

中国社会科学院创新工程学术出版资助项目

DEA方法与资源配置 问题研究

王怡 著

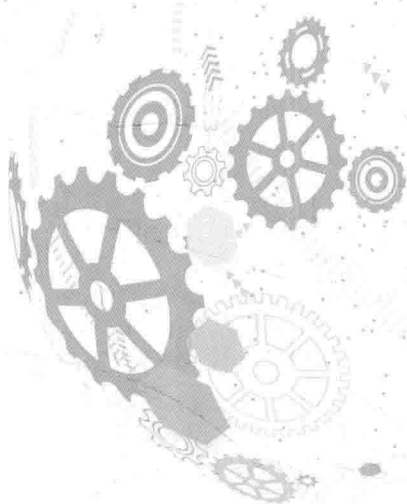


Data Envelopment Analysis and Its
Application on Resource Allocation Problem

中国社会科学出版社

DEA方法与资源配置 问题研究

王怡 著



Data Envelopment Analysis and Its
Application on Resource Allocation Problem

中国社会科学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

DEA 方法与资源配置问题研究 / 王恰著. —北京: 中国社会科学出版社,
2017. 8

ISBN 978 - 7 - 5203 - 1131 - 1

I. ①D… II. ①王… III. ①经济资源—资源分配—研究 IV. ①F062.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 243627 号

出 版 人 赵剑英
责任编辑 喻 苗
责任校对 杨 林
责任印制 王 超

出 版 中国社会科学出版社
社 址 北京鼓楼西大街甲 158 号
邮 编 100720
网 址 <http://www.csspw.cn>
发 行 部 010 - 84083685
门 市 部 010 - 84029450
经 销 新华书店及其他书店

印 刷 北京君升印刷有限公司
装 订 廊坊市广阳区广增装订厂
版 次 2017 年 8 月第 1 版
印 次 2017 年 8 月第 1 次印刷

开 本 710 × 1000 1/16
印 张 14
插 页 2
字 数 186 千字
定 价 58.00 元

凡购买中国社会科学出版社图书,如有质量问题请与本社营销中心联系调换
电话:010 - 84083683
版权所有 侵权必究

序 言

数据包络分析方法（DEA）是一种在多个投入多个产出情况下评价决策单元相对有效性的数学方法。DEA 方法的特点是：它是一种非参数的估计方法，具有很强的经济背景，可以为决策者提供很多管理上的决策信息。自在 Charnes 等人（1978）提出至今，DEA 方法吸引了众多的学者，目前已广泛用于部门间绩效评估、全要素生产效率评估、能源效率评估、生产前沿面估计和资源配置等诸多实际问题。

在逆 DEA 方法提出后，魏权龄、张建中和章祥荪（2000）文章最后提出一个额外资源分配的问题：假设有一些额外的输入（资源），可以分配给所有的或一部分的决策单元，如果我们期望配置结果对整个系统而言是最有益的，那么应该如何分配这些额外的输入（资源）。

在多个输入多个输出情况下，这种投资或资源分配问题将变得更加复杂。逆 DEA 模型的提出为解决这一问题提供了一些有益的思路。但提出该问题时，逆 DEA 方法中很多重要的模型还未给出，对生产前沿面的弹性分析方法也未提出。

近十多年里，我和我的几个研究生一直在做基于 DEA 方法的资源分配问题研究。我们参考了多篇国内外近期的文献，并组织了讨论班，开展有针对性的研究。随着研究的深入，我们对该问题有了进一步认识：决策单元获得多少额外的投入（资源）对整个系统

最有益，这不仅取决于它的效率，还需要考虑决策单元规模收益和弹性。于是，我们进行了一系列的尝试：折中权分配模型、弹性分析方法、弹性和效率综合模型、逆 DEA 方法的完善、逆 DEA 分配模型、发展曲线分配模型等。这些方法和模型均来自于实际问题，我们试图以不同的角度去理解和解决这类资源分配问题，提出了多种分配模式。本书对上述工作进行了详细的梳理，也给出了这些模型的计算过程和计算程序。这使本书具有很强的实用性和可操作性。

希望作者能继续发挥数学背景和学术潜力，取得更大的进步。

在书川

中国科学院数学与系统科学研究院应用数学研究所研究员

2017 年 1 月

前 言

资源配置问题是一类非常广泛且重要的问题。一直以来，它都是数学、经济学和管理学交叉领域的研究热点。由于相对于人们的需求而言，资源往往表现出相对的稀缺性，有限的资源无法满足人们的全部需求，所以管理者或决策者十分关心如何合理地开发和充分地利用有限的资源。现有的理论和方法主要通过价格机制解决商品市场和要素市场中的资源配置问题，价格的变动调节着资源在各个部门之间的流动。

近年来，伴随大数据、云计算等信息技术的发展，一些新的资源配置问题涌现而出。例如，云计算应用中计算资源配置问题，通信领域中宽带分配问题、缓冲区分配问题、突发事件应急处理问题、电力调峰与调度问题等。与传统的资源配置问题相比，这些问题具有一些新的特点。其一，它们对分配机制在客观性和实时性方面提出了更高的要求。资源数量不仅是有限的，还是实时波动的。分配对象对资源的需求与它当前的规模大小和运行状态有关，并且也可以是不不断变化的。这就需要分配机制能够实时地评估每个分配对象的真实需求，并结合当前有限的资源数量，在“按需分配”的原则下进行资源配置。其二，在这些问题中，价格信息是不可获得或者不够充分的。不同的分配对象之间，它们的生产规模和效率存在差异。而这些差异又难以通过价格参数衡量出彼此间的权重关系。面对这类新的资源配置问题，需要建立一些新的方法和模型。

数据包络分析方法 (DEA) 作为一种重要的非参数方法, 正逐渐成为解决资源配置问题的一种新工具。在 DEA 领域, 称评估对象为决策单元。如果将决策单元的投入看作它当前占用的资源数量, 而产出就是这个决策单元利用投入资源获得的产量或收益, 生产效率就是决策单元对投入资源的利用效率。作者在对国内外关于采用 DEA 方法解决资源配置问题的研究工作进行梳理后发现, 多数研究只是给出一种“最优”的资源配置状态。在总投入量在增加了额外有限数量的资源后, 系统达到总体效率最大或总产出最大。这种做法未能充分考虑每一个决策单元增加投入后产出最大可能增量, 分配方案可能会使决策单元的投入发生大幅度的增减调整。其实质是从整体最优角度重新配置了资源, 因而无法满足实际中按需分配的要求。

本书在 DEA 理论的基础上, 结合该方法的自身优势, 研究能够实现按需分配的资源配置机制。作者认为有效地评估决策单元当前的真实需求是实现“按需”分配的基础, 而决策单元的真实需求可以借助发展曲线定量地刻画出来。决策单元的发展曲线反映了决策单元的发展潜力, 即这个决策单元实现既定产出所需最小投入资源数量, 或者增加单位投入资源所能实现的最大产出。书中将给出两种决策单元发展曲线的计算方式。一种是直接采用逆 DEA 模型计算出决策单元的等技术效率曲线, 以等技术效率曲线作为发展曲线。另一种是根据当前决策单元的投入产出水平, 以规模可变前沿为参考标准, 动态地计算决策单元当前的规模弹性, 从而形成一条发展曲线。根据发展曲线的走势, 估计决策单元投入产出的变动关系。

本书的结构如下: 第一章对本书所研究的资源配置问题做出明确的界定, 回顾国内外采用 DEA 方法解决资源配置问题的研究工作, 建立资源配置问题建模所需的基本假设。第二章介绍 DEA 方法的基本模型和这些模型的经济背景。第三章将完善现有的逆 DEA

方法，建立一种全局最优的资源配置模型。第四章给出一种 DEA 前沿的弹性分析方法，结合动态规划思想，建立一种动态的资源配置模型。第三章和第四章侧重分配模型理论方法研究，提出了一些新的分配模型和新的定理，这部分内容适合研究 DEA 模型的读者。第五章以一个案例为对象，介绍如何采用 Excel 软件实现分配模型的计算过程。附录 1 给出了主要的 DEA 模型，方便读者查找。附录 2 给出主要模型的 MATLAB 程序，方便读者调用计算。最后列出主要参考文献。

资源配置问题至今仍是一个开放的问题，特别是国内采用 DEA 方法研究资源配置问题的文献资料并不多。本书所呈现的研究成果，可以为广大读者提供一些新的经验和新的思考。由于作者学识所限，书中的观点与论证难免存在错误与不足，敬请读者批评指正。

最后，感谢中国社会科学院数量经济与技术经济研究所李平所长、娄峰研究员、刘强研究员、韩胜军处长、张杰等多位老师给予的大力帮助和支持。同时还要感谢中国科学院应用数学研究所我的博士生导师崔晋川研究员给予我的指导，以及同窗李晓亚师姐、刘若阳师妹、张萌师弟、余冰玲师妹对我的支持。感谢中国社会科学院哲学社会科学创新工程的学术出版资助，以及中国社会科学出版社相关人员的辛勤校审工作。

中国社会科学院数量经济与技术经济研究所助理研究员 王怡

2017 年 1 月

符号说明

BCC	BCC 模型, 该模型基于规模报酬可变假设
CCR	CCR 模型, 该模型基于规模报酬不变假设
DEA	数据包络分析, Data Envelopment Analysis
DMU	决策单元, Decision Making Unit
ε_i^+	第 i 个决策单元 DMU_i 的右弹性
ε_i^-	第 i 个决策单元 DMU_i 的左弹性
e_j	生产函数 $f(X)$ 对第 j 种生产要素的弹性
$e_{n \times 1}$	单位向量, 所有元素均为 1 的 n 维列向量
$F_i(y, x)$	第 i 个决策单元 DMU_i 的发展曲线
GTE	全局效率, Global Technical Efficiency
MPSS	最优生产规模, Most Productive Scale Size
Pareto 最优	帕累托最优
PPS	生产可能集, Production Possibility Set
PPS_{BCC}	BCC 模型生产可能集
PPS_{CCR}	CCR 模型生产可能集
PPS_{FG}	FG 模型生产可能集
PPS_{ST}	ST 模型生产可能集
PTE	纯技术效率, Pure Technical Efficiency
R	DMU 集合的额外资源
$\mathbf{R}$	实数集
$\mathbf{R}^+$	正实数集
SE	规模效率, Scale Efficiency
X_i	第 i 个决策单元 DMU_i 的输入
Y_i	第 i 个决策单元 DMU_i 的输出
α_i	第 i 个决策单元 DMU_i 输入 X_i 的增大比例
β_i	第 i 个决策单元 DMU_i 输出 Y_i 的增大比例
θ_i	第 i 个决策单元 DMU_i 在输入导向模型下的效率值
η_i	第 i 个决策单元 DMU_i 在输出导向模型下的效率值
$\exists$	存在
$\geq$	$a \geq b$ 表示向量 a 的每一个元素都大于等于向量 b 的对应元素
$\geq \neq$	$a \geq \neq b$ 表示 $a \geq b$, 并且 a 至少有一个元素大于 b 的对应元素

目 录

第一章 绪论	(1)
1.1 DEA 方法与绩效评价问题	(2)
1.2 DEA 方法发展历程梳理	(6)
1.3 DEA 方法与资源配置问题	(11)
1.3.1 DEA 方法的优势	(13)
1.3.2 研究现状	(15)
1.3.3 基本假设	(17)
第二章 DEA 方法与基本模型	(24)
2.1 CCR 模型与其建模思想	(25)
2.2 DEA 模型与其经济背景	(37)
2.3 逆 DEA 模型	(52)
2.4 规模报酬与规模弹性	(56)
2.5 算例	(63)
第三章 逆 DEA 模型与资源配置问题研究	(76)
3.1 解决逆 DEA 问题前需要考虑的条件	(76)
3.1.1 在输出导向模型下的逆 DEA 问题	(78)
3.1.2 在输入导向模型下的逆 DEA 问题	(87)
3.2 系统效率最大化的最优配置模型	(88)

3.2.1	单个决策单元的最优资源配置量	(89)
3.2.2	对 MPSS 和规模有效关系的讨论	(94)
3.2.3	决策单元集合的额外资源配置量	(96)
3.3	系统产出最大化的最优配置模型	(98)
3.4	算例	(102)
第四章 弹性模型与资源配置问题研究		(108)
4.1	弹性的定义	(108)
4.2	弹性模型	(111)
4.2.1	情况 1: 一个投入一个产出	(112)
4.2.2	情况 2: 多个投入一个产出	(118)
4.2.3	情况 3: 多个投入多个产出	(122)
4.2.4	弹性取值与规模报酬的关系	(126)
4.3	资源配置问题的动态规划模型	(128)
4.3.1	情况 1: 一个投入一个产出	(129)
4.3.2	情况 2: 多个投入多个产出	(136)
4.4	算例	(139)
第五章 案例计算		(153)
5.1	初始设置	(154)
5.1.1	在 Excel 中录入案例数据	(154)
5.1.2	加载规划求解宏	(155)
5.2	计算 $CCR(I)^{LP}$ 和 $CCR(O)^{LP}$ 模型	(158)
5.3	计算 CCR 交叉效率	(166)
5.4	计算 $CCR(I)^{DLP}$ 和 $CCR(O)^{DLP}$ 模型	(169)
5.5	计算 $BCC(I)^{DLP}$ 和 $BCC(O)^{DLP}$ 模型	(173)
5.6	计算弹性模型	(178)
5.7	计算发展曲线	(184)

5.8 计算动态规划的分配模型	(190)
附录1 DEA 模型	(193)
附录2 MATLAB 程序代码	(196)
参考文献	(201)

第一章

绪 论

数据包络分析 (Data Envelopment Analysis, DEA) 方法是由 Charnes 等人于 1978 年提出的。该方法的提出背景是评估相同类型非营利组织的运行效率。特别是当这些非营利组织具有多个投入指标和多个产出指标, 并且这些指标难以借助价格参数衡量出它们之间权重关系的时候, DEA 方法能够较好地解决这类评估对象的运行效率评价问题。为了强调评估对象具有这种特性, 他们将其称之为决策单元 (Decision Making Unit, DMU)。

近年来, 应用 DEA 方法解决资源配置问题已成为一个新的研究方向。“效率”一词的定义与资源配置有效性, 两者是紧密联系的, 因而 DEA 方法在处理资源配置问题上具有先天优势。如果将决策单元的投入看作它对资源或生产要素的占有, 那么绩效评价就是在评估这些部门是否充分利用了现有的投入资源, 获得了最大的产出; 或是在评估实现当前的产出, 是否使用了最小数量的资源投入。其次, DEA 方法具有很强的客观性。DEA 方法不需要人为地预先选择生产函数的数学形式, 甚至不需要决策者获得任何价格信息。并且, DEA 方法给出的评估权重可以看作在某种意义下符合每个决策单元竞争资源的博弈策略。这些特点令 DEA 方法在解决资源配置问题上具有更为广阔的应用前景。

本章将介绍 DEA 方法的发展情况、DEA 方法的特点, 以及采用 DEA 方法解决资源配置问题的国内外研究现状。

1.1 DEA方法与绩效评价问题

绩效评价是一类在人们生活、生产中广泛存在且非常重要的实际问题。任何一个管理者都十分关心系统内部各部门的运行、运营或生产情况,通过绩效评价将有助于揭示各部门的优势和不足,并指导它们改进生产效率和调整生产规模。评价过程中,管理者一般参考当前各个部门在运行或生产过程中的投入和产出数据。例如,投入可以是劳动力数量、资金金额、土地面积等,产出可以是产品数量、专利数量、销售额、利润等。

对于“一个投入一个产出”和“多个投入一个产出”情况,绩效评价问题相对简单,可借助生产函数进行评价。生产函数是指在一定时期内,在技术水平不变的情况下,生产中所使用的各种生产要素的数量 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 与所能生产的最大产量 y 之间的关系,记作 $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 。落在生产函数之上的点,被认为是有效的,因为它们实现了既定投入的最大产出。落在生产函数下面的点,被认为是无效的,因为在生产函数上存在一个点与之投入相同但具有更大的产出,并且以它到生产函数的距离衡量其效率。经济学中,全要素生产效率测算是以劳动力 L 、资本投入 K 、资源(或能源) E 等作为投入,以 GDP 作为产出 Y ,通过测算到生产函数 $y = f(L, K, E)$ 的距离评价经济个体的生产效率。

如果可以获得投入和产出的价格信息,那么在考虑多个投入和多个产出时,可以把每种投入数量乘以要素价格作为总成本,每种产出数量乘以商品价格作为总收益。然后,用总收益与总成本之比对生产效率进行衡量,或者把各种投入与总收益看作“多个投入一个产出”情况的绩效评价问题。

然而,当绩效评价问题属于“多个投入多个产出”情况,并且难以获得市场价格信息,该问题将变得十分复杂。此时,多个投入

之间或多个产出之间没有统一的度量标准和计量单位,任意一组投入可能存在多组产出与之对应。生产前沿无法由一个具体的函数形式表达出来,所以难以应用传统方法进行效率评估。

这类“多种投入多种产出”情况的效率评价问题可以归纳为这样一个抽象的数学问题:假设一个系统中具有 n 个同质性的决策单元。每个决策单元都采用相同类型的 m 种生产要素作为生产投入(也称输入),通过生产或经营过程后,获得相同类型的 s 种产出(也称输出)。如图 1.1 所示,将第 j 个决策单元记作: DMU_j , $j = 1, \dots, n$ 。 DMU_j 的投入表示为 $X_j = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj})^T$, 产出表示为 $Y_j = (y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{sj})^T$, 并且满足 $X_j > 0, Y_j > 0$ 。那么,应当如何评价决策单元的生产效率?

1978 年,运筹学家 Charnes、Cooper 和 Rhodes 在 *Measuring the Efficiency of Decision Making Units* 中首次提出了一种评价非营利组织相对效率的非参数方法——DEA 方法,并用他们三个人的名字命名了第一个 DEA 模型——CCR 模型。

魏权龄(1988)所著的《评价相对有效性的 DEA 方法——运筹学的新领域》是国内第一本介绍 DEA 方法的书。作者认为“DEA 方法是运筹学的一个新的研究领域。它是研究具有相同类型的部门(或单位)间的相对有效性的十分有用的方法;也是处理一类多目标决策问题的理论上非常完备的方法,更是经济理论中估计具有多个输入,特别是具有多个输出的‘生产前沿函数’(也称生产前沿面)的有力工具”。魏权龄(2012)在《评价相对有效性的数据包络分析模型》一书中指出“DEA 使用数学规划模型,评价具有多个投入,特别是多个输出的‘部门’或‘单位’[称为决策单元(DMU)]间相对有效性(称为 DEA 有效)。根据对各 DMU 观察的数据,判断 DMU 是否为 DEA 有效,本质上是判断 DMU 是否位于生产可能集的‘生产前沿面’上”。

	决策单元					
	DMU_1	DMU_2	...	DMU_j	...	DMU_n
投入1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1j}	...	x_{1n}
投入2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2j}	...	x_{2n}
...	...	...	...	...	...	...
投入m	x_{m1}	x_{m2}	...	x_{mj}	...	x_{mn}
产出1	y_{11}	y_{12}	...	y_{1j}	...	y_{1n}
产出2	y_{21}	y_{22}	...	y_{2j}	...	y_{2n}
...	...	...	...	...	...	...
产出s	y_{s1}	y_{s2}	...	y_{sj}	...	y_{sn}

图 1.1 具有 n 个决策单元的生产系统

Cooper、Seiford 和 Zhu（2011）在 *Data Envelopment Analysis: History, Models, and Interpretations* 中认为“DEA 方法是评价一组同质决策单元效率的数据导向方法”。Sherman 和 Zhu（2013）在 *Analyzing Performance in Service Organization* 中把 DEA 方法称为“平衡基准”方法。这是因为 DEA 方法能够根据评估对象的投入和产出，通过优化方法得到一组最优权重，使每一个评估对象都得到一个最优的比值。不仅如此，DEA 方法还可以为每一个评估对象达到有效前沿，找出最佳改进策略。

综合以上定义，DEA 方法是一种衡量决策单元相对效率的非参数评估方法。特别是它能够在“多个投入多个产出”的复杂情况下，较好地处理决策单元的效率评价问题。与以往的效率度量方法相比，DEA 方法的优势在于不需要在投入或产出指标之间进行相关性检验，也不需要设置投入产出的权重参数，甚至不需要构建生产函数的具体形式，就可以通过筛选出一组有效决策单元，对生产前沿面进行估计。然后，参考每个决策单元当前的投入产出数据，以及它达到生产前沿后的投入产出数据（投影点），确定这个决策单元的相对效率。

由于方法上独特的优势, DEA 方法具有十分广泛的应用。但应用该方法时, 需注意以下两点。

其一, DEA 方法要求系统中的决策单元是同质的。在某些实际的问题中, 评估对象可以被认为是同质的, 如隶属同一家品牌的连锁超市绩效评估, 或者若干银行支行的运营评估。然而, 评估对象往往不符合同质性要求, 这是更一般的情况。假设决策单元仍是银行的各个支行, 但各个支行所处位置是不同的, 倘若将它们看作处于不同市场环境下, 它们也将被认为不再具有同质性。Golany 和 Roll (1989) 认为同质性是指所有的决策单元应具有相似的生产目标, 执行相同的生产任务, 在相同的市场条件下运作, 并且除了数量上的差异, 决策单元使用相同的一组投入得到相同的一组产出。为了解决非同质性决策单元放在一起评估存在的问题, 一些学者采用某些方法把决策单元进行分组, 将同质性的决策单元划分为一组, 在组内和组间运用 DEA 模型进行效率评估。关于决策单元同质性的研究可参考 Mester (1997)、Soteriou (1999)、Sarrico (2000)、Dyson (2001)、Hass (2003)、Jahanshahloo (2004)、Saen (2005)、鲁涛 (2010)、吴永强 (2013)、叶世绮 (2012)。所以, 在应用 DEA 方法解决实际问题的時候, 应结合问题背景, 充分考虑决策单元是否具有同质性, 是否可以放在一起进行比较, 然后再进行分析和计算。

其二, DEA 方法计算出的效率值是决策单元的相对效率, 而不是绝对效率。DEA 方法根据决策单元的投入产出数据, 筛选出有效决策单元, 并根据有效决策单元的投入产出数据得到 Farrell 或 Pareto 有效前沿。所谓“相对”是指相对于有效前沿而言的。落在生产前沿上的决策单元是有效的, 其效率值为 1。处于生产前沿下面的决策单元是无效的, 其效率值小于或大于 1。例如, 在“一种投入一种产出”情况下, 考虑两个决策单元: DMU_1 的投入成本为 10 元, 收益为 25 元, 绝对效率为 $25/10 = 2.5$; DMU_2 的投入成本为 8