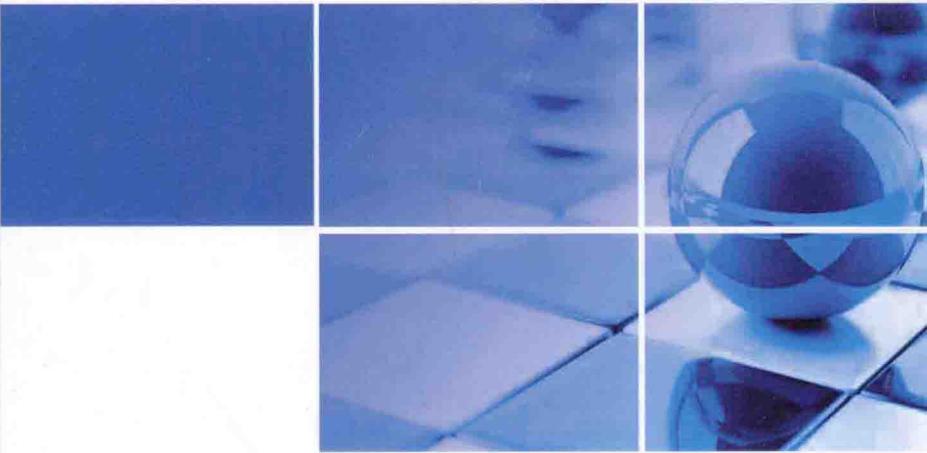


普通高等教育“十二五”规划教材



# 计算机实验工程

## 图形学

(下册)

林大钧 编著



扫描书中  
146个二维码  
看程序代码



机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育“十二五”规划教材

# 计算机实验工程图形学

下册

林大钧 编著



白居易詩集卷之三

机械工业出版社

本书是根据教育部工程图学教学指导委员会最新制定的“普通高等院校工程图学课程教学基本要求”及本课程教学改革发展趋势编著而成的。

本书主要内容包括：几何元素形数转化基础、工程曲线设计、工程曲面设计、微分几何图形基础、物理量的颜色表示、影像反求实验、零件加工模拟实验、CAD 图解工程静力学、表面展开实验、空间角度计算实验、分形与混沌等。

本书配套有《计算机实验工程图形学习题集》（下册），书中配套电子资源包含电子教案、习题解答、程序等内容，均可以通过机械工业出版社教育服务网（[www.cmpedu.com](http://www.cmpedu.com)）下载，可在授课和学习中使用。

本书可作为高等学校机械类、化工类等专业的教学用书，也可作为机械设计、化工设备设计、制造专业和有关工程技术人员的参考用书。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

计算机实验工程图形学. 下册/林大钧编著. —北京：机械工业出版社，2014. 7

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-111-46865-3

I. ①计… II. ①林… III. ①计算机图形学-实验-高等学校-教材  
IV. ①TP391. 41

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 111131 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）

策划编辑：舒 恬 责任编辑：舒 恬 章承林 任正一

版式设计：霍永明 责任校对：刘怡丹

封面设计：张 静 责任印制：乔 宇

保定市中画美凯印刷有限公司印刷

2014 年 11 月第 1 版第 1 次印刷

184mm × 260mm · 20.5 印张 · 2 插页 · 553 千字

标准书号：ISBN 978-7-111-46865-3

定价：45.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服中心：(010) 88361066 教材网：<http://www.cmpedu.com>

销售一部：(010) 68326294 机工官网：<http://www.cmpbook.com>

销售二部：(010) 88379649 机工官博：<http://weibo.com/cmp1952>

读者购书热线：(010) 88379203 封面无防伪标均为盗版

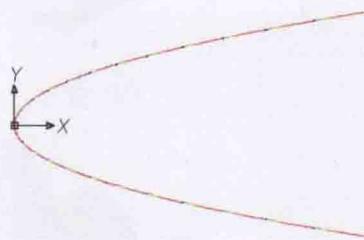


图 5-1 彩色抛物线



图 5-2 彩色抛物线



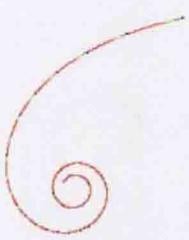
a) 渐开线



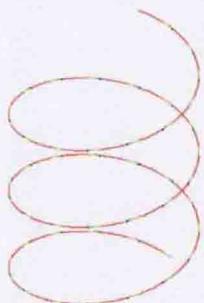
b) 指数曲线



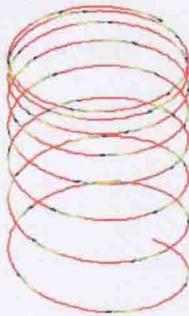
c) 概率曲线



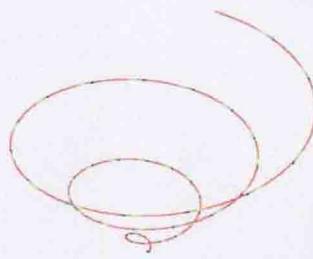
d) 双曲螺线



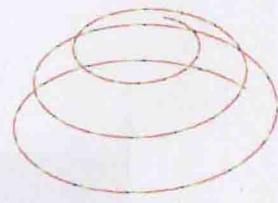
e) 圆柱螺旋线



f) 变螺距曲线



g) 圆锥螺旋线



h) 球面螺旋线

图 5-3 彩色曲线

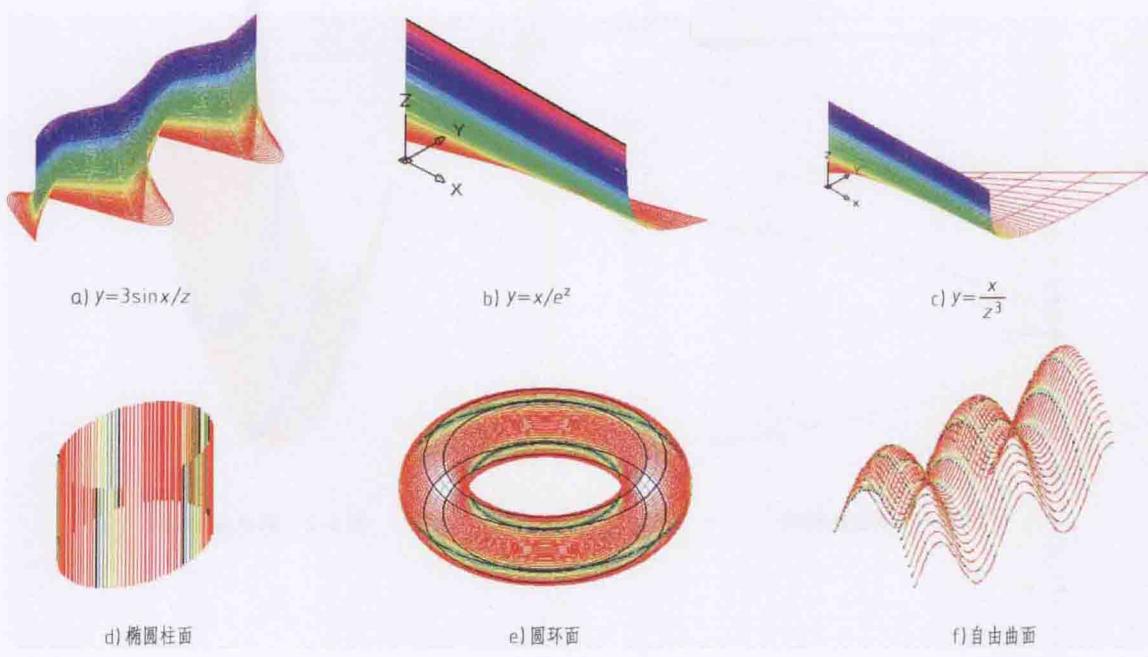


图 5-4 彩色曲线

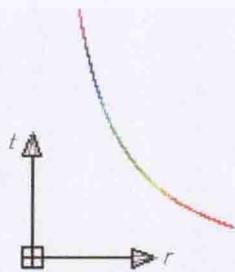


图 5-14b 温度曲线

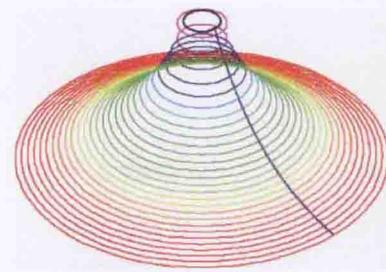


图 5-14c 温度曲面



图 5-16 轴力变化的颜色表示

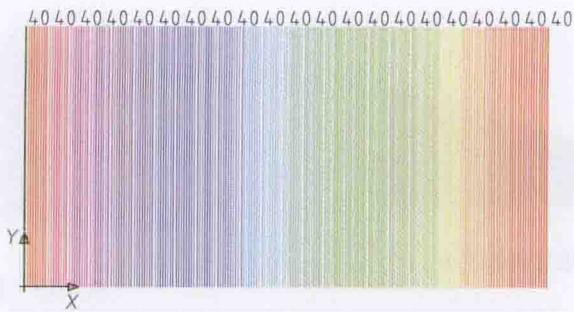


图 5-17 第一段轴力比色卡

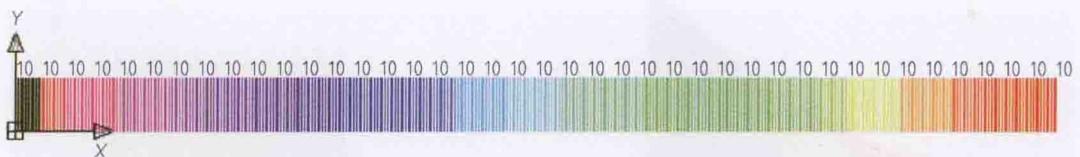


图 5-18 第二段轴力比色卡

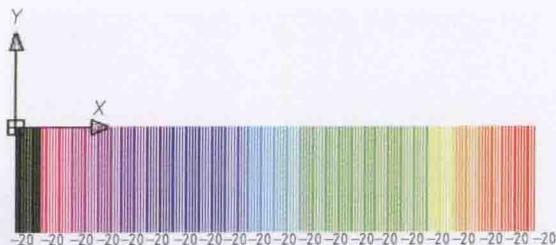


图 5-19 第三段轴力比色卡



图 5-21 扭矩变化的颜色表示

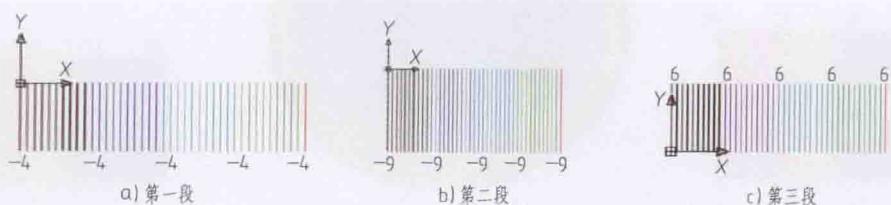


图 5-22 扭矩变化比色卡

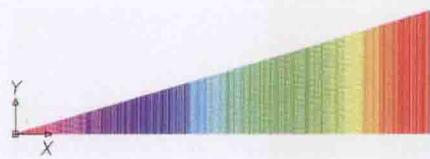


图 5-24 剪力变化的颜色表示

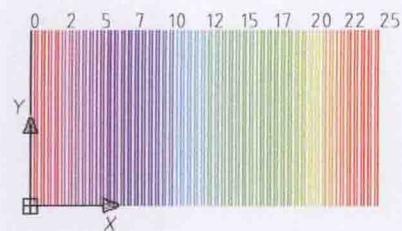


图 5-25 剪力变化比色卡

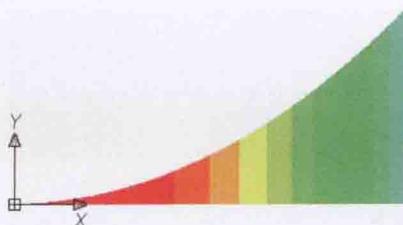


图 5-27 弯矩变化的颜色表示

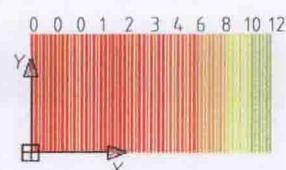


图 5-28 弯矩变化比色卡



图 5-29 平壁导热模型温度  
变化的颜色表示

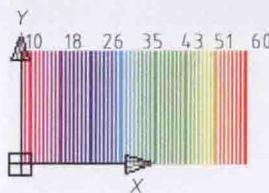


图 5-30 平壁温度变化比色卡

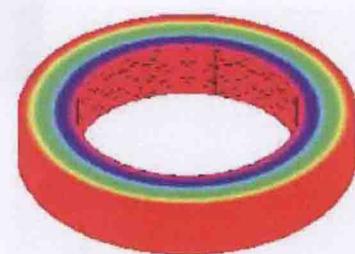


图 5-31 圆筒壁温度变化的颜色表示

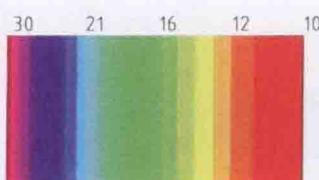


图 5-32 圆筒温度变化比色卡

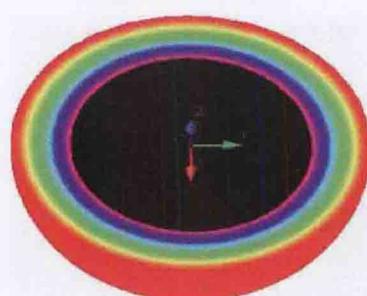


图 5-33 空心球温度变化的颜色表示

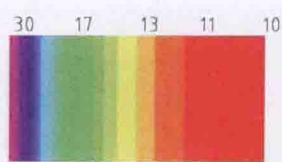


图 5-34 空心球温度变化比色卡

# 前言

本书是根据教育部工程图学教学指导委员会最新制定的“普通高等院校工程图学课程教学基本要求”及本课程教学改革发展趋势编著而成的。

本书上册主要介绍了工程图形学的基础内容；下册则侧重于介绍图形的工程应用。主要采用形、数、计算机相结合的方法来解决工程中与图形相关的问题，使其在作图的速度和精度上能满足现代工程设计的要求。在思维方式上以形象思维和逻辑思维相融合的方式贯穿于问题的解决过程，以提高人的综合思维能力。其中，“形”是形象思维的载体，有几何元素形数转化基础、工程曲线设计、工程曲面设计、微分几何图形基础等章的内容。“形”的表现形式传承了画法几何的图示与图解基本原理和方法。“数”是通过“形”来建立图形内在的定量关系，其表现形式既逻辑严密，又直观易解，“数”的正确性可依据“形”的直观性加以判断，两种思维方式在形转化为数的过程中得到融合。为提高作图速度和精度，将图形的内在数学关系转化成计算机语言，经过编写程序、加载运行得到所需的图形。

为使读者熟练掌握形、数、计算机相结合的方法，用以解决工程实际问题，书中影像反求实验、零件加工模拟实验、表面展开实验、空间角度计算实验等章的内容介绍了形数结合方法的实际运用。所安排的图形实验内容，有的需要实验条件的支撑，如由影像反求实形、器件的表面展开等；有的是数字实验，如工程曲线设计、工程曲面设计、空间角度计算等。

用图形或颜色来描述某些物理量也是本书的一个尝试，如第5章以颜色区分温度、应力等物理量，以带有方向的直线段表示力的大小和方向，当将形、数、计算机相结合的方法对这些含有物理意义的图形进行图示图解时，对相应的有物理含义的问题就可以进行可视的图形解，可使问题的解更简捷和易理解。物理量的颜色表示是根据AutoCAD提供的索引色，给图形赋予颜色，而因为图形可以是数据、方程的外在形式，这些数据、方程可以是反映了某一物理量的变化规律，当给这种特定图形赋予不同的颜色时将会有助于对物理量变化规律的认识和理解。书中第8章CAD图解工程静力学则是根据将力转化成用线段表示而产生的CAD图解工程静力学具体方法。其效果是使工程静力学问题既可获得直观、简捷、精确解，又可更好地发挥空间想象力，有助于对工程静力学问题的拓展性思考。

图形所涉及的领域是非常宽广的。其中，分形(fractal)是20世纪70年代同混沌理论一起发展起来的，是非线性科学的重要组成部分。在实际应用中，分形也显示了巨大的潜力。从气象、生态，直到图形压缩、城市规划，在许多相距甚远的领域里，人们惊奇地发现，分形现象在自然界普遍地、大量地存在着。书中第11章分形与混沌是想展示分形几何学作为当今世界十分风靡和活跃的新理论、新学科，它的出现，使人们重新审视这个世界。分形是图形的一个分支，不仅让人们感悟到图形与科学的融合，图形与数学的统一，而且还有其深刻的科学方法论意义。

本书与现行工程制图课程所用的教材在内容上有较大的区别，先修课程为高等数学、计算机基础等，平行修读课程可以是大学物理、理论力学等。因此，在课程的教学时间安排或自学时应适应这一要求，对于实验内容，也应视条件进行教学，全书内容可根据需要和不同对象，作选择性的教学或自学。

为便于教学和自学，本书配有《计算机实验工程图形学习题集》(下册)，可供选用。本书还配有网络电子资源，包括电子教案、习题解答、程序等内容，以方便师生在授课和学习中使

用。任课老师可登录机械工业出版社教育服务网（[www.cmpedu.com](http://www.cmpedu.com)）下载。

对一本教科书中一个问题的阐明，许多人的贡献要比作者本人作出的贡献大得多。

特别感谢我的同窗好友、江苏大学卢章平教授。他逐字逐句地对原稿进行了审阅，并且从教学和学两个方面，特别是从学生的观点出发提出了许多问题。他提出的许多问题和建议使本书更加清晰明白。

特别感谢清华大学田凌教授。她在本书撰写之初就指出：“通过实验来理解工程图形，这个思路很好，对提高学生对图形学的应用能力很有意义”，并且对本书的框架提出了很好的建议，给了作者很大的鼓励。

特别感谢教育部实施的“卓越工程师教育培养计划”。在实施这一计划的过程中，我校建立了卓越工程师班和理工优秀生班。本书初稿即为这两个教学班的使用教材。通过教学实践，使作者更深地理解了厚基础、强实践，少而精、博而通的精髓。

特别感谢许多学生，他们使用了本书初稿，并且每位同学都花时间写了对初稿的意见和建议，也写下了课程学习体会反馈给我。作为本书的主要读者，学生是极其重要的，许多学生在课程结束后，还要求继续做一些图解工程静力学的题目，这是一个比较典型的拓宽图形应用于工程基础的案例。在各种工程设计中，需要解决一些与静力学相关的问题，解决的方法有解析法、实验法和图解法。目前工程师们习惯于用前两种方法，图解法由于其作图误差和作图效率问题而较少应用。其实，图解法比解析法直观、简便、易于校核，比实验法应用范围大。这种方法还可以直接在设计图样上解决问题。书中提出了在 CAD 环境中对静力学问题进行求解，既体现了直观性也满足了精度要求，提高了解题效率。在学生学习本课程时，恰逢他们也在学习理论力学，在应用两种不同解题方法的过程中使他们对基于 CAD 的图解静力学产生了浓厚的兴趣。有感于此，书中尽可能多地在不同领域体现图形直观明了的优点，企图激发学生学习兴趣并进行深入思考和研究，从而也促使作者不断地思考和改进教学实践，以保证提供最好的教学素材，这样他们为阅读本书所花的时间也会最有价值。非常希望本书的使用者提出您的想法和要求，以便在今后对此书有更好的改进。

特别感谢机械工业出版社为本书的出版付出的辛勤劳动。还要感谢我的妻子蔡笑培和女儿林思源，在写作和出版的整个过程中，她们整理了所有书稿和书中的图片。

最后还要对我的教师同事们表达我深深的谢意。他们都对本书提出了宝贵的意见和建议。因名单太长就不一一列举了，希望他们能多多包涵。

如果您对本书有任何建议和意见，或者有关本书的任何问题，欢迎批评指正。

作者

# 《计算机实验工程图形学》下册

林大钧 编著

## 读者信息反馈表

尊敬的老师：

您好！感谢您多年来对机械工业出版社的支持和厚爱！为了进一步提高我社教材的出版质量，更好地为我国高等教育发展服务，欢迎您对我社的教材多提宝贵意见和建议。另外，如果您在教学中选用了本书，欢迎您对本书提出修改建议和意见。

机械工业出版社教育服务网网址：<http://www.cmpedu.com>

### 一、基本信息

姓名：\_\_\_\_\_ 性别：\_\_\_\_\_ 职称：\_\_\_\_\_ 职务：\_\_\_\_\_ 邮编：\_\_\_\_\_ 地址：\_\_\_\_\_

任教课程：\_\_\_\_\_

电话：\_\_\_\_—\_\_\_\_\_(H) \_\_\_\_\_(O) \_\_\_\_\_

电子邮件：\_\_\_\_\_ 手机：\_\_\_\_\_

### 二、您对本书的意见和建议

(欢迎您指出本书的疏误之处)

### 三、您对我们的其他意见和建议

请与我们联系：

100037 机械工业出版社·高等教育分社 舒恬 收

联系电话：010—8837 9217 传真：010—6899 7455

电子邮件：shutianCMP@gmail.com

前言	1
<b>第1章 几何元素形数转化基础</b>	1
1.1 概述	1
1.2 几何元素形数表达方法	2
1.3 几何元素相对位置形数表达方法	14
1.4 几何元素的投影变换	23
1.5 多方向观察物体实验	33
<b>第2章 工程曲线设计</b>	46
2.1 概述	46
2.2 几何参数曲线	46
2.3 曲线的计算机表示	52
2.4 工程曲线设计实验	58
2.5 三次样条插值曲线	69
2.6 贝塞尔曲线	71
2.7 B 样条曲线	74
2.8 三次 NURBS 曲线	77
<b>第3章 工程曲面设计</b>	80
3.1 概述	80
3.2 空间曲面的数学描述	80
3.3 真实曲面	96
3.4 孔斯曲面	98
3.5 贝塞尔曲面	100
3.6 B 样条曲面	101
3.7 工程曲面设计实验	102
<b>第4章 微分几何图形基础</b>	111
4.1 概述	111
4.2 平面曲线	111
4.3 空间曲线	129
4.4 曲面上点、线的几何性质	141
4.5 曲面上的线	151
4.6 曲面的梯度	170
4.7 曲面在接触点附近的几何性质	175
<b>第5章 物理量的颜色表示</b>	179
5.1 概述	179
5.2 AutoCAD 分配颜色的方法	179
5.3 物理量变化的图形与颜色表示方法	181
<b>第6章 影像反求实验</b>	197
6.1 概述	197

# 目 录

6.2 轴测投影图反求实验	197
6.3 轴测投影动画设计实验	201
6.4 轴测投影空间机构运动设计	203
6.5 轴测投影在快速成型中获取数据的实验	205
6.6 透视投影的基本概念	207
6.7 透视基本原理	210
6.8 透视投影视点位置的选择	215
6.9 应用拍照反求零件原形的实验	218
<b>第7章 零件加工模拟实验</b>	226
7.1 概述	226
7.2 零件加工模拟步骤	226
7.3 螺纹加工模拟实验	231
7.4 斜齿圆柱齿轮加工模拟实验	235
7.5 直齿锥齿轮加工模拟实验	239
7.6 刀具几何形状对加工表面粗糙度的影响	245
<b>第8章 CAD 图解工程静力学</b>	247
8.1 概述	247
8.2 力的图示、合成和分解	247
8.3 CAD 图解平面汇交力系	250
8.4 CAD 图解平面任意力系	252
8.5 CAD 图解空间汇交力系	254
8.6 CAD 图解空间任意力系	255
8.7 索多边形法图解力系的平衡问题	265
<b>第9章 表面展开实验</b>	271
9.1 概述	271
9.2 可展曲面展开图绘制	271
9.3 不可展曲面展开图绘制	276
9.4 球面展开设计实验	280
9.5 圆管组件计算机辅助展开的板厚处理	287
9.6 展开样片排料实验	290
9.7 近似展开方法对压力容器强度影响	291
<b>第10章 空间角度计算实验</b>	298
10.1 概述	298
10.2 空间角度计算机辅助求解	298
10.3 钻模板斜孔加工定位	300



# 第1章 几何元素形数转化基础

## 1.1 概述

本章主要介绍几何元素的图形表达与数学解析存在的内在联系，以及形与数之间的互相转换和对应关系。在几何元素图形表达中，画法几何是在投影体系中通过投影将空间问题转换到平面上解决几何元素之间的定位和度量问题的一种方法。解析几何是以线性代数为主要研究工具的几何学，它是在笛卡儿直角坐标系中用坐标法或向量法以解析的形式表达几何元素之间的定位和度量问题。

画法几何是一门用于图示图解的学科，既是图示空间物体的理论基础，又具有求解功能，空间几何元素之间的定位、度量问题都是依据其基本原理和方法进行求解的。

在图示几何体方面，机械制图国家标准中，规定可以用斜视图、斜剖视图、旋转剖视图来详细表达物体上倾斜部分的结构形状。这种表达方法的原理来源于画法几何中的投影变换理论。其中，斜视图、斜剖视图所采用的是投影变换中的换面法理论，旋转剖视图所采用的是投影变换中的旋转法理论。

在定位度量问题方面，图解法是解决空间几何问题的一种重要手段。例如，对可转位车刀进行设计时，可将刀片、刀槽、刀具的角度画出来，然后根据已知条件，用画法几何中的投影变换法进行空间的角度分析。又如，可对工程静力学问题运用图解法求解，使其既直观又简捷。

解析几何是代数与几何相互结合的产物，其核心思想是用坐标把几何问题表示成代数的形式，然后通过代数方程来表示和求解空间几何问题。

在解析几何中，首先需要建立坐标系，坐标系的种类比较多，有平面直角坐标系、斜坐标系、极坐标系和空间直角坐标系等。在空间坐标系中还有球面坐标和柱面坐标。坐标系将几何对象和数值，以及几何关系和函数联系起来，将空间几何元素之间的关系归结成数量关系。

解析几何中圆锥曲线的有些性质在生活中被广泛地应用。例如，电影放映机的聚光灯泡的反射面是个椭球面，灯丝在椭球的一个焦点上，影片门在另一个焦点上；又如，探照灯、聚光灯、太阳灶、雷达天线、卫星天线、射电望远镜等都是利用抛物面的原理制成的。

解析几何运用坐标的方法可以解决两类基本问题：一类是得出满足给定条件点的轨迹，通过坐标系建立轨迹方程；另一类是研究方程所表示的几何元素的基本性质。运用坐标法解决问题的基本步骤是：首先建立相应的坐标系，把已知点轨迹的几何条件转化成代数方程；然后运用代数中的工具对方程进行研究；最后用几何语言来叙述代数方程的性质，得到原先几何问题的求解结果。

画法几何与解析几何相比，由于作图操作和仪器工具的限制，在精度上有一定的局限性，但在一定精度要求的范围内，它有比解析几何简便迅速，且具有明确显示几何形状的优点。

为了克服精度局限性，保留直观性，将图解法中投影的几何本质与解析式原有的内在联系相结合。比如在解决某些实际问题时，需要先把工程问题抽象成几何模型，通过适当的几何变换和几何作图可得到明显的几何关系，并据此推导出表征其普遍规律的解析关系式，再进行运算即可获得高精度的数值结果。有时，还需要把这些数值结果返回图中，以便直观地、全面地分析

实际结构的合理性。因此，图解法在解决实际问题时起到了推导解析关系式的前导和简化解析关系式的媒介作用。并通过对函数关系式的分析可以更深刻地理解其几何关系、几何本质及变化规律。这样做，既说明了图示法和图解法的理论依据，又加强了几何作图的严谨性和科学性。更具有实际意义的是，人们在解决实际问题时，先利用图示图解的方法获得解决问题的直观流程，使得空间想象力的发挥有具体的渠道，有利于对问题的直觉把握，再根据图解过程建立对应的解析关系式，编写图解程序，通过计算机运行程序，得到精确结果，使直观性和精确性统一于问题的解决之中。

## 1.2 几何元素形数表达方法

### 1.2.1 空间直角坐标系和三投影面体系

如果给出某个坐标系，则空间点（或任何几何图形）的位置是可以确定的。为了按照正投影确定空间几何图形的位置并表示其形状，使用由三个互相垂直的坐标平面所构成的笛卡儿坐标系最方便。图 1-1 所示为由三个互相垂直的平面组成的模型。它们的名称是：

平面  $H$ ——水平投影面；

平面  $V$ ——正立投影面；

平面  $W$ ——侧立投影面。

投影面的交线构成坐标轴。 $X$  轴称为横坐标轴； $Y$  轴称为纵坐标轴； $Z$  轴称为高坐标轴。坐标轴的交点为坐标原点，标以字母  $O$ 。我国以及大部分欧洲国家采用右手系的投影配置。

此时，坐标轴的正方向规定为： $X$  轴——由坐标原点向左； $Y$  轴——由  $V$  面向观察者一方； $Z$  轴——由  $H$  面向上。与上述方向相反者为负方向。

坐标平面可把空间分为八个区域（分角）。图 1-1 给出的是第 I 分角，因画法几何用 I 分角进行图示，与空间解析几何的 I 分角坐标符号完全一致，便于阐述解析与图解的对应关系，并可使由投影图形推导出的计算公式具有普遍意义。

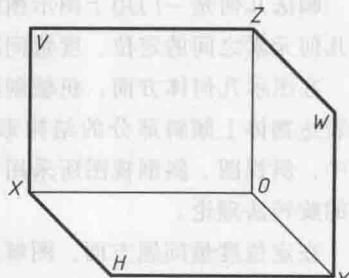


图 1-1 直角坐标系和三投影面

### 1.2.2 点的坐标与投影

图 1-2 所示为空间点  $A$  和三个相互垂直的投影面。点  $A$  在空间的位置由表示该点到投影面距离大小的三个坐标  $(x, y, z)$  所确定。为了确定这些距离，必须过  $A$  点作直线垂直于投影面，求出这些直线与投影面的交点  $a$ 、 $a'$ 、 $a''$ ，量出线段  $aA$ 、 $a'A$ 、 $a''A$  的大小，它们就是点  $A$  相应的高坐标  $z$ 、纵坐标  $y$  和横坐标  $x$ 。点  $a$ 、 $a'$ 、 $a''$  统称为  $A$  的正投影。规定： $a$ —— $A$  点的水平投影； $a'$ —— $A$  点的正面投影； $a''$ —— $A$  点的侧面投影。线段  $a''A$ —— $A$  点的横坐标； $a'A$ —— $A$  点的纵坐标； $aA$ —— $A$  点的高坐标。直线  $aA$ 、 $a'A$ 、 $a''A$  称为投射线。点  $A$  向水平投影面的投射线  $aA$  称为水平投射线。同样， $a'A$ 、 $a''A$  称为正面投射线和侧面投射线。过  $A$  点的两条投射线所确定的平面通常称为投射面。为了得到点  $A$  的投影图，规定  $H$  面绕  $OX$  轴按图示箭头方向转  $90^\circ$  和  $V$  面重合，规定  $W$  面绕

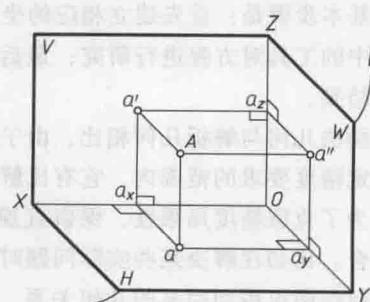


图 1-2 空间点  $A$  的坐标和投影

$OZ$  轴按图示箭头方向转  $90^\circ$  和  $V$  面重合，得到三面投影的投影图。投影图中  $OY$  轴分为两处，根据其随  $H$ 、 $W$  面转动两种情况，分别以  $OY_H$ 、 $OY_W$  区别之。投影面  $V$  不改变本身的位置，点的正面投影  $a'$  仍位于  $V$  面原来的位置上。水平投影  $a$  连同水平投影面一起向下旋转，且配置在由正面投影  $a'$  向  $X$  轴所作的一条垂线上。侧面投影  $a''$  连同侧立投影面一起旋转，最后处于图 1-3a 所示的位置，由于投影面可以无限扩展，因此其边界省略不画，如图 1-3b 所示。这时  $a''$  位于过  $a'$  所引  $Z$  轴的垂线上，且距  $Z$  轴的距离正好等于水平投影  $a$  距  $X$  轴的距离。因此，点的水平投影和侧面投影之间的联系，可以借助两条垂直线段  $aa_z$  和  $a'a''$  建立起来， $aa_z$  和  $a'a''$  之间用一段圆弧连接，来反映  $aa_z$  与  $a'a''$  的相等关系，圆心在坐标原点。利用这种关系可以求出所缺的侧面或水平投影。侧面或水平投影的位置，根据给出的水平（或侧面）投影和正面投影，不需作圆弧也可求出。在这种情况下，可借助折线  $aa_0a''$  建立水平投影和侧面投影之间的联系，折线的顶点  $a_0$  在  $Y$  轴组成的角等分线上。图 1-3 所示的投影图具有在图 1-2 所示的空间模型中所包含的同样数据。为了确定点  $A$  的空间位置，需要知道它的三个坐标  $(x, y, z)$ ，即图 1-2 中线段  $a''A$ 、 $a'A$ 、 $aA$  的长度。这些线段的长短很容易在图 1-3 中确定，即  $x = a''A = aa_z = a'a_z$ ， $y = a'A = aa_z = a''a_z$ ， $z = aA = a'a_z = a''a_z$ 。同时，点  $A$  的水平投影由横坐标  $x$  和纵坐标  $y$  确定；正面投影由横坐标  $x$  和高坐标  $z$  确定；而侧面投影由纵坐标  $y$  和高坐标  $z$  确定，即  $a(x, y)$ ， $a'(x, z)$ ， $a''(y, z)$ 。由此得到：

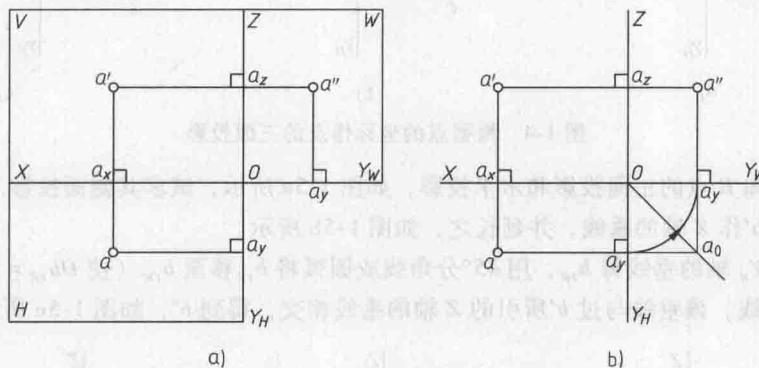


图 1-3 点的坐标和投影的关系

### 1. 空间点到投影面的距离

- 1) 点到  $W$  投影面的距离与该点的水平投影  $a$  到  $Y$  轴（或正面投影  $a'$  到  $Z$  轴）的距离相等。
- 2) 点到  $V$  投影面的距离与该点的水平投影  $a$  到  $X$  轴（或侧面投影  $a''$  到  $Z$  轴）的距离相等。
- 3) 点到  $H$  投影面的距离与该点的正面投影  $a'$  到  $X$  轴（或侧面投影  $a''$  到  $Y$  轴）的距离相等。

### 2. 点的两个正投影完全确定了点在空间的位置

由此得出推论：给定点的任何两个正投影，总可以作出其第三个正投影。事实上，从两个正投影关系中，总是可以得到点的三个坐标值。

### 3. 任何点的两个投影间的关系

- 1) 任何点的水平投影和正面投影位于同一条  $X$  轴的垂线上（投影连线）上。
- 2) 任何点的水平投影和侧面投影位于同一条  $Y$  轴的垂线上（投影连线）上。
- 3) 任何点的正面投影和侧面投影位于同一条  $Z$  轴的垂线上（投影连线）上。

### 4. 坐标面和坐标轴上点的坐标特征

在坐标面或坐标轴上的点，其坐标见表 1-1。

表 1-1 坐标面和坐标轴上点的坐标

点所在的坐标面	$XOY(H)$ 面	$XOZ(V)$ 面	$YOZ(W)$ 面
坐标特征	$z=0$	$y=0$	$x=0$
点所在的坐标轴	$OX$ 轴	$OY$ 轴	$OZ$ 轴
坐标特征	$y=z=0$	$z=x=0$	$x=y=0$

例 1-1 已知空间点 C 的坐标为  $(12, 10, 15)$ ，试作其三面投影图。

解 1) 作  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  轴得原点  $O$ ，然后在  $OX$  轴上自  $O$  点向左量取  $x=12$ ，再由该点向下沿  $Y_H$  轴量取  $y=10$ ，即得  $C$  点的水平投影  $c$ ，如图 1-4a 所示。

2) 沿  $OZ$  轴向上量取  $z=15$ ，沿  $OX$  轴向左量取  $x=12$ ，求得  $C$  点的正面投影  $c'$ ，如图 1-4b 所示。

3) 沿  $OZ$  轴向上量取  $z=15$ ，沿  $OY_W$  轴向右量取  $y=10$ ，得  $C$  点的侧面投影  $c''$ ，如图 1-4c 所示。

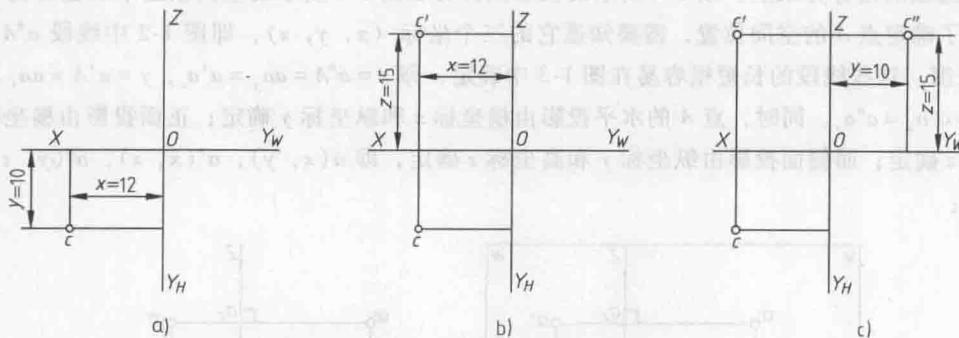


图 1-4 根据点的坐标作点的三面投影

例 1-2 已知  $B$  点的正面投影和水平投影，如图 1-5a 所示，试求其侧面投影。

解 1) 从  $b'$  作  $Z$  轴的垂线，并延长之，如图 1-5b 所示。

2) 从  $b'$  作  $Y_H$  轴的垂线得  $b_{YH}$ ，用  $45^\circ$  分角线或圆弧将  $b_{YH}$  移至  $b_{YW}$ （使  $Ob_{YH} = Ob_{YW}$ ），然后从  $b_{YW}$  作  $Y_W$  轴的垂线，该垂线与过  $b'$  所引的  $Z$  轴的垂线相交，得到  $b''$ ，如图 1-5c 所示。

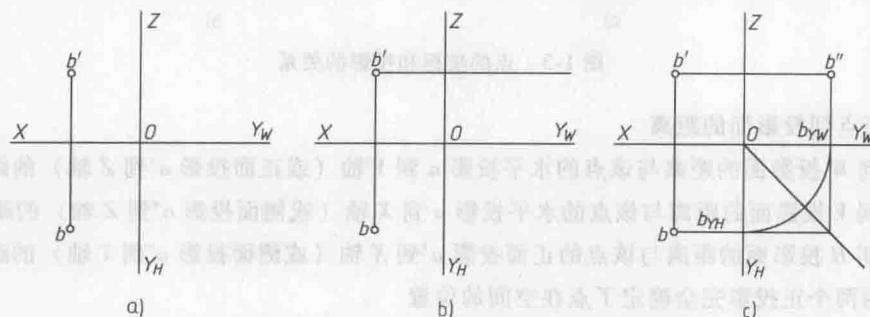


图 1-5 由点的两面投影求第三面投影

### 1.2.3 直线的投影与倾角

一般情况下，直线的投影仍是直线。其投影可以由直线上两点的投影确定。如已知直线  $AB$  上  $A$  和  $B$  两点的坐标，即可求出  $A$ 、 $B$  两点的三面投影，然后分别连接两点的同面投影，即连接  $ab$ 、 $a'b'$ 、 $a''b''$ ，就得到  $AB$  的三面投影，如图 1-6 所示。由图 1-6a 可见，直线  $AB$  既不平行也不垂直于任何投影面，故称为一般位置直线，其投影特性是：

1) 三个投影与各投影轴都成倾斜位置。

2) 三个投影的长度都小于直线本身的实际长度, 如图 1-6b 所示, 即  $ab < AB$ ;  $a'b' < AB$ ;  $a''b'' < AB$ 。

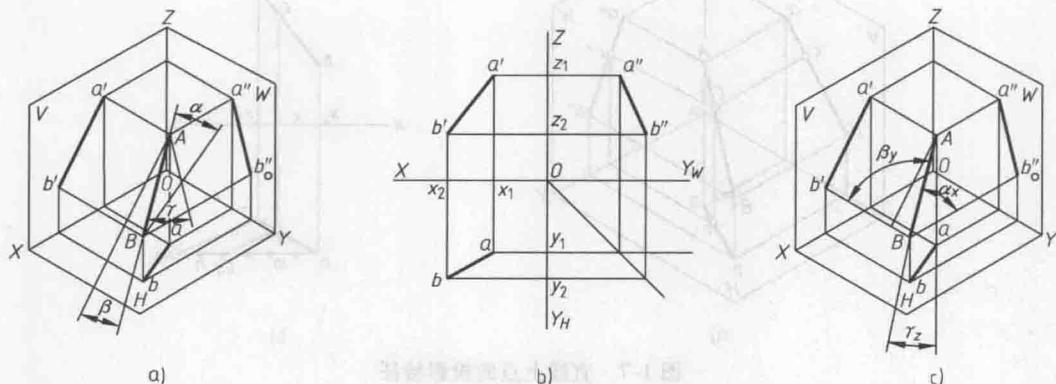


图 1-6 直线与投影面及投影轴的夹角

设直线  $AB$  对  $H$ 、 $V$ 、 $W$  三个投影面的倾角分别为  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ , 如图 1-6a 所示, 根据直线对平面倾角是直线与其在该平面上投影的夹角的定义, 故有

$$\cos\alpha = \frac{ab}{AB}; \cos\beta = \frac{a'b'}{AB}; \cos\gamma = \frac{a''b''}{AB} \quad (1-1)$$

设直线  $AB$  上两点的坐标为  $A(x_1, y_1, z_1)$ ,  $B(x_2, y_2, z_2)$ , 直线  $AB$  与投影轴的夹角(图 1-6c) 大小为

$$\begin{cases} \cos\alpha_x = \frac{x_2 - x_1}{AB} & (\text{对 } X \text{ 轴}) \\ \cos\beta_y = \frac{y_2 - y_1}{AB} & (\text{对 } Y \text{ 轴}) \\ \cos\gamma_z = \frac{z_2 - z_1}{AB} & (\text{对 } Z \text{ 轴}) \end{cases} \quad (1-2)$$

式中,  $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ 。

由图 1-6a、b 可知,  $\alpha$  与  $\gamma_x$ 、 $\beta$  与  $\beta_y$ 、 $\gamma$  与  $\alpha_x$  互为余角。

#### 1.2.4 属于直线的点

定理: 如果点在直线上, 则点的各个投影必在该直线的同面投影上。点分线段之比, 投影后保持不变。即

$$\frac{AC}{CB} = \frac{a'c'}{c'b'} = \frac{ac}{cb}$$

如图 1-7a 所示, 若  $C$  点在直线  $AB$  上, 则  $c'$  必在正面投影  $a'b'$  上,  $c$  必在水平投影  $ab$  上。图 1-7b 所示为按已知比值确定  $C$  点投影的作图方法。

由  $b$  点引任一直线  $bA_0$ , 按已知比值截取  $bC_0 : C_0A_0 = m : n$ , 连接  $A_0a$ , 再过  $C_0$  作  $C_0c \parallel A_0a$ , 则  $bc : ca = m : n$ 。设点  $C(x, y, z)$  把直线  $AB$  分成已知比

$$\frac{AC}{CB} = \frac{m}{n} \quad (\text{若 } \frac{m}{n} < 0, C \text{ 点为外分点})$$

则定比分点  $C$  的  $x$  坐标由图 1-7b 可知

$$\frac{x_2 - x}{x - x_1} = \frac{m}{n}$$