

主编 徐泽洲 陈洁云 李金生 李济元

小学数学 奥林匹克读本

编开盖版
江苏教育出版社
Jiangsu Education Press
南京市 雨花台区
8008289851
www.jep.com.cn

(最新修订本)

5 年级

- ★ 源于基础
- ★ 高于课本
- ★ 启迪思维
- ★ 掌握方法

全国优秀畅销书

新增习题详解

江苏教育出版社

徐泽洲 陈洁云 李金生 李济元 主编

小学数学 奥林匹克读本

江苏教育出版社

书 名 小学数学奥林匹克读本(五年级用)
(最新修订本)
主 编 徐泽洲等
责任编辑 眭双祥
出版发行 江苏教育出版社
地 址 南京市马家街 31 号(邮编 210009)
网 址 <http://www.1088.com.cn>
经 销 江苏省新华发行集团有限公司
照 排 科技照排中心
印 刷 常熟市华通印刷有限公司
厂 址 常熟市大义镇义虞路 5 号 (邮编 215557)
开 本 850×1168 毫米 1/32
印 张 9.75
字 数 204200
版 次 2000 年 9 月第 3 版
2004 年 1 月第 15 次印刷
印 数 1176256 - 1196275 册
书 号 ISBN 7 - 5343 - 1429 - 1/G·1268
定 价 9.30 元
邮购电话 025 - 85400774, 8008289797
批发电话 025 - 83249327, 83249091
盗版举报 025 - 83204538

苏教版图书若有印装错误可向承印厂调换
邮购免收邮费, 提供盗版线索者给予重奖

图书在版编目(CIP)数据

小学数学奥林匹克读本:五年级/徐泽洲等编著. -2版.
南京:江苏教育出版社, 1999
ISBN 7-5343-1429-1

I. 小… II. 徐… III. 数学课-小学-教学参考资料 IV
.G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999) 第 33738 号

修订说明

各级各类数学竞赛以及数学课外活动的蓬勃开展,激发了广大青少年学习数学的兴趣和积极性。为了探索一条既科学又简捷的培训路子,我们约请了有丰富经验的教师编写了这套辅导性的读本。这套读本体现了主编徐泽洲的“渗透现代数学思想,建立三维度的数学体系”的新思路。该书的指导思想是“源于基础,高于课本,启迪思维,掌握方法”。这套读本,在适当提高知识点的同时,注重进一步启迪学生思维,帮助学生掌握更多的数学方法,对提高学生的数学基本功十分有益。全套书分小学一至六年级和初中一、二、三年级共九册,适合于相应年级的学生使用。

本书出版后,受到读者的广泛欢迎。经过使用后,广大师生和家长觉得该书实用性、可读性都很强。1994年被评为全国优秀畅销书。为了进一步提高质量,这次又作了修订再版,新增了习题的详细解答,以求更加完善和实用,使之更加便于辅导和自学。

著名数学家、中科院院士、上海复旦大学研究生院院长李大潜教授为这套读本撰写了序,充分肯定了这套读本。

本册读本由周庆康、陈洁淳、季兴龙、蒋顺、李济元编写;由徐泽洲、李金生统稿终审;蒋顺、邢丽萍、周大中、许芬英、凌淑莲、王桂华对读本的编写提出了十分宝贵的意见;此次出版,得到了顾也慈同志的关心和支持,在此一并致谢。

由于时间急促,在读本中如有不当之处,恳请广大读者指正。

序

数学是一门重要的基础学科。她的重要性,按我自己肤浅的理解,曾经概括为下面三句话:数学是建设四化的武器,数学是其他科学的基础,数学是锻炼思维的体操。

要打好数学的基础,是应该从中、小学抓起的。就中、小学阶段应该掌握的数学知识来说,看起来千变万化、琳琅满目,但真正基本的东西其实并不是很多的。对这些基本的内容通过认真而严格的训练,真正做到充分理解,并能熟练运用,就为今后进一步的学习和工作打下了良好的基础,也一定能逐步培养起学生对数学的爱好和兴趣,变得更加聪明起来,既减轻学习负担,又提高学习质量,促进中、小学生生动活泼地全面成长,不仅非常必要,也是完全可能的。舍本求末,不注意基本知识的严格训练和真正掌握,不培养学生主动积极的思维能力,搞题海战术,用大量的难题、偏题或怪题把学生压得透不过气来,只会束缚学生的聪明才智,带来摧残人才的恶果。

这么说,是不是对一小部分学习优秀、对数学有兴趣并且确有余力的中、小学学生,不应该提出较高的要求并进行一些特殊的培养呢?当然不是这样。教师完全有责任根据因材施教的原则,帮助和促进这一小部分学生在全面发展的基础上,并在不过份加重课外学习负担的前提下,进一步提高对数学的兴趣,在增进知识和提高能力这两方面都得到进一步的培养。这是学校课外活动的一个重要任务,也是一件值得认真探索并总结经验的工作。

现在的这一本书,原先是“南通市青少年数学奥林匹克俱

乐部”开展活动时所用的教材,也曾为其他一些地区开展类似的活动时所采用。实践表明它对提高小学生的数学思维能力起了积极的作用,一部分学生并已在全国性及国际性的数学竞赛中取得了优异的成绩。参加1989—1990年度美国小学数学邀请赛的70人全部获得一或二等奖,参赛的两个队均获得最高成就奖,就是一个突出的例子。现在本书在经过好几年的试用并不断修改完善后正式出版,不仅是过去这方面工作成果的一个结晶,也相信会对今后进一步开展有关的活动起到推动作用。

这本由江苏教育出版社出版的书,是由我的故乡南通市的一批有多年实践经验并具有较高水平的中、小学数学教师编写的,主编徐泽洲、李金生两位同志并执教于我的母校南通中学。我为自己的故乡和母校有这样一批立志献身祖国基础数学教育事业的老师和同志们感到光荣和自豪,并预祝他们在已有成绩的基础上,再接再厉,为中、小学数学教育水平的提高作出更多的努力和更大的贡献。

李大潜

于复旦大学

1991.4.23.晚

目 录

| | | |
|----|----------|-----|
| 一 | 填数游戏题 | 1 |
| 二 | 迷人的数阵 | 14 |
| 三 | 有趣的幻方 | 24 |
| 四 | 假设法解题(一) | 32 |
| 五 | 假设法解题(二) | 37 |
| 六 | 代换法解题 | 42 |
| 七 | 消去法解题 | 49 |
| 八 | 作图法解题 | 56 |
| 九 | 列车过桥题 | 66 |
| 十 | 速算的方法 | 75 |
| 十一 | 分类数图形 | 82 |
| 十二 | 图形的面积(一) | 92 |
| 十三 | 图形的面积(二) | 101 |
| 十四 | 数列的规律 | 109 |
| 十五 | 谈等差数列 | 117 |
| 十六 | 求数列的和 | 122 |
| 十七 | 数的整除性 | 126 |
| 十八 | 巧用质因数 | 132 |

| | |
|--------------------|-----|
| 十九 公约、公倍数应用题 | 137 |
| 二十 二进制计数法 | 142 |
| 二十一 列方程解题(一) | 150 |
| 二十二 列方程解题(二) | 155 |
| 二十三 运算与推导 | 162 |
| 二十四 添运算符号 | 172 |
| 附: 习题详解 | 181 |

一 填数游戏题

我们曾学习过解算式谜题,这一讲我们要开始学习求算式中的一些汉字、字母或符号分别代表什么数时算式成立这一类题。

例 1 在下面乘法算式的空格内,各填上一个适当的数字,使算式成立。

$$\begin{array}{r}
 \square \square 5 \\
 \times 1 \square \square \\
 \hline
 2 \square \square 5 \\
 1 3 \square 0 \\
 \square \square \square \\
 \hline
 4 \square 7 7 \square
 \end{array}$$

分析:在这个乘法算式中,关键是把乘数和被乘数中的空格先填出来,其它的空格根据乘法的计算法则就可以填出来了。

为了分析时叙述方便,我们设被乘数是 $\overline{ab5}$,乘数是 $\overline{1cd}$ ($\overline{ab5}$ 表示百位数字是 a ,十位数字是 b ,个位数字是 5 的三位数),原式变为如下的算式:

$$\begin{array}{r}
 a \ b \ 5 \\
 \times 1 \ c \ d \\
 \hline
 2 \ \square \ \square \ 5 \quad \cdots \cdots \text{第一部分积} \\
 1 \ 3 \ \square \ 0 \quad \cdots \cdots \text{第二部分积} \\
 \square \ \square \ \square \quad \cdots \cdots \text{第三部分积} \\
 \hline
 4 \ \square \ 7 \ 7 \ \square \quad \cdots \cdots \text{乘积}
 \end{array}$$

由乘法竖式可以看出,第一部分积 $2\square\square 5 = 2\square 75$, 由于它的个位数字是 5, 所以 d 只能取奇数, 但不能是 1 (是 1 的话, 第一部分积就该是 $\overline{ab5}$ 了), 即 d 可能是 3、5、7、9, 由第二部分乘积 $13\square 0$ 的个位数字是 0, 所以 c 只能取偶数, 即 c 可能是 2、4、6、8。

由于乘积的最高位数字是 4, 所以第三部分积 $\square\square\square$ 的最高位数字只能是 2 或 3, 也就是说, $a=2$ 或 $a=3$ 。

(1) 如果 $a=2$, 那么第一部分积的算式变为 $\overline{2b5} \times d = 2\square 75$, 由这个算式可推得 $d=9, b=7$, 即 $275 \times 9 = 2475$, 这时求第二部分积的算式为 $275 \times c = 13\square 0$, 经试验可知, 无论 c 取任何数值这个等式都不能成立, 这说明 a 不能取 2。

(2) 如果 $a=3$, 那么求第一部分积的算式变为 $\overline{3b5} \times d = 2\square 75$, 由这个算式可推得 $d=7, b=2$, 即 $325 \times 7 = 2275$, 这时求第二部分积中的算式变为 $325 \times c = 13\square 0$, 经试验可知 $c=4$, 即 $325 \times 4 = 1300$ 。因此得被乘数 $\overline{ab5} = 325$, 乘数 $1cd = 147$, 这样其余的空格根据竖式乘法法则就可很容易填出来了。

解:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \boxed{3} \boxed{2} 5 \\
 \times 1 \boxed{4} \boxed{7} \\
 \hline
 2 \boxed{2} \boxed{7} 5 \\
 13 \boxed{0} 0 \\
 \hline
 \boxed{3} \boxed{2} \boxed{5} \\
 4 \boxed{7} 7 7 \boxed{5}
 \end{array}
 \end{array}$$

例 2 在下面除法算式的空格内, 各填上一个合适的数字, 使等式成立。

$$\begin{array}{r}
 \square 8 \square \\
 \hline
 \square \square \square \square \square \square \\
 \square \square \square \square \\
 \hline
 \square \square \square \\
 \square \square \square \\
 \hline
 \square \square \square \square \\
 \square \square \square \square \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

分析:根据除法和乘法的互为逆运算关系,被除数=商×除数,因此如果能找到商数和除数是几,那么被除数就可以推算出来了,再利用竖式除法法则即可填写出其余空格。所以填出商数和除数中的空格是解此题的关键。

我们设商数为 $\overline{a8b}$,除数为 \overline{xyz} ,如下面的算式:

$$\begin{array}{r}
 \overline{a8b} \\
 \hline
 \overline{xyz} \square \square \square \square \square \square \quad \cdots \cdots \text{第一行} \\
 \square \square \square \square \quad \cdots \cdots \text{第二行} \\
 \hline
 \square \square \square \quad \cdots \cdots \text{第三行} \\
 \square \square \square \quad \cdots \cdots \text{第四行} \\
 \hline
 \square \square \square \square \quad \cdots \cdots \text{第五行} \\
 \square \square \square \square \quad \cdots \cdots \text{第六行} \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

根据竖式除法法则,有下面的关系:

$$\overline{xyz} \times a = \square \square \square \square \quad (\text{第二行})$$

$$\overline{xyz} \times 8 = \square \square \square \quad (\text{第四行})$$

$$\overline{xyz} \times b = \square \square \square \square \quad (\text{第六行})$$

$$\text{从 } \overline{xyz} \times 8 = \square \square \square \text{ 可知, } x=1;$$

由 $\overline{xyz} \times a = \square\square\square\square$ 可知 $a > 8$ (因为从第四行可以看出 $\overline{xyz} \times 8$ 得一个三位数), 这样 a 只能取 9; 同理可知 $b = 9$, 因此商数是 989。

由于 $x = 1$, 算式 $\overline{xyz} \times 8 = \square\square\square$ 变为 $1\overline{yz} \times 8 = \square\square\square$ 。由这个算式可知除法竖式中第四行 $\square\square\square$ 的最高位可能是 8 或 9, 但又知第三行减去第四行所得的差仍是三位数 (即第五行), 所以第四行的最高位只能是 8, 而第三行 $\square\square\square$ 的最高位是 9, 第五行的最高位是 1, 也就是说:

$$1\overline{yz} \times 8 = 8\square\square$$

$$1\overline{yz} \times 9 = 1\square\square\square$$

由这两个算式可以推得 $y = 1, z = 2$, 所以除数是 112。

由商数 989, 除数 112, 可以算得被除数是 $989 \times 112 = 110768$ 。

解:

$$\begin{array}{r}
 \overline{) 110768} \\
 \underline{1008} \\
 996 \\
 \underline{896} \\
 1008 \\
 \underline{1008} \\
 0
 \end{array}$$

例 3 下面的算式中, 只有四个 4 是已知的, 要补全其它数字。

$$\begin{array}{r}
 \square \square \square \\
 \hline
 \square 4 \square) \square \square \square \square \square \\
 \square \square 4 \\
 \hline
 \square \square \square \square \\
 \square \square 4 \\
 \hline
 4 \square \square \\
 \square \square \square \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

分析:这道题与例 2 有不同之处,除采取类似例 2 的方法将商表示为 \overline{xyz} ,除数表示为 $\overline{a4b}$ 外,我们还需用几个字母表示关键性的数字,这个题的突破口就在 c 、 d 、 e 上。

$$\begin{array}{r}
) \\
) \square \square \square \square \square \\
) m \square 4 \\
) \square \square \\
) \square 4 \\
) \square \square \\
) \square \square \\
 \hline
) 0
 \end{array}$$

从数字的位置排列上,可以看出 $c=1, d=0, e=9, m$ 不能是 9,因此, $m\square 4 < e\square 4$ 。从式中可以看出 $b \times x$ 和 $b \times y$ 的尾数都是 4。又 $x < y$,两数有 7 种可能: $1 \times 4, 2 \times 2, 2 \times 7, 6 \times 4, 6 \times 9, 8 \times 3, 8 \times 8$,因为这些积的被乘数都是 b ,所以共有四种情况:

第一种: $b=4$,则 $x=1, y=6, a=1$ 。因为 $144 \times 6 = 864 < 900$,所以无解。

第二种: $b=2$, 则 $x=2, y=7, a=1$ 。因为 $142 \times 7 = 994$, 符合 $e=9$ 。

第三种: $b=6$, 则 $x=4, y=9, a=1$ 。因为 $146 \times 9 = 1314$, 不符合 $e=9$ 。

第四种: $b=8$, 则 $x=3, y=8, a=1$ 。因为 $148 \times 8 = 1184$, 不符合 $e=9$ 。

因此, 唯一确定 $b=2, x=2, y=7, a=1$, 由此推定 $z=3$ 。

当确定除式的商是 273, 除数是 142 后, 其余各数很容易确定。补全后的算式是:

$$\begin{array}{r} \\ \\ 142 \overline{) 38766} \\ \underline{284} \\ 1036 \\ \underline{994} \\ 426 \\ \underline{426} \\ 0 \end{array}$$

例 4 下面算式中的每一个字母都代表一个数字, 不同的字母代表不同的数字, 问它们各代表什么数字时, 算式成立?

$$\begin{array}{r} AB \cdots\cdots \text{第一行} \\ \times CB \cdots\cdots \text{第二行} \\ \hline CED \cdots\cdots \text{第三行} \\ AB \cdots\cdots \text{第四行} \\ \hline FAD \cdots\cdots \text{第五行} \\ - GHB \cdots\cdots \text{第六行} \\ \hline DCB \cdots\cdots \text{第七行} \end{array}$$

分析: 首先观察一下这个算式的被乘数和乘数各是几位

数,算式的上半部分是乘法竖式 $\overline{AB} \times \overline{CB}$,所得的乘积为 FAD ,下半部分是个减法竖式,不难看出,当被乘数 \overline{AB} 、乘数 \overline{CB} 确定以后,其它字母就容易确定了,因此求出 A 、 B 、 C 是关键。

由第4行看到: $\overline{AB} \times C = \overline{AB}$,可知: $C=1$ 。

由第3行看到: $B \times B$ 所得的积的个位数是 D ,又由第5、6、7行的个位看到 $B+B$ 所得和的个位也是 D ,由此可知 $B=2, D=4$,这样原来的算式变为:

$$\begin{array}{r} A2 \\ \times 12 \\ \hline 1E4 \\ A2 \\ \hline FA4 \\ -GH2 \\ \hline 412 \end{array}$$

由这个算式的第3行看到 $\overline{A2} \times 2 = \overline{1E4}$,其中 E 必为偶数,但由于 $B=2, D=4$,所以 E 只能是6,8。

①当 $E=6$ 时,则 $A=8$,由此可推得 $F=9, H=7, G=5$,找到一个解。

②当 $E=8$ 时,则 $A=9$,第五行就会是四位数,原式中所得的乘积 \overline{FAD} (第五行)是三位数,不合题意,故 $E \neq 8$ 。

解: $A=8, B=2, C=1, D=4, E=6, F=9, G=5, H=7$ 。

例5 下面等式中的小花狗三个字各代表一个互不相同的数字,问当这个算式成立时,小+花+狗=?

$$\begin{array}{r} \text{小花狗} \\ \times \text{花小狗} \\ \hline \square \square \square \square \quad \dots\dots \text{第一行} \\ \square \square \text{小} \quad \dots\dots \text{第二行} \\ \square \square \square \text{花} \quad \dots\dots \text{第三行} \\ \hline \square \square \square \square \square \square \quad \dots\dots \text{第四行} \end{array}$$

分析:这道题应首先求出三个汉字各代表什么数字时算

式成立,然后再求出这三个汉字所代表的数的和。

(1)由第二行看出,“小花狗 \times 小 $=\square\square$ 小”,由于这个积是三位数,所以有 $1<$ 小 <4 ,也就是说“小”可以取2或3。

(2)由第三行看出,“小花狗 \times 花 $=\square\square\square$ 花”,由于这个积是四位数,又知“小”是2或3,所以“花” >3 。

(3)由第一行看出,“小花狗 \times 狗 $=\square\square\square\square$ ”同样可知,“狗” >3 。

(4)由“小花狗 \times 小 $=\square\square$ 小”,可以看出:“狗” \times “小”所得的积的个位是“小”;由“小花狗 \times 花 $=\square\square\square$ 花”,可以看出:“狗” \times “花”所得的积的个位是“花”。

我们知道 $6\times 2=12$; $6\times 8=48$,由此可知,狗 $=6$,小 $=2$,花 $=8$ 。

解:当小 $=2$,花 $=8$,狗 $=6$ 时,算式成立。所以小+花+狗 $=2+8+6=16$ 。

例 6 欢、度、国、庆各代表什么不同数时,下面四个算式同时成立。

$$\text{欢} + \text{度} \times \text{国} + \text{庆} = 11 \quad \text{①}$$

$$\text{度} \times \text{国} + \text{庆} + \text{欢} = 11 \quad \text{②}$$

$$\text{国} \times \text{庆} + \text{欢} - \text{度} = 11 \quad \text{③}$$

$$\text{庆} + \text{欢} + \text{度} \times \text{国} = 11 \quad \text{④}$$

分析:首先注意观察这些等式,看看它们有什么关系?不难看出,第①②④这三个等式实质是一样的,只是相加的顺序不同而已。因此要使四个等式同时成立,只要使②③两个等式同时成立就可以了,因此我们只讨论当各个汉字是什么数字时,②③两个等式同时成立(当然也可以讨论①、③或④、③两式),为了讨论方便起见,我们把②、③两个等式化简,由于②、