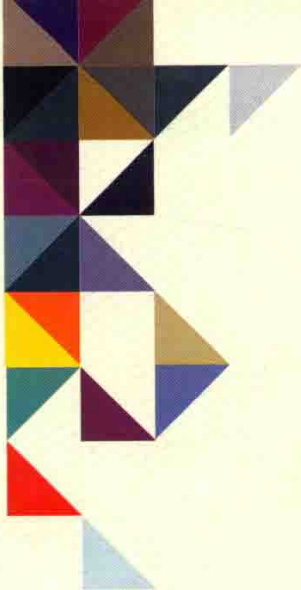




国家出版基金项目  
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION

“十二五”国家重点图书出版规划项目  
教育神经科学与国民素质提升系列丛书  
主编：周加仙 [美]库尔特·W.费希尔



Educational  
Neuroscience

The Innovation of Mathematics Education

# 教育神经科学 视野中的数学教育创新

周新林 / 主编

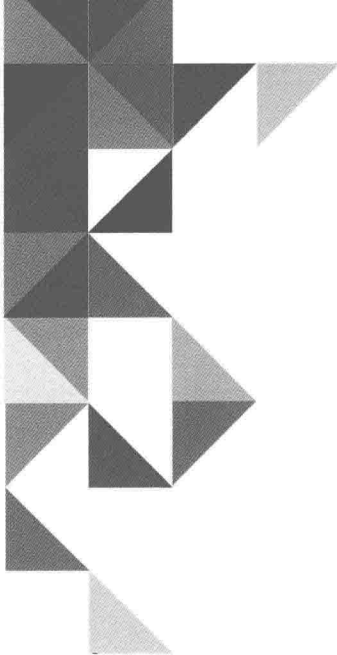


教育科学出版社

ESPH Educational Science Publishing House



国家出版基金项目  
NATIONAL PUBLISHING FUND PROJECT



Educational  
Neuroscience

The Innovation of Mathematics Education



# 教育神经科学 视野中的数学教育创新

周新林 / 主编

教育科学出版社  
· 北京 ·

出版人 李 东  
责任编辑 刘明堂 赵琼英  
版式设计 郝晓红  
责任校对 贾静芳  
责任印制 叶小峰

### 图书在版编目（CIP）数据

教育神经科学视野中的数学教育创新 / 周新林主编  
· 一北京：教育科学出版社，2016.12  
（教育神经科学与国民素质提升系列丛书）  
ISBN 978-7-5191-0954-7

I. ①教… II. ①周… III. ①脑科学—神经科学—应用—数学教学 IV. ①01

中国版本图书馆CIP数据核字（2016）第326006号

教育神经科学与国民素质提升系列丛书

教育神经科学视野中的数学教育创新

JIAOYU SHENJING KEXUE SHIYE ZHONG DE SHUXUE JIAOYU CHUANGXIN

出版发行 教育科学出版社

社 址 北京·朝阳区安慧北里安园甲9号

邮 编 100101

传 真 010-64891796

市场部电话 010-64989009

编辑部电话 010-64989363

网 址 <http://www.esph.com.cn>

经 销 各地新华书店

制 作 北京博祥图文设计中心

印 刷 保定市市中画美凯印刷有限公司

开 本 169毫米×239毫米 16开

印 张 41.75

字 数 605千

版 次 2016年12月第1版

印 次 2016年12月第1次印刷

定 价 60.00元



如有印装质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

“十二五”国家重点图书出版规划项目  
教育神经科学与国民素质提升系列丛书  
主编：周加仙 [美]库尔特·W.费希尔



**周新林**，北京师范大学认知神经科学与学习国家重点实验室教授，北京师范大学Siegler创新学习研究中心主任（中方），国际数学认知与学习协会理事。2002年在中国科学院心理研究所获得基础心理学专业博士学位，此后到北京师范大学心理学院、脑与认知科学研究院、认知神经科学与学习国家重点实验室工作至今。2006年曾赴伦敦大学学院认知神经科学研究所开展合作研究。主要研究方向为：数学认知加工的脑机制、儿童数学能力发展的过程及其促进。

## ◎ 丛书总序

# 从教育神经科学的视角来看核心素养的培育与国民素质的提升

周加仙

教育神经科学是将神经科学、心理学、教育学整合起来，研究人类教育现象及其一般规律的横跨文理的新兴交叉学科。教育神经科学的发展推动了神经科学、心理学与教育学的互动，强化了神经科学、认知科学的研究成果在教育中的应用，促进了教育研究、教育决策与教育实践的科学化。由于它注重学与教的脑生理机制与认知机制的结合，强调教育的实证研究范式，明确指向教育决策与实践的科学化，近年来已成为许多国家教育发展战略的基础，其发展对国民素质的提升与国家综合国力的增强具有重要的价值与意义。

## 一、教育神经科学的国内外发展简况

作为一门诞生于21世纪的新兴学科，教育神经科学得到了发达国家与发展中国家的高度重视，美国、英国、荷兰、日本、加拿大、新加坡等国政府都投入巨额资金来发展这一新兴学科。目前，美国哈佛大学、斯坦福大学、英国剑桥大学、伦敦大学学院等国际著名大学已经成立了60多个教育神经科学专业研究机构与人才培养机构。随着大量研究机构的成立，教育神经科学

专业研究人员已然成为国际紧缺人才。

2010年,华东师范大学在国内成立了首个教育神经科学研究中心,综合了教育学、心理学、神经科学三个学科的优势,致力于国际水准、本土特色的教育神经科学研究,并得到了国际学术界的高度关注。国际著名学术期刊《神经元》(*Neuron*)在2010年的特邀综述中,将华东师范大学列为国际教育神经科学的重要研究机构之一(Carew, Magsamen, 2010)。该中心致力于为国家教育政策的制定与教育实践的开展提供科学的依据,为教育神经科学的专业人才培养与我国教育神经科学的发展做出积极的贡献。2012年,我国台湾师范大学也成立了教育神经科学实验室,并将它作为学校迈向顶尖大学的重要创举。

## 二、从教育神经科学的视角来看核心素养的培育

从教育神经科学的视角来看,核心素养是指学生在先天遗传与进化所形成的特质的基础上,借助正式与非正式的教育,而形成的适应个人终身发展和社会需要的必备品格和关键能力。因此,核心素养是在先天能力的基础上,通过后天的学习而获得的,具有可教育性、可学性、可测性以及可持续发展性等特征。它不仅强调知识与技能的形成,更强调知识与技能的获取。它集知识、能力、态度与价值观为一体,具有整合性与系统性的特征。比如,核心素养中语言素养是指有效地表达和交流的能力,超出了语文的学科范畴。

从教育神经科学的视角来看核心素养,其核心在于人脑的认知能力。认知能力是指接收、加工、储存和应用信息的能力。认知能力包括知觉、记忆、注意、思维、想象、语言加工、数学加工等能力,是学生成功完成学习活动的最重要的心理条件。人脑中存在的不同核心系统支持着核心素养的形成。例如,计算能力源于人类进化而来的数感,数感依赖于人脑中的两个核心系统:精算系统与估算系统。精算系统主要由人脑右侧的颞顶联合区表征,估算系统主要与双侧顶内沟有关。精算系统与估算系统的分离性特征主要体现在加工非符号性数字上,如加工视觉呈现的物体数量,而对于符号数字则不存在精算系统与估算系统。精算系统与估算系统是后天数学能力形成

的核心系统。精算能力可能主要来源于人类自身的文化发展过程，而估算能力则主要来源于人类的种系进化过程。在儿童计算能力的发展过程中，估算能力的发展要相对早于精算能力，表现为从以估算能力为主逐渐过渡到以精算能力为主的发展模式（Dehaene, 2011）。大脑中支持几何知识的核心系统也包括两个：其中一个系统表征大尺度的定位，另外一个系统表征小尺度的可操作的物体与形状。只有通过这两个系统表征的创造性融合，人类才能够理解抽象的欧几里得几何系统。这种融合依赖于人类特有的符号工具，如地图与方位语言等（Battro, Dehaene, Singer, 2011）。但是，当前，学校中的几何课程与教学几乎没有关注人脑中空间定位与视觉形状这两类最重要的几何直觉能力，而主要关注的是尺子和指南针；其涉及的心智加工程序主要是逻辑推理，尤其是理论证明。这种背离几何直觉发展规律的几何教学内容安排使得很多学生都无法理解与完成几何学习任务，更无法找到这些学习任务与自然情景下的几何活动之间的关系。这种缺乏生活意义的几何学习势必给学生带来巨大的挑战。反之，如果将空间定位和视觉形状分析作为儿童几何学习的开端，其不仅可以适当的形式在较早的学段，比如幼儿园阶段教授，而且更重要的是，这类几何直觉任务对于幼儿既具有挑战性，又能使之获得满足感。关注几何直觉发展规律的几何教学改革，不仅会提高学生学习几何的兴趣，而且还能够提高几何教学的效益。

本丛书从教育神经科学的视角出发，通过系统地阐述核心素养形成的脑与认知规律，从道德、语言、数学、体育与音乐等不同能力展开，从全新的角度来探索基于核心素养的课程编制与教育决策的科学基础，力图为国民素质的提升提供科学的依据。

### 三、教育神经科学视野中的国民素质提升

国民素质是一个国家的民众所具有的相对稳定的综合品质。素质（predisposition）是指“人生来就具有的某些生理解剖特点，特别是神经系统、脑、感觉器官和运动器官的生理解剖特点。它是能力形成和发展的自然前提”（林传鼎，陈舒永，张厚粲，1984）。它以内在的形式存在，在个体与外部世界接触的过程中，作为主体的内在属性表现出来（单培勇，



2010)。因此,素质是在人的生理基础之上,在教育的影响下逐步形成的。它孕育于生命之初,在生命的发展过程中逐步完善,在先天禀赋与后天教养的共同作用下形成。

素质的形成包含生理、心理、文化、思想等四个不同的层面(柳夕浪,1991)。生理层面提供了生物进化过程所赋予人的先天潜能,这为人的发展提供了可能性。但是与其他动物不同的是,人在出生以后,幼态持续的时间比其他动物都长,这是因为,人的遗传本能并没有为人提供完善的特定化图式,来满足人在成长过程中的各种需要。因此,人需要在后天的教养环境中得到进一步的发展。人的生理素质是教育的必要基础,而教育会对人的基因、人脑的结构与功能产生重要的影响。素质的心理层面是指人脑的机能,是人脑对客观社会现实的主观反映。人脑具有可塑性,人脑的可塑性为人类学会识别与使用人脑所创造的各种文化产品奠定了基础。教育利用人脑的可塑性,通过神经元的再利用过程(周加仙,2011),使脑神经的结构与功能产生改变。

人的心理素质是在人的认知与情绪活动中逐渐形成的相对稳定的心理状态与心理特征。在儿童期,人脑神经联结的冗余,提供了人发展的多种可能性。现代神经科学的研究进一步表明,人脑终身具有形成新的神经联结的能力,因此,人的素质的发展是终身的过程。

但是,人的潜能并不是无限的,文化对人的生理机能的延伸与改变受到生物遗传因素与认知神经机制的制约。与遗传作用相比较,文化教育对人的某些生理素质的改造作用是有限的。素质通过文化与人的心理、生理过程的交互作用,对人脑的结构与机能、人的先天禀赋产生了重要的影响。从认知与情感交融为一体的宗教文化,到认知与情感分离的科学文化,再到情感高度发达所形成的艺术文化,构成了素质的文化层面。人的文化素质使得人类逐步脱离动物性的本能,拥有了理智。人类长期以来不断积累起来的宗教文化、科学文化、艺术文化成果,依靠文化积累与传承的棘轮效应(ratchet effect),能够超越个体的生命而存在,并且不断积累与扩大。

思想是素质发展的高级形态,具体体现在人生观与价值取向上,表现在对现实问题的独特看法中。人生观与价值取向是在社会情境中,通过社会实践而逐步形成的。对于个体而言,传承下来的文化成果不是自己的原创产

品，但人对这些文化成果的内化过程却具有原创性，个体需要借助主体的建构活动，经历行为练习、动作内化、思维发生、文化积淀等复杂过程，重演人类创造文化的历程（柳夕浪，2014）。

素质的生理、心理、文化、思想等不同层次，具有时间上的先后顺序和内容上的层次递进关系。后者由前者构造而成，并对前者具有反作用，即思想对文化的改造、文化对心理的濡化、心理对生理的调节等。从生理、心理到文化、思想，通过环境教养因素与先天遗传因素的相互作用，人的素质逐渐形成（袁贵仁，1993）。其中，有组织、有计划的教育发挥着将生物人转化为社会人的重要功能。从某种意义上来说，教育实质上就是人脑的培育（巴特罗，费希尔，莱纳，2011）。因此，基于素质形成的科学规律而构建的国民教育体系，可以有效地培育国民的整体素养，进而提升国民的整体素质。

国民素质的高低是国家综合实力强弱的决定性因素。提高国民素质的主要途径在于国民的学习和教育。学校集中了人的素质生成所需要的优质文化养料，但学习者还需要主动吸收校外环境的文化营养。素质的培养需要科学地设计教育环境，根据学习者的脑与认知加工规律，探索最有效的教育模式，让学习者有选择地“复演”人类思想与文化精神发生的过程。素质的培养还需要情感与理智的协调发展。虽然，人类的某些天赋能力在后天适宜的环境中可以得到自然地展开与发展，有时并不需要刻意的培养，但是生活世界的许多技能都需要在先天能力的基础上，通过长时间的刻意学习才能获得（柳夕浪，2014）。素质的可教育性与可塑性，并不能完全脱离先天的遗传限制，但是，文化教育可以对先天遗传机制进行一定程度的改造。因此，加强教育神经科学的研究与应用，以科学的研究成果来提升国民素质，具有重要的理论意义与实践价值。

综上所述，素养是素质的下位概念，具有可教育性、可学性、可测性与可持续发展的特点。无论是核心素养还是综合素质，都具有综合性与整体性的特征。本套丛书采用分析性的思维方式，将人的素质分解为具有独立性质的身体素质、心理素质、道德素质、科学文化素质、审美素质等，是为了更好地阐明素质的独特性质，但是素质的这些组成要素彼此交织在一起，实质上无法分离。素质与学校开设的课程之间也不存在简单的一一对应关系。素质的整体性要求学校的教育活动具有综合性，这样才能培养全面发展的人。

基于上述思考，本丛书从教育神经科学的角度来探索核心素养的形成规律，进而为国民素质的提升提供科学的依据。我们的这一构想得到了哈佛大学库尔特·W.费希尔（Kurt W. Fischer）教授的大力支持。作为华东师范大学教育神经科学研究中心的名誉教授，他自中心成立以来一直积极支持中心的研究，并欣然成为本丛书编写组的总顾问，对本丛书的设计发挥了重要的引领作用。本丛书也是我们这个全国性教育神经科学研究团队集体智慧的结晶。自2010年我们成立“教育神经科学与国民素质提升”研究团队以来，队伍不断壮大。在研究的过程中，部分研究者对自己所研究的领域进行了深入而系统的思考，逐渐汇聚成书，才有了本丛书的问世。课题组成员在美国、意大利、英国、阿根廷、澳大利亚等国召开的国际教育神经科学会议上，以及国内的神经科学、心理学、教育学学术研讨会上发表论文与报告，得到了国内外同行的关注。课题组成员还通过教育神经科学沙龙、电子邮件、电话讨论等多种方式进行研讨，在这个讨论的过程中，我们的队伍不断取得进步。各分册的作者在丛书启动之前，或者在丛书的写作过程中，都到美国、英国、澳大利亚等不同的国度、不同的大学进行为期一年或者两年的访学，这使得各位作者能够将不同国家的最新进展与研究思路反映到著作中，使读者们能够通过本丛书了解国内外教育神经科学的最新发展状况。另外，本丛书是对教育神经科学所涉及领域的一个初步探索，各部分均可以进一步拓展与深化。

本丛书的正式出版离不开教育科学出版社刘明堂主任的大力支持与帮助。他全程参与了丛书的策划，并在研究的过程中给予指导与督促，使得我们如期完成了书稿的写作任务。在研究的过程中，我们的论文陆续在国际与国内期刊，如《心智、脑与教育》（*Mind, Brain and Education*）、《华东师范大学学报（教育科学版）》、《全球教育展望》、《教育发展研究》、《教育生物学杂志》、《人民音乐》、《中央音乐学院学报》、《体育科学》等上发表。感谢这些学术期刊对教育神经科学的大力支持。我们期待有更多的学者投身于这个新兴而又重要的研究领域，为了中华民族的复兴、为了每一位学生的发展而贡献力量。

## 参考文献

- 巴特罗, 费希尔, 莱纳, 2011. 受教育的脑: 神经教育学的诞生 [M]. 周加仙, 等译. 北京: 教育科学出版社.
- 林传鼎, 陈舒永, 张厚粲, 1984. 心理学词典 [M]. 南昌: 江西科学技术出版社.
- 柳夕浪, 1991. 谈素质教育 [J]. 教育研究 (9): 17-24.
- 柳夕浪, 2014. 从“素质”到“核心素养”: 关于“培养什么样的人”的进一步追问 [J]. 教育科学研究 (3): 5-11.
- 单培勇, 2010. 国民素质发展规律研究: 国民素质学新论 [M]. 北京: 人民出版社.
- 袁贵仁, 1993. 人的素质论 [M]. 北京: 中国青年出版社.
- 周加仙, 2011. 教育即大脑皮层的再利用: 与斯坦尼斯拉斯·迪昂院士的对话 [J]. 全球教育展望, 40 (4): 14-19.
- Battro A M, Dehaene S, Singer W J, 2011. Human neuroplasticity and education [Z]. Vatican City: The Pontifical Academy of Science.
- Carew T J, Magsamen S H, 2010. Neuroscience and education: An ideal partnership for producing evidence-based solutions to guide 21st century learning [J]. Neuron, 67 (5): 685-688.
- Dehaene S, 2011. The number sense: How the mind creates mathematics [M]. New York: Oxford University Press.

## ◎ 前言

本书主要讨论教育神经科学视野中的数学认知、数学脑，以及数学教育中的相关问题。

首先需要谈谈为何要研究数学脑与数学认知。前些年，一位美国朋友曾问过我这样一个问题：中国人的数学已经很棒了，为什么还要继续这方面的研究？我当时给出的回答很简单：中国人的数学教育教学仍然有很多问题需要去解决，这些问题并不是简单依靠数学教师和数学家就能够完全解决的。当然，我们从脑和认知等方面也不一定能够完全解决这些问题，但这至少能够给我们提供一个新的视野来回答这些问题。例如，中国的学生在国际比赛和项目研究中往往表现出较好的基础数学能力，尽管如此，仍然有很多中国学生存在数学学习方面的困难。在中国整体教育体制以及具体数学教育环境下，如何帮助这些存在数学学习困难的学生也是我们迫切需要解决的问题。又如，中国学生的优势主要在数字和计算方面，但在数学问题解决和数学应用创新方面与其他国家的学生相比并没有十分明显的优势。中西方数学能力的对比还是比较浅层次的，我们需要更深入地去认识中西方在数学教育教学方式上的区别，以及中西方学生在数学创新与应用能力上的差异。我们尤为关注学生的数学创新与应用能力，即用数学知识解决将来在生活和工作中遇到的各类与数学知识有关的问题的能力。这涉及如何使用数学知识去解决相邻学科中的应用问题。我个人认为，在这方面中国学生的优势似乎并没有像在计算等方面那么明显。还例如，在我看来，中国学生学习数学很辛苦，用了大量的时间，平均每个学生每天

需要完成的题量远大于国外学生。这种高强度训练的学习虽然让中国学生在考试分数上略胜一筹，但这种付出是否有价值、是否能够培养学生的迁移能力还有待考量。目前看来，我们需要解决的问题是如何帮助学生科学地、有效率地学习数学。最后，中国学生也有数学学习中的情感态度问题，我们需要探讨如何使学生用积极的态度学习和应用数学。据了解，中国学生在数学的焦虑情绪方面与国外的学生基本是类似的，有20%左右的学生在面对数学情境时会表现出一些明显的焦虑等情绪反应。这种状况对学生数学能力的发展是不利的。

除了上面列举的这些问题，数学教育教学中还存在许多的问题，解决这些问题也需要脑与认知科学方面的知识。

教育神经科学这门学科将脑科学和教育学相结合，即将脑与认知的研究成果和科学方法运用到教育教学当中，用以解决一些理论和实践问题。尽管它不能解决教育教学中的所有理论和实践问题，但是我认为，这一学科将成为教育学科发展的支柱学科之一。它提供的视野是全新的，它提供的证据可能是非常有力量的，因为它采取的是实证的、追根溯源的方法。教育神经科学产生的时间不长，要追溯它的历史应从脑与认知科学说起。我们现在经常说的脑与认知科学或认知神经科学，起源于20世纪90年代脑功能成像技术较大范围的应用。自从脑功能成像技术较大范围应用在大脑的结构与心理功能的研究以后，心理学方面的知识呈爆炸式增长，人们对人类的学习过程产生了大量新的认识。心理学是教育学的基础学科之一，今天的心理学发展已经进入了认知神经科学时代，这就需要将认知神经科学与教育学结合起来，认知神经科学也就成了教育学的基础学科，两者的结合即为教育神经科学。

经历短短二十几年的研究，认知神经科学的发展已经在教育教学当中产生了实际作用。例如，三四十年前的数学课本中很少有估算题目，而如今估算在各种类型的运算教学中都得到了重视，并作为相对独立的内容进行教学，以提高学生的数感能力。今天人们为什么重视估算？因为人们采用认知神经科学的方法揭示出精算和估算的脑机制是不同的，估算与人的空间想象思维模式一致，更依赖双侧顶叶的活动，更接近数学家的思维过程。突出估算，有利于学生形成对数学的直觉，更有利于促进学生去理解

数学知识。而精算更类似于一种语言加工活动。还例如，我曾与国内数学课程专家交流，向专家们介绍了脑与认知科学中心理数轴的研究结果。这些研究揭示了心理数轴其实在大脑中是真实存在的，并且在幼儿园阶段，尽管没有直接的基于数轴的数学教学，但是由于数字本身的特点，儿童也能自发形成心理数轴，即将小的数字想象在左边，将大的数字想象在右边。他们对这些结果很有兴趣，因为目前对是否在小学数学课程中引入数轴是有争论的，教学大纲中是不允许提到数轴的。如果儿童很容易产生心理数轴，我们就可以使用数轴来让学生认识数字，即直接进行数轴概念的教学。这将促进学生对有理数的统一认识。我们最近在幼儿园开展了一些实验，一些国外研究人员也采用了基于数轴的思路来促进没有进入正式学校教育阶段的幼儿园儿童的数学学习。我们将一个促进早期数学能力发展的游戏命名为“种萝卜”，即一个小兔子站在一块菜地里面，它当前脚下的位置是“0”，另外一个很远的位置是“10”，现在要将萝卜种到“6”的位置上，我们要求儿童控制小兔子一步一步地跳到“6”这个位置。最初儿童不知道“6”在什么位置，我们就告诉他“10”是最远的，“6”也是比较远的，问他估计小兔子能把萝卜种到什么地方。对于4岁的儿童，他们是完全可以理解的，他们认为小兔子跳到“5”或“7”都可以。随后我们要小兔子跳起来，一次跳一个格子，儿童跟着兔子数数，跳到6次就跳到了“6”的位置。最开始儿童确定的位置是另外一个位置，我们就让他们看这两个位置之间的区别，儿童就知道了“6”的位置应该在这个地方，而不是他们最开始认为的地方。整个教学就是基于心理数轴的思路来进行的，从目前的效果来看是不错的。

认知神经科学对数学学习困难有新的认识。过去人们认为数学学习困难有先天的因素，也有后天的因素。现在，从脑科学角度发现，大约5%的学生的数学学习困难的确与先天因素有关，尤为重要，这种困难主要与大脑的顶内沟区域发育迟缓有关。通过脑科学，我们能够非常清楚地知道大脑的某一个部位可能在发育方面没有达到正常水平，所以学生的学习能力将受到影响，在数学上就表现为特定的数学学习困难，即计算障碍。这些研究成果要求家庭、社会和学校对这些数学学习困难的儿童采用特殊的干预方法，促进其大脑的局部发育及其数学功能的发展。通过后天

的积极干预也可使这些学生达到平均水平，即这种数字与计算能力是可以  
通过经验去干预和塑造的。

教育神经科学也的确揭示了大脑的可塑性。大脑的可塑性是指大脑的  
功能是可以  
通过经验或其他因素加以改变和塑造的，它具有可变化性。数学脑是指能够完成数学功能的大脑。数学脑的功能也是具有可塑性的。例如，中国人群在做加法和乘法题时，大脑的活动模式是有显著区别的。这种区别是由学习经验导致的。我们在学习和使用加法的时候采用了各种基于数轴的策略，例如凑10的方法、拆分数字的方法（例如 $8+5=8+2+3$ ），但学习乘法采用的是背诵乘法口诀的方法，即言语的方法，所以这两种学习方法是不同的。在成长的过程中，对加法程序化策略和乘法口诀的不断使用也可以进一步分化它们的大脑活动模式。因此，当我们测试大学生时，我们发现做乘法时他们的大脑有更多的语言加工，做加法时大脑有更多的视觉空间加工。可看出学生的大脑活动模式会按照小时候学和用的模式展开。这体现了经验对数学脑的深刻塑造作用。再例如，中国内地的学生和港澳的学生在做乘法题的时候，大脑的活动模式也不一样。比如在做 $3 \times 7=21$ 时，大陆大学生的脑电是很弱的；但在做 $7 \times 3=21$ 时，他们会出现明显的表示惊奇、迷惑的负向电位。港澳的学生在这两种情况下的反应完全没有区别。这是因为港澳学生背诵的乘法口诀与一些西方国家的相似，是大九九表，包括小数在前和大数在前的问题，内地的学生背诵的乘法口诀表是小九九表，只有小数在前的问题没有大数在前的问题。由于学习和使用经验的不同，他们大脑的神经放电模式是不一样的。这也能体现学习经验对大脑的塑造作用。另外我们还观察了很多擅长珠心算的儿童和有超级计算能力的儿童的计算行为表现，他们的超级计算能力完全就是由长期的、大量的、有目的、有方向的训练带来的。这些都是认知神经科学带给我们的对脑功能的新的认识。我们可能不再认为数学天才或数学家的大脑主要与遗传有关，而认为脑功能是可以去塑造和促进的。

数学是属于全世界的、全人类的，但是数学的脑与认知加工受到文化和语言的影响，数学教育教学也同样如此。我们主要面向国内的数学教育环境，重点介绍国内学者的研究成果，同时也希望将国际上有关联的最新研究进展包括进来。因此，它既反映了国际上的一些前沿研究，也同时又



体现了国内学者的一些探索工作。我们在每一章介绍实验或综述之后紧接着讨论了教育启示，有一些启示虽篇幅不大但仍然重要。我们希望这本书能够对一线的实际工作者，即各类学校的数学教师，以及广大的家长朋友具有启发作用。

在章节的编排上我们首要考虑的是数学不同领域的脑与认知加工机制。近年来研究发现，数学加工领域不同，大脑活动模式和认知机制也会有明显的区别。总体而言，我们以基础的数量加工、数字加工到计算、数学问题解决为主线展开论述。在针对各个数学领域展开论述之前，我们结合实验研究成果论述了数学脑的一些基本特征。此外，在关注一般儿童的数学能力的认知神经科学研究的同时，也针对特殊儿童的数学脑和认知加工过程展开论述。

第一部分是关于数学脑的一些基本特征的论述，包括数量加工、数字加工、数学学习的脑功能特征，以及经验在数学脑形成中的作用。重点论述了数学脑的性别差异、顶叶在数学认知加工中作用的心理学模型以及大脑的个体差异。

第二部分是关于基本的数量和数轴加工的论述。我们知道数学是关于客观世界物体间数量关系的学科。数量加工必定是基础的内容。在这一部分，我们重点讨论近似数量系统与数学能力发展之间的关系。近似数量系统是目前一个比较热门的话题，2015年中国科学院文献情报中心和美国汤森路透公司做的调查表明，这一问题是2015年社会科学、心理学、经济学十大前沿问题之一。

第三部分是有关精算、估算及其数学教学策略的论述。在今天的数学课程中，人们逐渐加大了估算教学的力度。这一部分讨论儿童是如何运用估算策略以及如何将两者结合起来以促进自身数学能力发展的。

第四部分针对认知算术和心算展开讨论。重点介绍了珠心算和工作记忆在心算中的作用。其中珠心算主要体现的是中华数学文化和教育文化特色。

第五部分在前面心算介绍的基础上，继续探讨了分数与小数的脑与认知加工问题。将分数与小数的章节，主要是由于它们在数学能力发展中的重要性。近年来，国际上的研究者普遍认为分数在数学能力的发