

物理学名家名作译丛

# 粒子物理和 薛定谔方程

Particle Physics and the Schrödinger Equation

哈罗德·格罗斯 著  
安德烈·马丁

刘翔 译  
贾多杰  
丁亦兵

中国科学技术大学出版社

当代科学技术基础理论与前沿问题研究丛书

## 物理学名家名作译丛

### 粒子物理和薛定谔方程

Particle Physics and the Schrödinger Equation

哈罗德·格罗斯  
安德烈·马丁 著

刘翔  
贾多杰 译  
丁亦兵

中国科学技术大学出版社

安徽省版权局著作权合同登记号: 第 121414033 号

*Particle Physics and the Schrödinger Equation*, First Edition was originally published in the United States of America by Cambridge University Press in 1997. This translation is published by arrangement with Cambridge University Press.

All rights reserved.

© Cambridge University Press & University of Science and Technology of China Press 2014

This book is in copyright. No reproduction of any part may take place without the written permission of Cambridge University Press and University of Science and Technology of China Press.

This edition is for sale in the People's Republic of China (excluding Hong Kong SAR, Macau SAR and Taiwan Province) only.

此版本仅限在中华人民共和国境内(不包括香港、澳门特别行政区及台湾地区)销售。

### 图书在版编目(CIP)数据

粒子物理和薛定谔方程/(奥)格罗斯(Grosse, H.), (法)马丁(Martin, A.)著;刘翔, 贾多杰, 丁亦兵译. —合肥: 中国科学技术大学出版社, 2014. 10

(当代科学技术基础理论与前沿问题研究丛书: 物理学名家名作译丛)

(“十二五”国家重点图书出版规划项目)

ISBN 978-7-312-03460-2

I. 粒… II. ①格… ②马… ③刘… ④贾… ⑤丁… III. ①粒子物理学 ②薛定谔方程 IV. ①O572.2 ②O175.24

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 181373 号

出版 中国科学技术大学出版社

安徽省合肥市金寨路 96 号, 230026

<http://press.ustc.edu.cn>

印刷 安徽省瑞隆印务有限公司

发行 中国科学技术大学出版社

经销 全国新华书店

开本 710 mm×1000 mm 1/16

印张 9.5

字数 196 千

版次 2014 年 10 月第 1 版

印次 2014 年 10 月第 1 次印刷

定价 28.00 元

## 编 委 会

主 编 叶铭汉 陆 埏 张焕乔 张肇西 赵政国

编 委 (按姓氏笔画排序)

马余刚(上海应用物理研究所) 叶沿林(北京大学)

叶铭汉(高能物理研究所) 任中洲(南京大学)

庄鹏飞(清华大学) 陆 埏(紫金山天文台)

李卫国(高能物理研究所) 邹冰松(理论物理研究所)

张焕乔(中国原子能科学研究院) 张新民(高能物理研究所)

张肇西(理论物理研究所) 郑志鹏(高能物理研究所)

赵政国(中国科学技术大学) 徐珊珊(近代物理研究所)

黄 涛(高能物理研究所) 谢去病(山东大学)

献给 Heidi 和 Schu

## 内 容 简 介

本书介绍了薛定谔势理论中的束缚态问题及其在粒子物理中应用的现代发展. 薛定谔方程提供了一个处理  $N$  体系统能级的框架, 它是 20 世纪 20 年代物理学中量子革命的基石, 并于 80 年代作为研究介子和重子能谱与衰变性质的有力工具而重新兴起. 本书从两体问题的详细研究开始, 包括关于一般性质、能级顺序问题、能级间距以及衰变性质的讨论, 随后又探讨了相对论推广以及一些逆问题, 最后, 处理了三体问题和  $N$  体问题. 书中考虑了在粒子物理和原子物理中的一些应用, 其中包括夸克偶素能谱. 全书的重点自始至终放在展现理论怎样用实验来检验. 书中提供了许多参考文献.

本书不仅会引起粒子物理和原子物理实验物理学家的兴趣, 而且会引起相应的理论物理学家的兴趣.

## 序

在 1975 年之前,除了少数例外,薛定谔方程与现代粒子物理学几乎没有什么联系.在 1974 年 11 月以后,当人们认识到  $J/\psi$  是由一对正反重夸克对构成时,强子的势模型才重新被关注,这种情况一直持续到 1977 年发现  $b$  夸克.很显然,这类强子类似于电子偶素,这也正是新词“夸克偶素”的来源.然而,与以库仑势为主导的电子偶素不同,夸克间的相互作用势并不清楚,因而不可能利用特殊模型做明确的数值计算.因此,肯定需要发展一些新的理论工具来研究几大类型位势的能级、分宽度、辐射跃迁等.这使得人们发现了有关薛定谔方程的大量全新的严格结果.这不仅引起了人们对定性地理解夸克偶素和更为普遍的强子的兴趣,而且这些发现自身也很有趣,它们反过来能够用于诸如原子物理等其他领域.除了一方面由 Quigg 和 Rosner,另一方面由本书的作者分别在《Physics Report》撰写的、目前看来内容略显陈旧的综述,以及我们稍后会提到的由本书作者中的一位(A. M.)在 1986 年斯拉德明\*“核物理国际大学周”(Internationale Universitätswochen für Kernphysik)会议文集中的综述之外,所有相关材料都分散在各类物理学期刊中.因此,显然有必要收集这些重要的准确结论,并有序地加以整理介绍.这正是在本书中,因为不断有新定理和新应用的出现而至少到某个截止日期为止,我们所试图做到的一切.这个日期的设定看上去可能还是显得略早,因为它是 1995 年初;而 M. Richard 和本书作者之一(A. M.)关于  $\Omega_c$  粒子的研究结果就没能被包括进来.

本书有两个关注的中心.一方面,我们给出了一些严格的定理.另一方面,我们讲述了在原子物理和粒子物理中的一些极其成功的应用,但绝对没有试图从根本上去证明在强子物理中运用势模型的正确性.因为我们觉得,势模型最重要的证明就在于它所取得的成功.此外,我们不可避免地要简要评述诸如在位势中束缚态的计数这类比较经典的问题,而这些问题在过去 20 年中已经取得了一些进展.

本书没有囊括我们之前提到的那些综述中收集的所有内容.例如,具有高量子数能级的行为就没有在本书中重述(请见 Quigg 和 Rosner 的综述以及稍后将被引

---

\* Schladming, 奥地利的一个小镇,著名的冬季滑雪胜地.——译者

用的 Fulton 与 Feldman 和 Devoto 的两篇文章)。读者肯定会注意到本书章与章之间的风格差异。然而,本书有其优点,其中之一就是,本书是唯一一部可以让初学者熟悉整个主题的书。另一个优点是它不需要任何复杂的数学预备知识。本书大部分内容所要求的就是知道二阶微分方程是什么。

我们必须提醒读者的是,与通常的用法不同,书中的定理不单独编号,而是像方程那样放在页面的右边。

我们要感谢很多人,主要是邀请我们写这本书的 Peter Landshoff,在这些年中他一直给我们支持,直到我们开始本书的正式撰写。还有我们两人的妻子 Schu 和 Heidi 的坚决支持,我们对此表示感谢。

我们必须感谢通过他们的工作或者直接给予帮助的方式对本书做出贡献的许多物理学家。以姓氏的阿拉伯字母顺序排列,他们是: B. Baumgartner, M. A. B. Bég, J. S. Bell, R. Benguria, R. Bertlmann, Ph. Blanchard, K. Chadani, A. K. Common, T. Fulton, V. Glaser, A. Khare, J. D. Jackson, R. Jost, H. Lipkin, J. J. Loeffel, J. Pasupathy, C. Quigg, T. Regge, J.-M. Richard, J. Rosner, A. De Rújula, A. Salam, J. Stubbe, A. Zichichi。

我们也要感谢来自欧洲核子中心(CERN)打字室的 Isabelle Canon, Arlette Coudert, Michèle Jouhet, Susan Leech-O'Neale, 尽管本书作者之一(A. M.)的笔迹潦草,但是她们还是出色地完成了打印书稿的工作。

H. Grosse A. Martin

于维也纳和日内瓦

# 目 录

|                                 |         |
|---------------------------------|---------|
| 序 .....                         | ( i )   |
| 第 1 章 概论 .....                  | ( 1 )   |
| 1.1 历史的和唯象学的方方面面 .....          | ( 1 )   |
| 1.2 严格的结果 .....                 | ( 9 )   |
| 第 2 章 两体问题 .....                | ( 21 )  |
| 2.1 一般性质 .....                  | ( 21 )  |
| 2.2 能级的顺序 .....                 | ( 26 )  |
| 2.3 能级的间距 .....                 | ( 48 )  |
| 2.4 零点波函数、动能、均方半径及其他 .....      | ( 57 )  |
| 2.5 能级排序结果的相对论推广 .....          | ( 72 )  |
| 2.6 禁闭势的逆问题 .....               | ( 81 )  |
| 2.7 束缚态的计数 .....                | ( 98 )  |
| 第 3 章 三体 and $N$ 体问题的各种结果 ..... | ( 112 ) |
| 附录 A 超对称量子力学 .....              | ( 121 ) |
| 附录 B 关于角向激发的一些定理的证明 .....       | ( 125 ) |
| 附录 C Sobolev 不等式 .....          | ( 129 ) |
| 参考文献 .....                      | ( 132 ) |
| 索引 .....                        | ( 138 ) |

# 第 1 章 概 论

## 1.1 历史的和唯象学的方方面面

薛定谔方程是在电子、中子和质子都被看作基本粒子的时代被构思出来的. 它在现在被称为原子、分子物理的领域取得了极大的成功, 并被成功地应用于重子和介子, 尤其是由重的夸克-反夸克对组成的那些介子.

尽管在第二次世界大战之前, 一些近似方法以探索的方式发展了起来, 但直到战后, 人们才求得能级和波函数的严格结果, 同时也证明了这些近似方法是合理的. 诸如“物质稳定性”那样令人印象深刻的全局结果以及包括束缚态个数限制在内的两体哈密顿量的性质都已经得到了证明. 夸克偶素的发现导致从严格的观点出发对能级顺序问题作更仔细的考察, 并且与诸如库仑势和谐振子势的偶然简并情况中所发生的能级顺序作比较. 这些情况的比较还导致了两体系统中纯粹角激发的一些有趣结果.

在我们中间有谁不是曾经无数次写下“薛定谔方程”或“薛定谔函数”这类词句? 或许我们的下一代还会这么做, 从而让他的名字永远流传下去.

——Max Born

结果证明 Born 的预言准确无误, 并且还将对于原子和分子物理, 甚至 —— 正如我们即将看到的 —— 对于粒子物理也保持这种正确性.

在薛定谔因与实验不符而放弃了其相对论版本(所谓的克莱因-高登方程) 进而他发现这个方程的时候, 原子物理、核物理和粒子物理之间的差别尚不存在. 薛定谔方程的奇妙性质在于, 可以将其推广到多粒子系统, 而且当它与泡利原理结合在一起时, 允许人们 —— 至少是在原则上 —— 计算任何原子、任何分子和任何晶体, 而不论它们的大小如何. 狄拉克方程, 其美丽无与伦比, 却是一个单粒子方程, 任何将其推广到  $N$  粒子体系的尝试都会有严格的局限性, 如果推广过头而超过了限制, 就可能导致矛盾, 除非人们同意在更为广泛的量子场论框架下做这件事.

由于薛定谔方程具有处理  $N$  体系统的能力, 所以在“二战”前的那个时期, 诸

如 Thomas-Fermi 近似、Hartree 及 Hartree-Fock 近似和 Born-Oppenheimer 近似等各种各样的近似方法均得以开发和应用,这并没什么可惊讶的。

然而,除了人们所熟知的变分试探波函数给出一个系统的基态能量上限(连同允许人们求得一个系统的第  $n$  个能级上限的不太出名的最小-最大原理)这一事实之外,(人们)并没有付出认真的努力来严格地研究薛定谔方程。主要是在 Heisenberg 的推动下,人们计算了一些简单的分子和原子,使化学,至少在简单情况下,成了物理学的一个分支。而且,正如 Gamow 曾经指出的,薛定谔方程也能用于原子核,它由 Rosenblum 使用  $\alpha$  谱仪证明有着离散能级。

直到第二次世界大战后,有关薛定谔方程严格性质的系统研究才开始起步。在 20 世纪 50 年代,Jost<sup>[1]</sup>、Jost 和 Pais<sup>[2]</sup>、Bargmann<sup>[3]</sup> 以及 Schwinger<sup>[4]</sup> 和众多学者得到了两体薛定谔方程的一些漂亮结果。 $N$  体问题也随之被研究。在此,我们将特别提及这方面取得的非凡成就,即由 Dyson 和 Lenard 首次给出的“物质稳定性”的证明,随后它又被 Lieb 和 Thirring<sup>[6]</sup> 以定量的方式加以简化并有了相当大的改进,但仍有待进一步的研究<sup>[7]</sup>。“物质稳定性”或许应更恰当地称为物质的能量与体积的广延特征,即这样一个事实, $NZ$  个电子与具有电荷  $Z$  的  $N$  个核子有一个结合能,并占有与  $N$  成正比的体积。在此期间,一些由纯引力相互作用的粒子构成的其他系统的行为也得到了澄清<sup>[8-9]</sup>。后面提到的这些系统不存在上述稳定性;此类系统结合能的绝对值以  $N$  的更高幂次增长。

在 20 世纪 60 年代,除了或许被用于计算  $\mu$  原子和  $\pi$  原子的能级或者由场论得到的势来计算中能区核子-核子散射振幅外<sup>[10]</sup>,似乎薛定谔方程在粒子物理学中正在变得过时。人们希望基本粒子的质量可通过靴绊机制 (Bootstrap mechanism)<sup>[11]</sup> 或者由有局限性但却异常成功的对称性得到。

在夸克模型被首次构造出来的时候,极少有物理学家把夸克视为粒子并试图用它们计算强子谱。在那些曾经做过这方面尝试的人中,我们可以提一下在 1965 年牛津会议上几乎是“在沙漠里传道”的 Dalitz<sup>[13]</sup>,以及 Gerasimov<sup>[14]</sup>。在 1974 年“十月革命”之后,情况急剧改变。 $J/\psi$ <sup>[15-16]</sup> 和  $\psi'$ <sup>[17]</sup> 一被发现,这两个粒子作为粲夸克和反粲夸克束缚态的解释就被普遍接受了,并且利用了薛定谔方程的势模型立即被提了出来<sup>[18-19]</sup>。

事实上,在 De Rujula、Georgi 和 Glashow 那篇至关重要的文章<sup>[20]</sup>,以及 Zeldovitch、Sakharov 和 Sakharov<sup>[21]</sup> 与 Federman、Rubinstein 和 Talmi<sup>[21]</sup> 独立完成的文章中,整个强子谱在夸克模型和量子色动力学的框架下被重新审视。尤其是 Stanley 和 Robson<sup>[23-24]</sup>、Karl 和 Isgur<sup>[25]</sup>、Richard 和 Taxil<sup>[21]</sup>、Ono(小野)和 Schöberl<sup>[27]</sup> 以及 Basdevant 和 Boukara<sup>[28]</sup> 得到了令人印象深刻的关于重子谱的拟合(包括含有轻夸克的那些重子)。

我们现在回到夸克偶素,即由重的夸克-反夸克对构成的那些介子的情况。作为重夸克,我们指的是有效质量分别约为 1.8 GeV 和 5 GeV 的  $c$  夸克和  $b$  夸克,还

有奇异夸克,对于它,有效质量被证明为 0.5 GeV. 奇异夸克正好处于边缘位置,或者可以像这里这样当作重夸克,或者像在  $SU(3)$  味对称性中那样被当作轻夸克. 在这份清单中,我们打算将顶夸克包括进来,由 DO 实验可知<sup>[29]</sup> 顶夸克肯定比 131 GeV 还要重. 从依据标准模型并包括诸如 W 和  $Z^0$  粒子的质量和宽度及其分衰变宽度以及低能中微子实验(在有一个标准的 Higgs 粒子的情况下)在内的实验结果的拟合来看,预言的顶夸克的质量要大于 150 GeV<sup>[30]</sup>. 由于顶夸克的质量超过 110 GeV,顶夸克偶素的概念就成问题了,这是因为由单个顶夸克衰变,  $t \rightarrow b + W$ , 所决定的顶夸克偶素的宽度超过了其 1S 态和 2S 态之间的质量差<sup>[31]</sup>. 事实上,顶夸克的存在目前已经获得确认,其质量为  $(175 \pm 9)\text{GeV}$ .

图 1.1 和图 1.2 分别给出了  $c\bar{c}$  束缚态( $J/\psi$  等)和  $b\bar{b}$  束缚态( $\Upsilon$  等)的实验状况的总结.

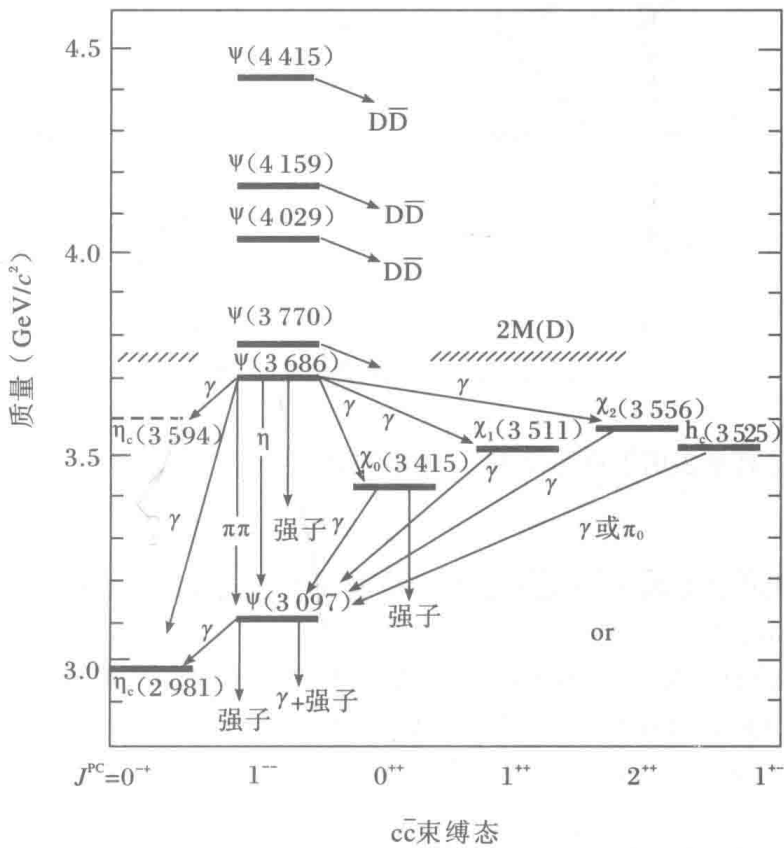


图 1.1 有关  $c\bar{c}$  束缚态的实验数据

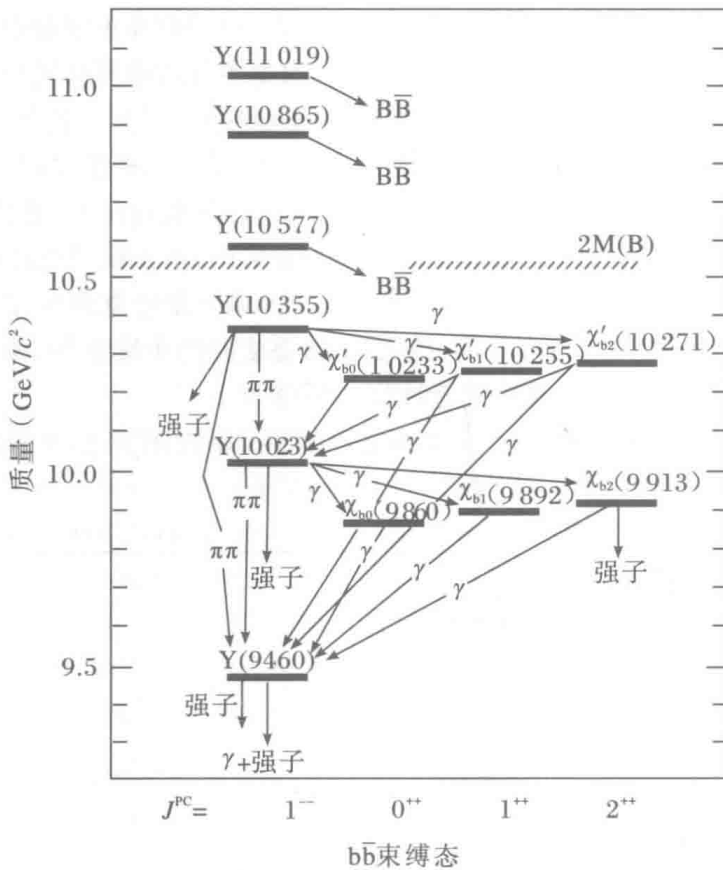


图 1.2 有关  $b\bar{b}$  束缚态的实验数据

当然,已有很多用于描述  $c\bar{c}$  和  $b\bar{b}$  能谱的势模型. 首先是位势

$$V = -\frac{a}{r} + br, \quad (1.1)$$

其中第一项表示类似于单光子交换的单胶子交换, 而第二项则代表由一种弦 (string) 产生的禁闭.

我们将自己局限于拟合的两种极端情况中. 第一种情况是由 Buchmüller<sup>[33]</sup> 提出的一种受 QCD 启发的位势, 其中位势的短程部分考虑了渐近自由; 第二种情况则是由本书作者之一 (A. M.) 利用中心势

$$V = A + Br^a \quad (1.2)$$

所作的一个纯粹唯象的拟合<sup>[34]</sup>.

图 1.3 显示了  $c\bar{c}$  系统和  $b\bar{b}$  系统的激发态能量. 实线表示实验结果 (对于 P 波三重态, 我们仅给出自旋平均能量). 虚线表示 Buchmüller 等人的结果, 而点线是由方程式 (1.2) 的位势得到的结果, 对于它, 添加了一个力程为零 (zero-range) 的自旋-自旋相互作用  $C\delta^3(x)(\sigma_1 \cdot \sigma_2)/(m_1 m_2)$ , 其中  $m_1$  和  $m_2$  是夸克的质量, 而  $C$  被调整到适合  $J/\psi - \eta_c$  的间距. 这个中心势由文献[24] 给出:

$$V = -8.064 + 6.870r^{0.1}, \tag{1.3}$$

这里的单位是 GeV 的幂次,而夸克质量为  $m_b = 5.174, m_c = 1.8$ ,以及我们随后将看到的  $m_s = 0.518$ . 指数上的值很小,即  $\alpha = 0.1$ ,意味着我们非常接近这样一种情形,即能级间隔与夸克质量无关,恰为纯对数势情况.

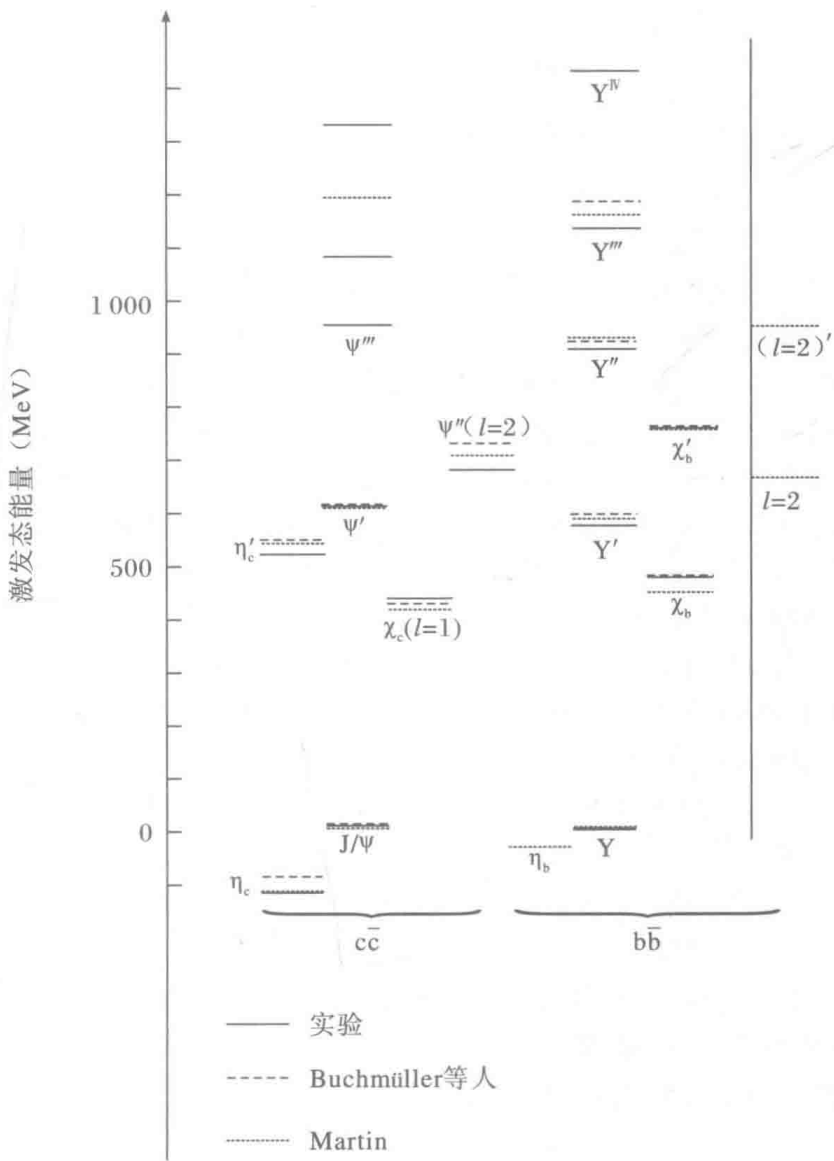


图 1.3  $c\bar{c}$  系统和  $b\bar{b}$  系统的激发态能量与两个理论模型的比较

表 1.1 列出了相对轻子宽度,即一个给定的  $\ell = 0$  的态的轻子宽度与基态轻子宽度的比值.“理论”使用了所谓的 Van Royen-Weisskopf 公式.

表 1.1 相对的轻子宽度

|               | 实 验             | Buchmüller | Martin |
|---------------|-----------------|------------|--------|
| $\psi'$       | $0.46 \pm 0.6$  | 0.46       | 0.40   |
| $\psi''$      | $0.16 \pm 0.02$ | 0.32       | 0.25   |
| $\Upsilon'$   | 0.44            | 0.44       | 0.51   |
| $\Upsilon''$  | 0.33            | 0.32       | 0.35   |
| $\Upsilon'''$ | 0.20            | 0.26       | 0.27   |

我们看到这两种拟合都极佳. 受 QCD 启发的拟合稍微更好一点地重建了低能态, 尤其是  $b\bar{b}$  系统的  $\ell = 0$  的态与  $\ell = 1$  的态的间隔. 这大概是由于这样一个事实, 即受 QCD 启发的位势具有正确的短程行为而唯象的位势却没有 (存在一个 40 MeV 的差异, 在 1974 年之前, 人们会认为它是可以忽略的, 但是在采用强子谱精度新标准的情况下, 这个差异不再被忽视). 另一方面, 唯象势则对更高的一些激发态拟合得更好, 这些激发态靠近离解为介子对  $D\bar{D}, B\bar{B}$  的阈值. 这可能是由于这样一事实, 即优化的  $\alpha = 0.1$  考虑到了由于与开放道 (open channel) 的耦合而使禁闭道  $c\bar{c}$  和  $b\bar{b}$  的能量下降.

在唯象势参数清单中, 我们已经指出了奇异-夸克的有效质量  $m_s = 0.518$  GeV. 这是因为, 按照 Gell-Mann 的建议, 我们已将唯象模型推广到了超出其有效性的范围! 值得注意的是, 我们得到了许多成功的预言. 虽然  $M_\psi = 1.020$  GeV 是一个输入参数, 但  $M_{\psi'} = 1.634$  GeV 与实验 (1.650 GeV) 相符. 在 De Rujula 的要求下, 一些  $c\bar{s}$  态的质量也被算出来了. 我们得到

$$M_{D_s} = 1.99 \quad (\text{实验值 } 1.97, \text{ 以前是 } 2.01),$$

$$M_{D_s^*} = 2.11 \quad (\text{实验值 } 2.11),$$

而在 1989 年 Argus<sup>[35]</sup> 观测到一个大概是  $\ell = 1$  的  $c\bar{s}$  态, 它可能是质量为 2.536 GeV 的  $J^P = 1^+$  或  $J^P = 2^+$  的态. 不用改变任何模型参数, 这样的—个态的自旋平均质量可以计算出来, 结果为<sup>[36]</sup>

$$M_{D_s^{**}} (\ell = 1) = 2.532.$$

我们可以得出这样的结论: 由 Argus 观测到的这个态偏离质心不会超过 30 MeV.

更近些时候, 一个  $B_s$  介子在 LEP\* 和费米实验室都被观测到了, 对质量的最小二乘法拟合结果是  $(5\,369 \pm 4)$  MeV<sup>[37]</sup>, 而模型的理论预言是  $5\,354 \sim$

\* LEP 是早先位于欧洲核子中心的大型电子对撞机 (Large Electron Collider) 的简称, 现已停机, 它的地下隧道让位于大型强子对撞机 LHC. ——译者

5 374 MeV<sup>[38]</sup>. 我们不可能不被这些势模型的成功所打动. 但是, 它们为什么会成功呢? 各种势模型适用的事实可以被理解为: 在相关的距离范围内, 比如说, 从 0.1 飞米到 1 飞米, 不同的位势是彼此一致的. 然而, 相对论效应并不小; 对于  $c\bar{c}$  系统, 事后计算得到的  $v^2/c^2$  在 1/4 量级.

我们不得不提出的唯一的、部分的解释是, 这种位势只不过是与一个有效薛定谔方程联系在一起的有效势. 例如, 我们能够将  $\sqrt{p^2 + m^2}$ , 即相对论的动能 + 质量能量, 在平均值  $\langle p^2 \rangle$  附近而不是在 0 附近展开. 对于一个纯对数势, 平均动能不依赖于其激发, 而碰巧这个位势没有远离对数行为. 无论如何, 我们必须采取势模型可用的务实态度, 并尽我们所能尝试扩展其结果.

涉及重子的讨论, 我们将更简略些. 完全由重夸克组成的重子, 例如 bbb 和 ccc, 尚未发现, 尽管它们一定存在. Bjorken<sup>[39]</sup> 主张研究 ccc, 它拥有一些显著的特征: 对强相互作用, 它是稳定的, 具有一个零点几乘上  $10^{-13}$  秒的寿命. 它的最低激发态也是稳定或几乎稳定的. 如果我们接受由文献<sup>[40]</sup> 给出的重子内部的夸克-夸克势

$$V_{\infty} = \frac{1}{2} V_{\infty\bar{q}}, \quad (1.4)$$

则由成功的  $c\bar{c}$  位势, 我们能够计算出 ccc 的所有性质. Bjorken 认为, 这个态能以不太小的观测速率产生出来.

与此同时, 我们应当记住, 奇异夸克可以被认为是重夸克. J. M. Richard 利用夸克偶素的拟合式 (1.3) 和规则式 (1.4), 求得的  $\Omega^-$  重子 sss 的质量为 1.665 GeV<sup>[41]</sup>, 而实验<sup>[42]</sup> 给出的是 1.673 GeV.

对于由更轻夸克组成的那些重子, 追随 Dalitz 开创性的工作, De Rujula、Georgi、Glashow<sup>[20]</sup>, Zeldovitch 和 Sakharov, 以及 Sakharov<sup>[21]</sup>, 还有 Federman、Rubinstein 和 Talmi<sup>[22]</sup> 等发表了一系列文章. 在这些工作中, 取中心势为零或者常数, 即纳入夸克质量和由 QCD“导出”的自旋-自旋力的主要特点, 后者曾导致一些引人注目的结果, 特别是对  $\Sigma - \Lambda$  质量差首次给出解释. 在作为中心势零级的这种方法中, 激发态的计算被排除在外.

下一步是添加一个软的中心势, 并试图精确求解三体薛定谔方程. 许多人曾经这样做过. 这些先驱当中有 Stanley 和 Robson<sup>[24]</sup>, 而 Karl、Isgur 和他们的合作者<sup>[25, 43]</sup> 的工作则是最为系统的.

这里我们想把研究限制在基态, 它曾经被, 例如, 小野和 Schöberl<sup>[27]</sup> 及 Richard 和 Taxil<sup>[26]</sup> 研究过了. 例如, 我们将展示 Richard 和 Taxil 的结果, 如表 1.2 所示, 他们用了位势  $V = A + Br^{0.1}$  和一个自旋-自旋哈密顿量

$$C \frac{\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j}{m_i m_j} \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j). \quad (1.5)$$

表 1.2 对于  $V = A + Br^{0.1*}$  的质量

|              | 理 论   | 实 验   |
|--------------|-------|-------|
| N            | 输入    | 0.939 |
| $\Delta$     | 输入    | 1.232 |
| $\Lambda^*$  | 1.111 | 1.115 |
| $\Sigma$     | 1.176 | 1.193 |
| $\Xi$        | 1.304 | 1.318 |
| $\Sigma^*$   | 1.392 | 1.383 |
| $\Xi^*$      | 1.538 | 1.533 |
| $\Omega^-$   | 输入    | 1.672 |
| $\Lambda_c$  | 输入    | 2.282 |
| $\Sigma_c$   | 2.443 | 2.450 |
| $\Sigma_c^*$ | 2.542 |       |
| $\Xi_c = A$  | 2.457 | 2.460 |
| S            | 2.558 |       |
| $S^*$        | 2.663 |       |

尽管这些结果很好,但是这个中心势的严格处理是否的确会导致一个真正的改善并非完全显而易见. 为了证明这点,我们已经取了一些比值,在 De Rújula、George 和 Glashow 的模型<sup>[20]</sup> 中给出了这些简单的数值,这些比值已列在了表 1.3 的计算值与实验值的比较当中.

也许值得注意的是,曾作为 Gell-Mann 成就的  $SU(3)$  味十重态等间距规则(equal-spacing rule),以一种极不寻常的方式成为这里的一部分. 当然,如果自旋-自旋力和中心势都被忽略,等间距规则是绝对正常的,因为态的质量仅仅通过把夸克质量加在一起就可得到. 因此,这个质量是奇异数(strangeness)的线性函数.

然而, Richard 和 Taxil<sup>[44]</sup> 通过数值实验发现,如果我们取一个“合理”的、味无关的两体中心势,十重态的质量则是奇异数的凹函数(concave function). 换句

\* 原著中的  $r$  应该为  $r$ , 我们已做更正. ——译者