

量子力学原理及其应用

文军 编著



科学出版社

量子力学原理及其应用

文 军 编著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书依据初学者的思维模式和认知特点,循序渐进地阐述了非相对论量子力学的基本原理及其在原子、分子与低维物理中的应用,主要内容包括量子力学的建立,薛定谔方程及一维势场问题,表象理论,角动量理论,中心力场以及带电粒子在电磁场中的运动,量子力学中的近似方法,量子力学与原子、分子及量子阱。

本书可作为普通高等院校物理学专业及相近专业的本科生学习量子力学的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

量子力学原理及其应用/文军编著. —北京:科学出版社, 2018.1

ISBN 978-7-03-055320-1

I. ①量… II. ①文… III. ①量子力学 IV. ①O413.1

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第280298号

责任编辑:宋无汗 杨 丹 焦惠丛/责任校对:孙婷婷
责任印制:张 伟/封面设计:陈 敬

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京中石油彩色印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2018年1月第一版 开本:720×1000 B5

2018年1月第一次印刷 印张:16 1/4

字数:325 000

定价:98.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

量子力学是现代最重要的科学理论之一。随着科学技术的不断发展与进步，量子力学已被证明是处理原子、分子、凝聚态物质以至原子核和基本粒子等领域较为成熟的基本理论，也是核技术、激光技术、纳米技术、集成电路、现代通信等领域的理论基础。近年来，伴随着我国高校专业设置改革的不断深化，量子力学已成为各高校物理学及其相关专业（应用物理、光电信息科学与工程、核工程与核技术等）必需的专业基础课，这就要求学生必须系统地学习和掌握量子力学的基本知识和基本原理。

然而，高等学校各个专业课学时普遍压缩，学生的数学基础薄弱，制约和影响了量子力学的教学。在多年的量子力学教学实践中，我们注重阐明经典物理在解释量子现象时的困难，借助于量子力学基本原理对量子现象给出的合理解释，加深学生对量子力学基本原理的理解；注重对量子力学基本原理和基本概念的讲解，阐明物理思想，剖析物理内涵；在必要的量子力学公式的推导中，尽量避免烦琐冗长的数学过程，力求给出清楚简洁的结果。在量子力学应用方面，从简单模型出发，给出了量子力学在处理原子、分子问题和低维物理体系方面的应用。

考虑到物理及相关专业知识体系的要求，以及学生考研方面的需要，本书涵盖初等量子力学的全部内容，注重量子力学的实际应用，使初学者通过本书学习，在掌握量子力学基本原理的同时学会应用量子力学处理简单的物理问题。

书中的函数曲线由儿子文宸宇博士绘制，在此表示衷心感谢。感谢妻子陈兰平的支持，感谢所有同事和朋友的帮助，感谢渭南师范学院出版基金对本书的资助。

由于作者水平所限，本书难免存在疏漏和不妥之处，希望大家批评指正。

文 军

2017年6月

目 录

前言

第 1 章 量子力学的建立	1
1.1 经典物理的辉煌成就	1
1.2 经典物理的困难	12
1.3 量子物理的诞生	18
1.4 原子结构的玻尔理论	24
1.5 德布罗意物质波与实验证实	27
1.6 量子力学的建立及发展	33
参考文献	37
第 2 章 薛定谔方程及一维势场问题	38
2.1 波函数及其统计解释	38
2.2 态叠加原理	43
2.3 薛定谔方程	45
2.4 粒子流密度与粒子数守恒	49
2.5 一维束缚态的性质	50
2.6 一维势阱模型	56
2.7 一维线性谐振子	63
2.8 一维势垒	69
2.9 一维势场模型的应用	81
参考文献	85
第 3 章 表象理论	86
3.1 态空间与态矢量	86
3.2 坐标表象与动量表象	90
3.3 表象变换	93
3.4 线性谐振子与粒子数表象	98
第 4 章 角动量理论	103
4.1 量子力学中的力学量算符	103
4.2 量子力学中的角动量	107
4.3 轨道角动量	112
4.4 自旋角动量	119

4.5	角动量耦合	125
4.6	两个电子的自旋波函数与纠缠态	131
4.7	原子光谱的精细结构以及塞曼效应	137
	参考文献	143
第 5 章	中心力场以及带电粒子在电磁场中的运动	144
5.1	粒子在有心力场中的运动	144
5.2	氢原子及碱金属原子	150
5.3	球形势阱	159
5.4	三维各向同性谐振子	162
5.5	电磁场中的荷电粒子运动	166
5.6	简单(正常)塞曼效应	169
5.7	朗道能级	171
第 6 章	量子力学中的近似方法	176
6.1	定态微扰理论	176
6.2	微扰论的应用	185
6.3	晶体中一维近自由电子近似	191
6.4	变分法及其应用	195
6.5	含时微扰与量子跃迁	201
6.6	光的发射与吸收及其选择定则	210
6.7	散射问题的近似理论	214
6.8	质心系与实验室坐标系	228
	参考文献	230
第 7 章	量子力学与原子、分子及量子阱	231
7.1	原子的结构	231
7.2	氢原子	233
7.3	氢分子与化学键	238
7.4	莫尔斯势与双原子分子	242
7.5	多粒子体系的玻恩-奥本海默近似	245
7.6	超晶格量子阱	247

第 1 章 量子力学的建立

量子力学是关于微观世界结构、运动和变化规律的科学，是研究原子、分子、凝聚态以至原子核和基本粒子的基础理论。19 世纪末 20 世纪初，随着对微观世界越来越深入的探索，新的物理现象和实验事实，如黑体辐射、光电效应、康普顿效应、氢原子光谱、固体低温下的比热容等，已不能用经典物理规律给出正确的解释，量子力学就是在这些新物理现象和经典物理不断发生磕碰的过程中由年轻一代物理学家所创立的。量子力学的问世彻底改变了人们对物质世界的认识，改变了人们看待世界的方式，促进了近现代哲学基本问题的发展，给人们观念带来极大的冲击。

量子力学的核心观念是物质的波粒二象性。波粒二象性的发现以及较好地描述物质波粒二象性的动力学理论的架构，引导着量子物理的研究及其在各个方面的成功运用。

1.1 经典物理的辉煌成就

19 世纪末以前的物理学统称为经典物理学，它以经典电磁理论的建立为标志。经典物理学经过两个多世纪的发展，到 19 世纪末达到了鼎盛，表现为物理学各分支学科的建立和完善，经典物理学几乎可以解释一切当时已知的物理问题。经典物理学的基本学术思想适用于研究宏观或低速运动物体的物理规律。

1.1.1 经典力学

力学是物理学中发展最早的一个分支，它和人类的生活与生产联系最为密切。古代，人们在生产劳动中应用了简单机械，促进了静力学的发展，形成了一些基本物理概念。16 世纪以后，从英国物理学家牛顿（Newton）建立牛顿力学开始，经典物理学在各个方面迅速发展，在宏观物理领域内取得了广泛的成功。经典物理取得伟大成功的标志是牛顿于 1687 年出版的《自然哲学的数学原理》一书，这是物理学发展史上的一部光辉的经典著作。牛顿在这本书中阐明了力学原理，提出了著名的运动三定律^[1]。

第一定律：每个物体都保持其静止或匀速直线运动的状态，除非有外力作用于它迫使它改变那个状态。

第二定律：运动的变化正比于外力，变化的方向沿外力作用的直线方向。

第三定律：每一种作用都有一个相等的反作用，或者两个物体间的相互作用

总是相等的，而且指向相反。

牛顿第一定律引入了惯性和力两个重要概念。力是一个物体对另一个物体的作用，这种作用能迫使物体改变它的运动状态。把物体都具有保持其静止或匀速直线运动状态不变的性质称为惯性，它是物体的本质属性。要使物体的运动状态改变，必须施加外力的作用。也就是说，牛顿第一定律指出了作用于物体的力是物体运动状态改变的原因。

牛顿第二定律说明了受外力作用的物体的运动状态改变与作用外力的关系。牛顿第二定律中的“运动”就是我们现在熟悉的“动量”，牛顿认为力的作用同运动（动量）的变化成正比，这是不完全的。瑞典科学家欧拉（Euler）于 1750 年指出，外力与动量的时间变化率成正比，数学表示为

$$\mathbf{F} \propto \frac{d\mathbf{p}}{dt} \quad (1.1.1)$$

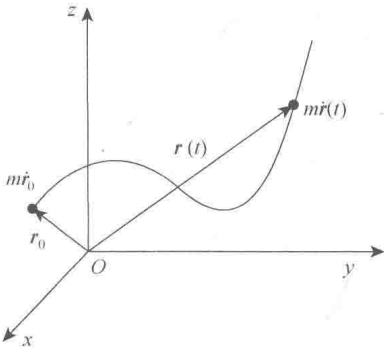


图 1.1.1 牛顿力学的物理图像——物体运动的轨迹

式中， $\mathbf{p} = m\mathbf{v} = m\dot{\mathbf{r}}$ 是动量， m 是质量； \mathbf{F} 是物体受到的合力。说明无论物体在外力作用下如何运动，只能改变物体的位置与速度，不能改变其质量。

牛顿的研究思路表明：只要知道了物体初始时刻的位移 \mathbf{r}_0 和初始时刻的动量 $m\dot{\mathbf{r}}_0$ ，通过求解微分方程式 (1.1.1)，就可得到任意时刻物体的位移 $\mathbf{r}(t)$ 和动量 $m\dot{\mathbf{r}}(t)$ 。如果消去时间 t 参量，就得到物体的轨迹方程。由此可知，牛顿力学的物理图像是物体运动的轨迹（图 1.1.1）。物理学家也乐观地坚信，力学问题就是求解不同情况下的微分方程。

(1) 考虑在恒力 \mathbf{F} 作用下物体的运动，由运动方程式 (1.1.1) 可得

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F} = \text{const} \quad (1.1.2)$$

以及初始时刻的位移、速度

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0, \quad \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}_0 \quad (1.1.3)$$

积分得

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2} \left(\frac{\mathbf{F}}{m} \right) t^2 \quad (1.1.4)$$

若物体不受外力作用，即 $\mathbf{F} = 0$ ，由式 (1.1.4) 得

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{v}_0 t + \mathbf{r}_0 \quad (1.1.5)$$

式 (1.1.5) 说明物体做匀速直线运动。

(2) 如果作用物体的力 F 是变力, ①若力是位移 r 和速度 v 的函数, 运动方程要难解得多; ②若力只是时间的函数, 由运动方程 (1.1.1) 很容易得到

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{v}_0 t + \mathbf{r}_0 + \frac{1}{m} \int_0^t dt' \int_0^{t'} dt'' F(t'') \quad (1.1.6)$$

牛顿第三定律指出了物体之间的作用力总是相互的, 属于同一性质的力。作用力与反作用力总是同时出现, 同时消失, 分别作用在相互作用着的两个物体上。

牛顿运动定律在解决无数工程问题中取得了巨大的成功, 在阐明组成太阳系的行星运动方面, 也获得了伟大的成就。

日、月、星辰每天交替是最常见的天文现象。理解这种现象, 历史上经过了漫长曲折的道路。古希腊人托勒密 (Ptolemaeus) 认为地球位于宇宙中心, 其他星球都在其圆形轨道上绕着地球转动 (图 1.1.2)。托勒密的地心学说成为中世纪神学世界的精神支柱, 而天文学的发展暴露出了这个理论的荒谬。在公元 16 世纪, 波兰天文学家哥白尼 (Copernicus) 分析了托勒密的地心体系, 经过多年研究, 建立了太阳中心学说, 揭开了自然科学的序幕 (图 1.1.3)。根据哥白尼的日心学, “只要一套规律就可以既适用于天体物理学又适用于地上的物理学” [2]。

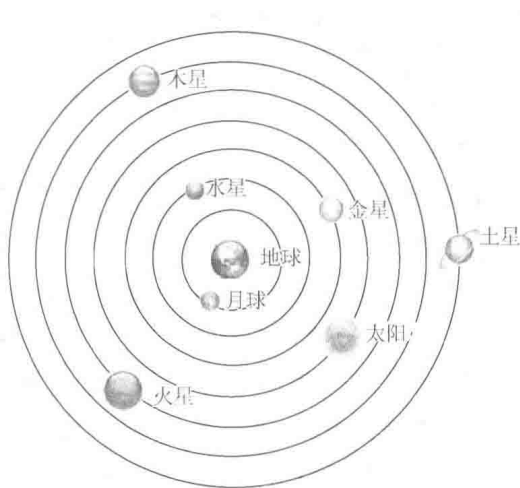


图 1.1.2 地心说

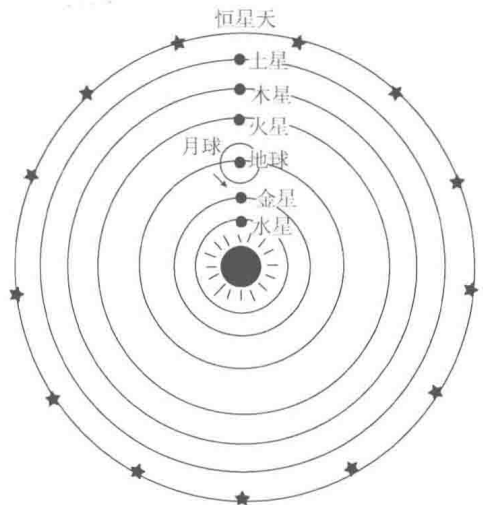


图 1.1.3 日心说

不过, 哥白尼的日心学也存在着两方面的错误。第一, 他把太阳当成宇宙的中心。实际上宇宙是无限的, 根本没有什么中心。第二, 他认为天体轨道都是圆

形。这主要是受古希腊唯心主义哲学的影响，错误地认为天体只在完美的圆形轨道上运动。

日心说对德国天文学家开普勒 (Kepler) 产生了巨大的影响，他毕生致力于用日心说去解释天文观察。他利用丹麦天文学家布拉赫 (Brahe) 的观测资料，用椭圆轨道替换了哥白尼的圆形轨道，提出了关于行星的运动定律，即所谓的开普勒定律^[3]。

第一定律：行星绕太阳的轨道不是圆，而是椭圆，太阳位于它的一个焦点上。

第二定律：行星不是做匀速运动，太阳到行星的连线在相等的时间内扫过相等的椭圆面积。

第三定律：行星绕太阳运动的周期的平方和轨道半长轴的立方成比例。

哥白尼的日心学为牛顿力学的建立提供了基础。

牛顿认为地球吸引月球，使它维持在一定轨道上运动，那么行星由于受到太阳的吸引而维持在轨道上运动，于是

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r}{g(r)} \quad (1.1.7)$$

式中， T 是行星绕太阳运动的周期； $g(r)$ 是距离太阳 r 处的行星受太阳吸引所具有的加速度。

开普勒第三定律认为 $T^2 \propto r^3$ 。可见，只要 $g(r) \propto 1/r^2$ ，就能用引力吸引作用来解释这一事实。由于行星质量差别很大，要使开普勒第三定律成立， $g(r)$ 是不能依赖于行星质量的。于是，有理由假定：若两物体之间的引力与其中之一的质量成正比，也必须与另一个物体的质量成正比。根据这样的推理，牛顿得到了著名的万有引力定律，即

$$F = G \frac{Mm}{r^2} \quad (1.1.8)$$

哈雷彗星回归周期和海王星的发现，证实了万有引力定律的正确性，从而得到了科学界的广泛认可。

哈雷彗星是人类最早发现的一颗周期彗星。英国天文学家哈雷 (Halley) 在整理彗星观测记录的过程中，发现 1682 年出现的一颗彗星就是 1607 年开普勒观测到的和 1531 年阿皮昂 (Apianus) 观测到的彗星。哈雷运用万有引力定律反复推算，发现这三次彗星出现的时间间隔约为 76 年，并预言它将在 1759 年再次出现。1759 年 3 月，全世界的天文台在等待中迎来了哈雷预言的彗星，这是天文学史上一个惊人成就，这颗彗星因而被命名为哈雷彗星。哈雷彗星回归是人们十分关注的一种天文现象。1986 年 2 月 9 日是哈雷彗星又一次回归地球，全世界科学家和天文爱好者都观察到这一重要的天文现象，图 1.1.4 是哈雷彗星 1986 年回归地球的照片。

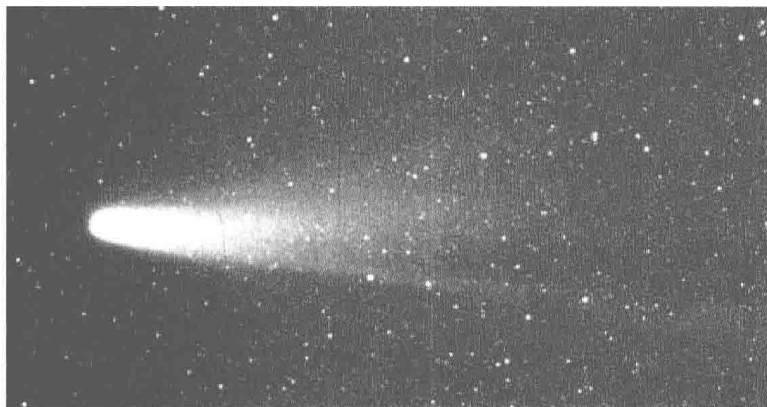


图 1.1.4 哈雷彗星(图片来源: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Lspn_comet_halley.jpg)

海王星作为太阳系的第八行星,它的发现是牛顿力学重要的成果。人们发现天王星轨道的理论计算总同实际观测不相符,法国的勒维列(le Verrier)和英国的亚当斯(Adams)都认为这是一颗未知行星对它摄动的结果,他们根据万有引力定律推测太阳系还应该有一颗未知行星,并计算出这颗未知行星的位置,柏林天文台的加勒(Galle)第一次观测到了海王星。这是人们第一次依靠数学计算,在笔尖上“看”到的新行星,是牛顿理论的伟大成就。

万有引力定律是牛顿运动定律的必要补充,牛顿运动定律和万有引力定律加在一起,非常完满地解释了天体的运动规律,实现了科学史上的第一次大综合。

1.1.2 热力学

经典物理中另一个重要的学科是热力学,它是研究与热现象有关的学科,主要讨论物质的能量变化与平衡性质。

通过长期对热现象的观察、实验与分析,总结出了热现象的基本规律,即热力学第一定律、第二定律、第三定律,以这三个定律为基础,应用数学方法,通过逻辑演绎可以得出有关物质各种宏观性质间的关系,以及判断宏观物理过程进行的方向等问题。

经典热力学的三大定律为^[4]:

热力学第一定律给出了在热现象过程中能量的变化关系,它表明在热现象过程中能量是守恒的。热力学第一定律的数学表达式为

$$U_1 - U_2 = Q + W \quad (1.1.9)$$

式中, U_1 和 U_2 分别是系统初态、终态的内能; Q 是外界传递给系统的热量; W 是外界对系统做的功。该式表明,对于一个封闭系统,当外界条件发生变化时,系统状态将发生变化。在这个过程中,系统初态、终态的内能差等于外界对系统

做的功 W 和外界传递给系统的热量 Q 的和。

热力学第一定律只是在宏观范围内表述了能量守恒，事实上能量守恒定律对于一切微观过程也是成立的。从微观的角度看，系统的内能无非是系统中所有分子（或原子）的动能和势能的总和，其数学表示为

$$U = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i v_i^2 + \frac{1}{2} \sum_i \sum_{j \neq i}^N V_{ij} \quad (1.1.10)$$

式中， N 是分子总数； m_i 与 v_i 分别是第 i 个分子的质量与速率； V_{ij} 是第 i 个分子与第 j 个分子相互作用的势能。

热力学第二定律指出了一切与热现象有关的宏观过程的不可逆性。热力学第二定律的表述是很多的，最常用的两种经典标准表述是克劳修斯（Clausius）表述和开尔文（Kelvin）表述。

克劳修斯表述：不可能把热量从低温物体传到高温物体而不引起其他变化。

开尔文表述：不可能从单一热源吸收热量，使之完全变成有用功而不引起其他变化。

热力学第二定律的两种不同表述，虽然描述的是两种不同的现象，表述亦不相同，但二者都强调了不可逆过程。克劳修斯表述实质上是说热传导过程的不可逆，开尔文表述实质上是说功转化为热过程的不可逆。两种表述是完全等效的，只要其中一种表述成立，另一种表述也成立。

热力学第二定律是物理学中一个重要的、特殊的定律。正是各种不可逆过程的内在联系，使得热力学第二定律的应用远远超出热功转换的范围，超出了平衡态的范围，给出了系统处于非平衡态时不可逆过程进行的方向，成为自然科学中的一条基本定律。

由于热现象总是与大量分子的无规则热运动相联系，所以热力学过程总是从概率小的状态向概率大的状态进行，总是从包含微观数目少的状态向包含微观数目多的宏观状态进行。克劳修斯从这个定律出发，找到了表征不可逆过程进行方向的物理量——熵。熵定义为

$$S = k_B \ln W \quad (1.1.11)$$

式中， W 是微观状态数目； $k_B = 1.381 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ 是玻尔兹曼（Boltzmann）常量。熵的定义把统计力学的微观状态量与热力学宏观量定量地联系起来。根据熵函数的性质，可以判断不可逆过程自发进行的方向，这就是熵增加原理。当热力学系统从一平衡态经绝热过程到达另一平衡态时，它的熵永不减少。根据熵增加原理，热力学第二定律可以表示为

$$dS \geq \frac{dQ}{dT} \quad (1.1.12)$$

式中，等号对应于可逆过程；不等号对应于不可逆过程。

克劳修斯引入态函数熵,是考虑到“熵”的物理意义与“能”关系相近,他用字意为“转变”的希腊字“ $\etaτροπη$ ”,称 S 为物体的“熵”,“熵”的德文同音词为“*entropie*”(英文为 *entropy*),与“能”的德文“*energie*”(英文为 *energy*) 在字形上接近。

“熵”的中文字源于1923年5月25日,普朗克(Planck)来华讲学^[5]。普朗克出生于乌克兰,曾是波兰丹齐克(Dantzig)工业大学的热学教授,德国卡尔斯鲁厄(Karlsruhe)工业大学的机械学教授,以及美国哥伦比亚大学的客座教授,他长期致力于热力学的研究。1923年5月25日普朗克教授在南京大学讲学,著名物理学家胡刚复教授担任翻译工作,他首次将“*entropy*”译为“熵”。由于“*entropy*”这个概念太复杂了,且为克劳修斯所造,没有一个与此贴切的中文字,胡刚复先生想了一个简单的方法,根据公式 $dS = dQ / dT$, S 是热量与温度之商,而且此概念与火有关(象征着热),于是在商字旁边加上“火”,构成了一个新字“熵”。至此,“*entropy*”有了中文名“熵”。“熵”颇为形象地表达了态函数“*entropy*”的物理概念,同时浩瀚的汉字中又增加了一个新字。

热力学第三定律是在研究低温现象中得到的一个普遍规律,它的主要内容是能斯特(Nernst)定理与绝对零度(零开)不能达到原理。由于能斯特定理只能用于晶体,因此一般把绝对零度不能达到原理称为热力学第三定律。

经典热力学不考虑物质的微观结构,把物质看成连续介质,用连续函数表述物质性质,因此不能解释宏观性质的涨落现象,这是经典热力学的局限性。统计物理学是研究热运动的微观理论,它从物质是由大量微观粒子组成的这一基本事实出发,认为物质的宏观性质是大量微观粒子热运动的平均效果,把宏观量看成是微观量的统计平均值,因此成功地解释了涨落现象。在统计物理学中根据物质结构与粒子热运动的特点,对具体物质作一些简化的假设,提出物质的微观模型,在这个基础上运用统计物理理论,求得具体物质的特性。统计物理中需要给定的量是微观粒子的属性,根据粒子属性得到系统平衡时的几率分布,再运用统计平均的方法,从理论上求得系统的宏观性质。统计物理是把物质微观结构与它的宏观特性联系起来的一门学科,它从微观层次更深入地揭示了物质宏观特性的物理本质。

1.1.3 电磁学与光学

电磁学是研究物质电磁现象及其运动规律和应用的学科,电磁运动是物质的又一种运动形式。电和磁最早是作为两种独立的自然现象分别被人们研究。法国物理学家库仑(Coulomb)直接由实验总结出电荷间作用力的库仑定律,奠定了静电理论的基础。真空中两个电荷之间的作用力是通过其中一个电荷所激发的电场对另一个电荷的作用来传递的。有电荷存在的区域,就有电荷激发的

电场存在。磁现象的研究，首先揭示了天然磁石（铁）的各种基本性质。如磁石（铁）都有 N 极和 S 极，同号磁极之间相互排斥，异号磁极之间相互吸引，自然界不存在独立的 N 极和 S 极。随着实验条件的不断完善，1819 年，丹麦物理学家奥斯特（Oersted）发现放在载流导线周围的磁针受到磁力的作用而偏转；而法国物理学家安培（Ampère）发现放在磁铁附近的载流导线也会受到磁力的作用而移动，随后他又发现了载流导线之间也有相互作用，并总结出两电流之间作用力和两磁铁之间作用力同属磁作用力；这时人们才认识到磁现象和电荷的运动有密切关系，一切磁现象都源于电荷的运动。1922 年安培提出了“分子电流”的假设来说明物质磁性的来源，这个假说与现代对物质磁性的理解是相符合的。载流导线之间、磁铁之间以及载流导线和磁铁之间都存在相互作用，传递这种作用的是磁场。激发电场和磁场的源是电荷，电场和磁场之间存在着相互联系、相互制约的关系。受此启发，英国物理学家法拉第（Faraday）发现电磁感应现象并提出了位移电流的概念，阐明了变化的磁场能够激发电场，变化的电场也能够激发磁场，充分揭示了电场和磁场的内在联系及依存关系。麦克斯韦（Maxwell）在总结这些实验规律的基础上，以麦克斯韦方程组的形式总结了普遍而完整的电磁场理论。

麦克斯韦方程组为

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.1.13a)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.1.13b)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1.1.13c)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.1.13d)$$

电磁波都是在一定介质中传播，还必须考虑介质的电磁性质和电磁场的关系，即

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (1.1.14a)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (1.1.14b)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (1.1.14c)$$

式 (1.1.13) 中， \mathbf{D} 是电位移矢量； \mathbf{E} 是电场强度； \mathbf{B} 是磁感应强度； \mathbf{H} 是磁场强度； \mathbf{J} 是传导电流密度； ρ 是自由电荷密度。式 (1.1.14) 中， ε 、 μ 、 σ 分别是介质的介电常量、磁导率、电导率。

麦克斯韦电磁理论非常完善地解决了带电体的所有电磁现象，成功地预言了电磁波的存在。赫兹（Hertz）通过实验证实了电磁波的存在，变化的电磁场以波的形式按速度 c 在空间传播。

取式 (1.1.13a) 的旋度, 并利用式 (1.1.13b) 和式 (1.1.14) 得

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \mathbf{B} = -\mu\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1.1.15)$$

根据矢量分析公式以及式 (1.1.13c), 得到

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon} \nabla \rho - \nabla^2 \mathbf{E} \quad (1.1.16)$$

假设自由电荷密度 ρ 为常数, 由式 (1.1.15) 和式 (1.1.16) 得电场方程

$$\mu\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \nabla^2 \mathbf{E} \quad (1.1.17)$$

同理可得到磁场方程

$$\mu\sigma \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = \nabla^2 \mathbf{H} \quad (1.1.18)$$

式 (1.1.17) 和式 (1.1.18) 中的一阶项表征了系统的损耗, 如吸收、衍射、散射等。如果系统的损耗为零, 则式 (1.1.17) 和式 (1.1.18) 变为

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.1.19)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.1.20)$$

这是电磁场的波动方程。其中, $c = \sqrt{1/(\mu\epsilon)}$ 正是电磁波的传播速度。真空中 $c = 299\,792\,458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 一切电磁波 (包括各种频率范围的电磁波, 如无线电波、光波、X 射线和 γ 射线等) 都以速度 c 传播 (图 1.1.5), c 是最基本的物理常量之一。

麦克斯韦电磁理论还揭示了光的电磁本质, 从而把电磁现象和光现象联系起来, 使光学成为电磁理论的一个分支。

光学是物理学中古老而又最活跃的领域。光本性以及光现象问题一直是人们关心和热衷探讨的问题。费马 (Fermat) 首先指出光在介质中传播时所走的光程取极值的原理, 这个原理的数学表示式为

$$\delta \int_A^B n ds = 0 \quad (1.1.21)$$

应用费马原理可以推出光在均匀介质中沿直线传播, 光在通过两种不同介质的分界面时所遵从的反射定律和折射定律, 从而奠定了几何光学的基础。

牛顿在光学领域也做出了很大的贡献。他首次证明了白光是由不同颜色的光复合而成, 只要使一束白光通过棱镜, 便得到了七种不同颜色的光: 红、橙、黄、绿、蓝、靛、紫。牛顿还发现了白光在空气薄膜上干涉时产生的牛顿环, 即将一块曲率半径 R 较大的平凸透镜放在一块玻璃平板上, 透镜与平面玻璃间形成了很

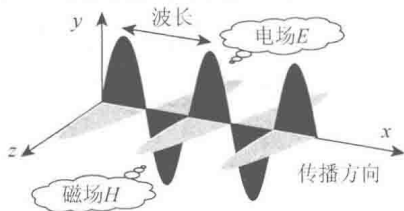
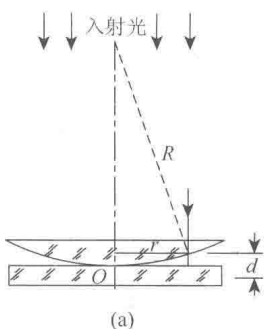


图 1.1.5 电磁波

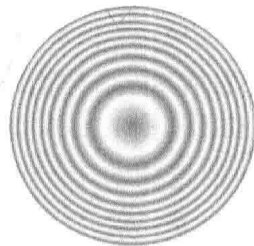
薄的空气隙，用单色光垂直照射透镜与玻璃板，就可以观察到一些明暗相间的同心圆环。图 1.1.6 中，(a) 是牛顿环原理，(b) 是牛顿环花样。

光是什么？牛顿认为光由微粒组成。他在《论光》一书中根据光的直线传播性质，提出了光是微粒流的理论，认为光微粒从光源发出，依惯性在真空或在均匀介质中做匀速直线传播，并解释了光的直线传播、反射和折射现象。然而牛顿用光微粒理论在解释牛顿环和光的衍射现象时却遇到了困难。

荷兰物理学家惠更斯 (Huygens) 反对光的微粒说，他在《光学》一书中提出了光的波动说，认为光以波的形式在空间传播，并运用波动理论中的次波假设阐述光的传播现象，建立了惠更斯原理。惠更斯原理表述如下^[6]：任何时刻波面上的每一点都可作为次波波源，各自发出球面次波，在以后的任何时刻，所有这些次波波面的包络面形成整个波在该时刻的新波面。图 1.1.7 说明了这个原理，图中 S_0 是从光源 S 发出的光波在 0 时刻的波面，其上每一点为新的次波波源发出球面波，经过时间 t_1 后，次波传播距离 ct_1 ，于是各次波的包络面 S_1 就是 t_1 时刻的波面。根据这个原理，惠更斯解释了光的反射和折射定律以及方解石晶体的双折射现象，开创了物理光学的先河。



(a)



(b)

图 1.1.6 牛顿环原理 (a) 和牛顿环花样 (b)

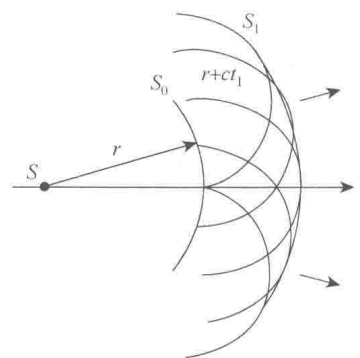


图 1.1.7 惠更斯原理

物理光学的典型实验是英国物理学家托马斯·杨 (T. Young) 做的著名的杨氏双缝干涉实验。如图 1.1.8 所示，(a) 是杨氏双缝干涉实验原理图，(b) 是干涉花样图。从光源发出频率为 ω 的单色光照射到开有小孔 S 的遮光板上，后面放置开有两个小孔 S_1 和 S_2 的光阑，在距离光阑 D 处的接收屏上发生了干涉，可以观察到明暗相间的条纹。

用光的波动性可以解释干涉现象。通过狭缝 S_1 和 S_2 的两束光的振幅表示为

$$E_1 = E_0 e^{i(k \cdot r_1 - \omega t)} \quad (1.1.22a)$$

$$E_2 = E_0 e^{i(k \cdot r_2 - \omega t)} \quad (1.1.22b)$$

式中, \mathbf{k} 是波矢量。由光的叠加原理, P 点的光振幅为 $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$, 该点的光强为

$$I = 4|\mathbf{E}_0|^2 \cos^2 \left[\frac{\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) \right] \quad (1.1.23)$$

式中, λ 是该单色光的波长。从式 (1.1.23) 可以看出, 当 P 点位置满足

$$r_2 - r_1 = n\lambda \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (1.1.24)$$

时, 该点的光强最大, $I = 4|\mathbf{E}_0|^2$, 由此圆满解释了双缝干涉。

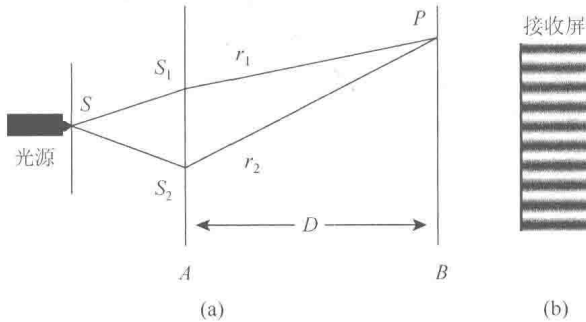


图 1.1.8 双缝干涉原理 (a) 和干涉花样 (b)

惠更斯原理不涉及光的波长、振幅和相位, 不能解释光的衍射现象。波动光学的奠基人法国物理学家菲涅耳 (Fresnel) 补充了描述次波基本特征的相位和振幅, 根据干涉原理增加了次波相干叠加, 使之发展成为惠更斯-菲涅耳原理。这个原理的表述为: 波面 S 上每个面积元 dS 都可以看成新的波源, 它们均发出次波。波前方空间 P 点的振动由波面 S 上所有面元发出的次波在该点叠加后的合振幅表示 (图 1.1.9)。它的数学表示式为

$$U(P) = C \int_S \frac{K(\theta)A(Q)}{r} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)} dS \quad (1.1.25)$$

式中, C 是比例系数; $A(Q)$ 是波面 S 上的振幅分布函数; $K(\theta)$ 是倾斜因子 (它与面元 dS 的法线方向 n 和 dS 到空间 P 点连线的夹角 θ 有关); r 是面元 dS 到空间 P 点的距离; \mathbf{k} 是波矢量; ω 是光波的频率。

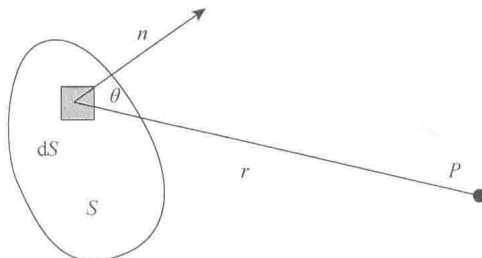


图 1.1.9 惠更斯-菲涅耳原理