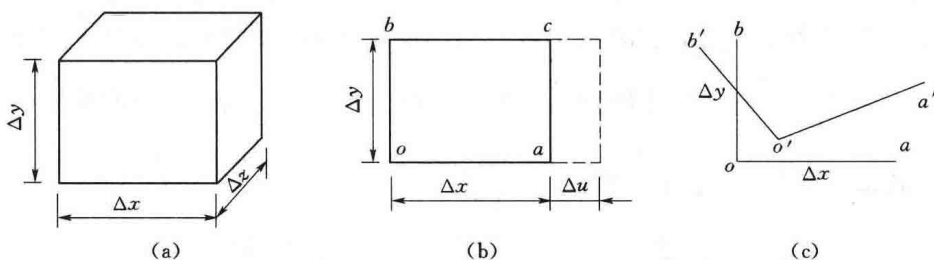


图 1-11 正应变与切应变

此微小六面体的变形有以下方式:

(1) 沿棱边方向的伸长和缩短。如沿 x 方向原长为 Δx , 变形后为 $\Delta x + \Delta u$ [图 1-11 (b)], Δu 是沿 x 方向的伸长量, 称为绝对伸长。但 Δu 还不足以说明沿 x 方向的伸长程度, 因为 Δu 还与边长 Δx 的大小有关, 因而取相对伸长 $\frac{\Delta u}{\Delta x}$ 来度量沿 x 方向的变形。 $\frac{\Delta u}{\Delta x}$

实际上是 Δx 范围内单位长度的平均伸长量，仍与所取的 Δx 的长短有关，为了消除尺寸的影响，我们取下列极限

$$\epsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x}$$

ϵ_x 称为 K 点处沿 x 方向的正应变。

(2) 棱边夹角的改变。如棱边 oa 和 ob 间的夹角变形前为直角，变形后该直角减小 γ [图 1-11 (c)]，角度的改变量 γ 称为切应变（又称剪应变）。 o 点关于 x 和 y 方向的切应变定义为：

$$\gamma_{xy} = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \left(\angle a'o'b' - \frac{\pi}{2} \right)$$

式中： Δx 和 Δy 分别为微段的 $\overline{oa}$ 和 $\overline{ob}$ 长度； γ_{xy} 为微段 $\overline{oa}$ 和 $\overline{ob}$ 所夹直角的改变量。在小变形的条件下，直角的改变量可用正切代替。

$$\gamma_{xy} = \tan \left(\angle a'o'b' - \frac{\pi}{2} \right)$$

构件中不同点处的正应变及切应变一般也是各不相同的，它们也都是位置的函数。

1.4.2 胡克定律

应变与应力是相对应的，且存在着一定的关系。正应变与正应力相对应，切应变与切应力相对应。对于图 1-12 只受单向正应力作用下具有单位长度的单元体发生正应变的情况。沿着正应力的方向，有纵向应变 ϵ ，在垂直于正应力的方向，同时又有横向应变 ϵ' 产生。即在单向拉伸时，纵向伸长，横向缩短；实验结果表明：若在弹性范围内加载（应力小于某一极限值），正应力与正应变（纵向应变）之间存在着线性关系。

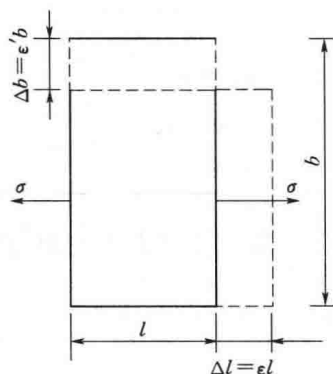


图 1-12 正应力引起正应变

$$\sigma = E\epsilon \quad \text{或} \quad \epsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (1-2)$$

式 (1-2) 称为胡克定律 (Hooke law)。其中 E 称为弹性模量 (Modulus of elasticity) 或杨氏模量，单位为 MPa 或 GPa。

若在弹性范围内加载（应力小于某一极限值），纵向正应力 σ 产生有纵向应变 ϵ ；在垂直于正应力的方向，同时又有横向应变 ϵ' ，产生的 ϵ' 也存在线性关系。

$$\epsilon' = -\mu\epsilon \quad (1-3)$$

式中： μ （材料常数）为泊松 (Poisson) 比。

图 1-13 是只受切应力的作用下具有单位长度的单元体发生纯剪切变形的情况。图 1-13 (a) 是纯剪切变形的实际情况，虚线平行四边形顺转一微小角度向左作微小平移，将得到纯剪切变形的简化表示 [图 1-13 (b)]。实际两图中的

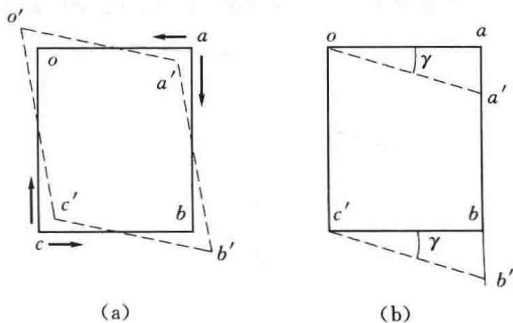


图 1-13 切应力引起切应变