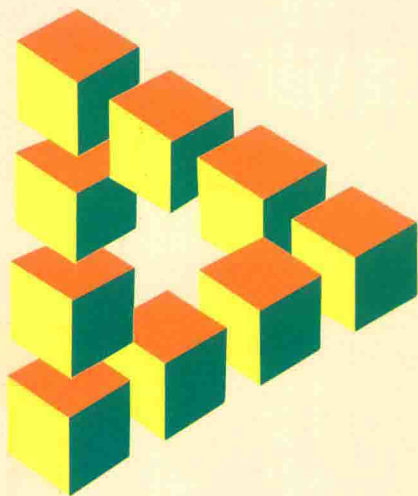


教师专业发展丛书 中学数学教师卷

拔尖创新潜质生数学学习指导

主 编 郭青初 副主编 翟信旗 徐同烈



上海市
著名商
标

华东师范大学出版社

全国百佳图书出版单位

拔尖创新潜质生数学学习指导

主 编 郭青初 副主编 翟信旗 徐同烈

编 委 (排名不分先后)

郭青初	翟信旗	徐同烈	郭科玺
徐杰霞	唐德峰	陈 邕	曾 刚
黄绪富	王光定	范 波	郑智琼
任劲松	曾友春	何 伟	

图书在版编目(CIP)数据

拔尖创新潜质生数学学习指导/郭青初主编. —上海: 华东师范大学出版社, 2013. 8
ISBN 978 - 7 - 5675 - 1185 - 9

I. ①拔… II. ①郭… III. ①中学数学课—教学研究
IV. ①G633. 602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 210545 号

拔尖创新潜质生数学学习指导

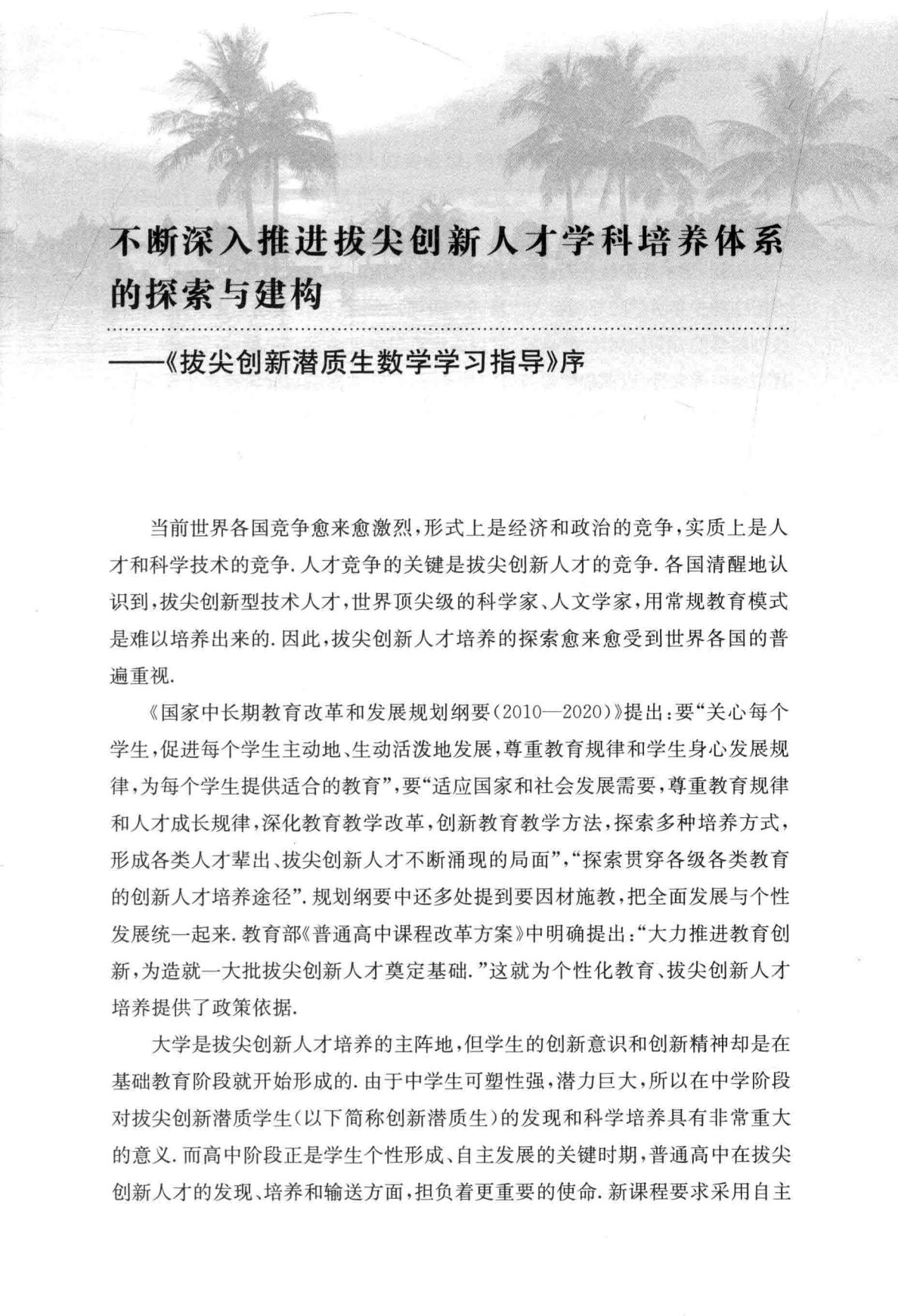
主 编 郭青初
策划编辑 李文革
审读编辑 李文革
封面设计 黄惠敏

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
网 址 www.ecnupress.com.cn
电 话 021 - 60821666 行政传真 021 - 62572105
客服电话 021 - 62865537 门市(邮购)电话 021 - 62869887
地 址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网 店 <http://hdsdcbs.tmall.com>

印 刷 者 上海商务联西印刷有限公司
开 本 700 × 1000 16 开
印 张 11.75
字 数 180 千字
版 次 2013 年 10 月第一版
印 次 2013 年 10 月第一次
书 号 ISBN 978 - 7 - 5675 - 1185 - 9/G · 6819
定 价 26.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题, 请寄回本社客服中心调换或电话 021 - 62865537 联系)



不断深入推进拔尖创新人才学科培养体系的探索与建构

——《拔尖创新潜质生数学学习指导》序

当前世界各国竞争愈来愈激烈,形式上是经济和政治的竞争,实质上是人才和科学技术的竞争.人才竞争的关键是拔尖创新人才的竞争.各国清醒地认识到,拔尖创新型技术人才,世界顶尖级的科学家、人文学家,用常规教育模式是难以培养出来的.因此,拔尖创新人才培养的探索愈来愈受到世界各国的普遍重视.

《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010—2020)》提出:要“关心每个学生,促进每个学生主动地、生动活泼地发展,尊重教育规律和学生身心发展规律,为每个学生提供适合的教育”,要“适应国家和社会发展的需要,尊重教育规律和人才成长规律,深化教育教学改革,创新教育教学方法,探索多种培养方式,形成各类人才辈出、拔尖创新人才不断涌现的局面”,“探索贯穿各级各类教育的创新人才培养途径”.规划纲要中还多处提到要因材施教,把全面发展与个性发展统一起来.教育部《普通高中课程改革方案》中明确提出:“大力推进教育创新,为造就一大批拔尖创新人才奠定基础.”这就为个性化教育、拔尖创新人才培养提供了政策依据.

大学是拔尖创新人才培养的主阵地,但学生的创新意识和创新精神却是在基础教育阶段就开始形成的.由于中学生可塑性强,潜力巨大,所以在中学阶段对拔尖创新潜质学生(以下简称创新潜质生)的发现和科学培养具有非常重大的意义.而高中阶段正是学生个性形成、自主发展的关键时期,普通高中在拔尖创新人才的发现、培养和输送方面,担负着更重要的使命.新课程要求采用自主

探索、互助合作、感受体验、主动建构、综合实践、发现创造等学习方式,加强学生数学综合素质教育和创新能力培养,促进学生思维能力、创新能力的全面发展。

为此,学术界纷纷开展相关研究和探索。先有北京市八中自办的少年班,人大附中的少年科学院等创新人才培养实践,而后北京市教委成立北京青少年科技创新学院,用“翱翔计划”确定了“以高中阶段学生为主要对象,以创新人才选拔与培养为宗旨,以课程学习与研究性学习相结合、高中与大学课程相互兼容、‘翱翔计划’学习与高等教育学习相衔接、国内与国际课程学习相整合为主要培养方式,以创建新型人才培养制度为保障的拔尖创新人才培养模式”。该计划显著增强学生的科学知识基础、实践能力、人文素养和国际视野,成就了一批社会主义建设事业需要的拔尖创新人才。浙江温州大力推进“小数学家”、“小科学家”、“小文学家”培养计划,以“一校一品牌,一校多特色”为策略,侧重于小学生和初中学生参加这样的科技活动。深圳中学大力利用校外资源,建立五大创新中心,即深圳中学—华大基因创新体验中心、深圳中学—华为创新体验中心、深圳中学—腾讯创新体验中心、深圳中学—比亚迪创新体验中心、深圳中学—麻省理工发明与青年物理学家比赛体验创新中心,依托中心建设的硬软件,培养科技方面的创新人才。启东中学以兴趣小组作为培养中学拔尖人才的主阵地。东北育才集团成立“创新实验班”,打破传统的教学模式,不把眼睛盯在分数上,着力培养学生的创新精神。创新大赛或学科竞赛等都瞄准偏才、怪才,创新实验班成为自主招生的直通车。绵阳南山中学成立“学术探究型”与“动手技能型”两大类六个分项目的“拔尖创新人才培养实验班”,学术探究型分为数、理、化、生、信息学五大学科奥赛兴趣班,动手技能型分为机器人科技创新兴趣班、艺术创意兴趣班、教体结合的网球拔尖人才培训基地,为学生配备学业导师(教练)和成长规划导师,进行全程性全方位的指导和培养。

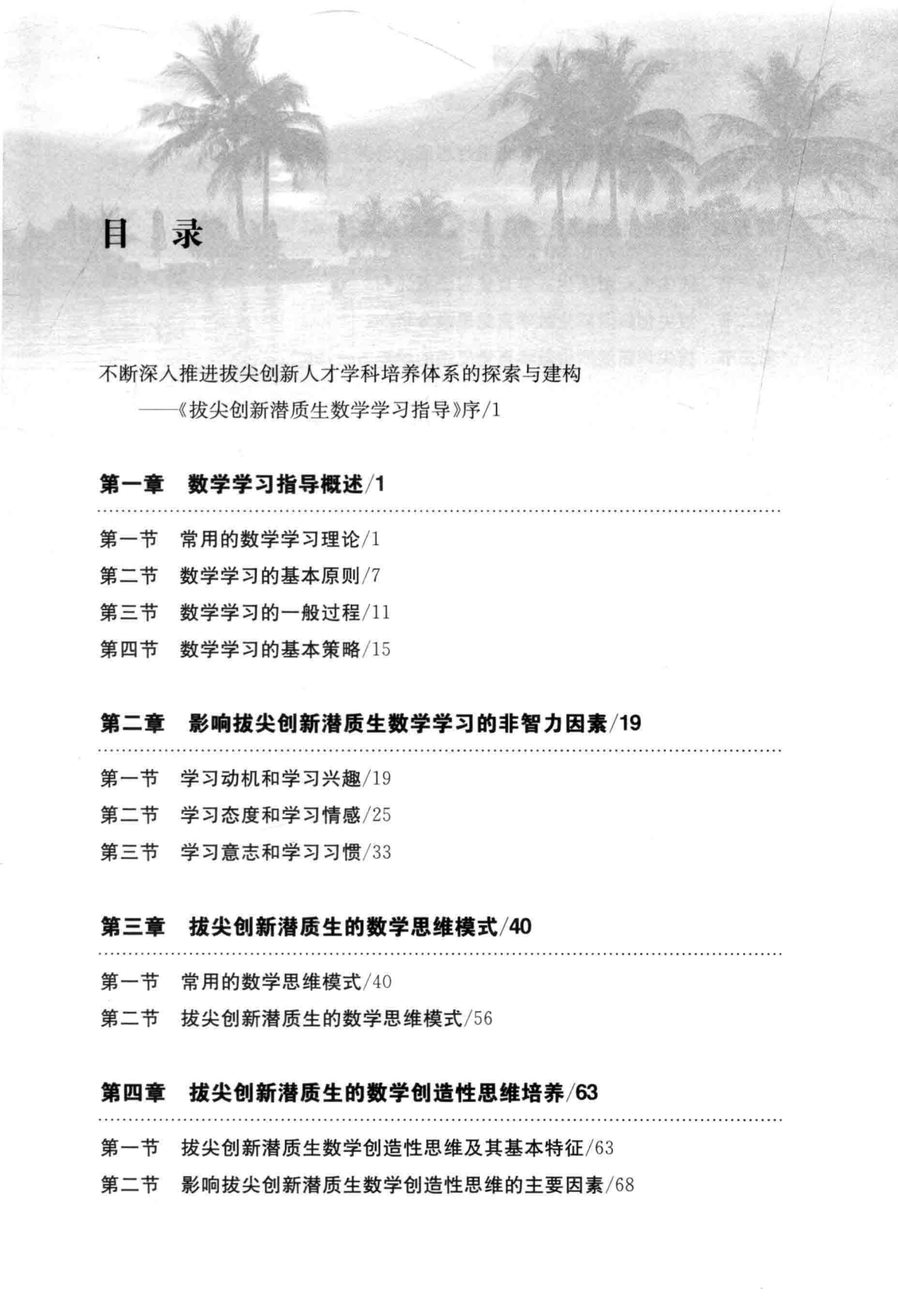
通过对上述地区、学校的创新人才培养实践的分析,我们发现它们地处政治经济文化发达地区,依托大学、科研院所,在科技创新人才培养方面具备十分优越的资源条件,大多数学校以各类竞赛、制作发明、科学实验让学生经自主招生入名校而获得社会认同。但以数学学科的学习方式培养学生的创新思维和实践能力的具体做法还未见报道。欠发达地区远离高校院所,远离发达城市,文

化、经济相对落后,拔尖创新型人才稀缺,对这些地区的创新潜质生的培养方法进行研究,有利于促进区域教育均衡发展.在此背景下,《拔尖创新潜质生数学学习指导》应运而生.

本书共分八章,以建构主义教育理论、多元智能理论、学习心理学、教学原则为指导,分别从思维品质、思维习惯、非智力因素和学习方法等多角度,系统探讨了影响创新潜质生数学学习的非智力因素、创新潜质生的数学思维模式、创新潜质生的数学创造性思维培养、创新潜质生的数学直觉思维培养、创新潜质生应具备的解题素养、创新潜质生解题后的反思习惯培养、创新潜质生的数学学法指导等重大课题,重点研究创新潜质生的测试、甄别,创新潜质生的兴趣特点、思维特点,创新潜质生的数学学习方法状况分析,创新潜质生的数学学习方法指导策略,总结了创新潜质生培养的一般规律和一般方法.

由于本书论述的只是创新潜质生培养的一种探索和尝试,若干重要问题还有待深入研究,我们希望各位专家同行批评指正.

编者



目 录

不断深入推进拔尖创新人才学科培养体系的探索与建构

——《拔尖创新潜质生数学学习指导》序/1

第一章 数学学习指导概述/1

第一节 常用的数学学习理论/1

第二节 数学学习的基本原则/7

第三节 数学学习的一般过程/11

第四节 数学学习的基本策略/15

第二章 影响拔尖创新潜质生数学学习的非智力因素/19

第一节 学习动机和学习兴趣/19

第二节 学习态度和学习情感/25

第三节 学习意志和学习习惯/33

第三章 拔尖创新潜质生的数学思维模式/40

第一节 常用的数学思维模式/40

第二节 拔尖创新潜质生的数学思维模式/56

第四章 拔尖创新潜质生的数学创造性思维培养/63

第一节 拔尖创新潜质生数学创造性思维及其基本特征/63

第二节 影响拔尖创新潜质生数学创造性思维的主要因素/68

第三节 拔尖创新潜质生数学创造性思维的培养方法/71

第五章 拔尖创新潜质生的数学直觉思维培养/83

第一节 拔尖创新潜质生数学直觉思维概述/83

第二节 拔尖创新潜质生数学直觉思维分析/91

第三节 拔尖创新潜质生数学直觉思维的培养方法/96

第六章 拔尖创新潜质生应具备的解题素养/114

第一节 观察、联想、发散/114

第二节 类比/118

第三节 分解与整合/123

第四节 转换/126

第五节 数形结合/131

第六节 构造与配凑/136

第七章 拔尖创新潜质生解题后的反思习惯培养/142

第一节 拔尖创新潜质生检查习题解答的若干方法/142

第二节 拔尖创新潜质生解题后反思的要求/149

第八章 拔尖创新潜质生的数学学法指导/158

第一节 拔尖创新潜质生学法指导的意义/158

第二节 拔尖创新潜质生数学学法指导的原则/159

第三节 拔尖创新潜质生的基本数学学习方法/162

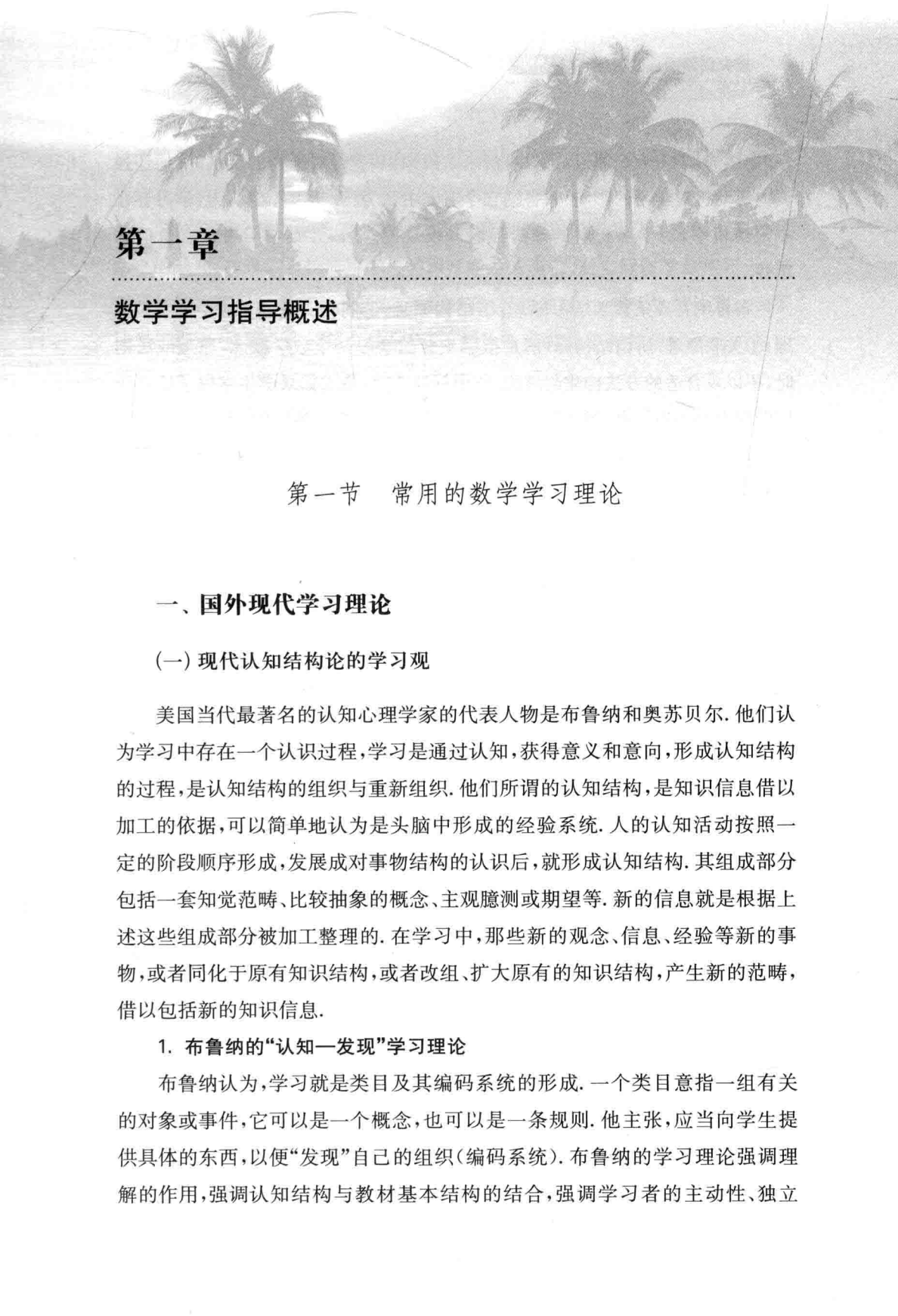
附录一 波利亚数学解题表/167

附录二 数学解题方法系统表/169

附录三 裂项与放缩/170

参考文献/177

后记/178



第一章

数学学习指导概述

第一节 常用的数学学习理论

一、国外现代学习理论

(一) 现代认知结构论的学习观

美国当代最著名的认知心理学家的代表人物是布鲁纳和奥苏贝尔. 他们认为学习中存在一个认识过程, 学习是通过认知, 获得意义和意向, 形成认知结构的过程, 是认知结构的组织与重新组织. 他们所谓的认知结构, 是知识信息借以加工的依据, 可以简单地认为是头脑中形成的经验系统. 人的认知活动按照一定的阶段顺序形成, 发展成对事物结构的认识后, 就形成认知结构. 其组成部分包括一套知觉范畴、比较抽象的概念、主观臆测或期望等. 新的信息就是根据上述这些组成部分被加工整理的. 在学习中, 那些新的观念、信息、经验等新的事物, 或者同化于原有知识结构, 或者改组、扩大原有的知识结构, 产生新的范畴, 借以包括新的知识信息.

1. 布鲁纳的“认知—发现”学习理论

布鲁纳认为, 学习就是类目及其编码系统的形成. 一个类目意指一组有关的对象或事件, 它可以是一个概念, 也可以是一条规则. 他主张, 应当向学生提供具体的东西, 以便“发现”自己的组织(编码系统). 布鲁纳的学习理论强调理解的作用, 强调认知结构与教材基本结构的结合, 强调学习者的主动性、独立

性。他认为,学习者是通过认识、理解来掌握知识,获得对事物的反映的。他还强调内部动机对学习的影响。布鲁纳在学习上主张“发现学习”。他认为,学习者在一定情境中,对学习材料的亲身经验和发现的过程,才是学习者最有价值的东西。

布鲁纳有四条数学学习原理:①结构原理;②符号原理;③比较和变式原理;④关联原理。所谓结构原理,是指学生开始学习一个数学概念、原理或法则时,要以最合适的方法构建起结构。所谓符号原理,是指如果学生掌握了适合于他们智力发展的符号,那么就能在认知上形成早期的结构。比较和变式原理则表明,从概念的具体形式到抽象形式的过渡,需要比较和变式,要通过比较和变式来学习数学概念。而关联原理,是指应把概念、原理联系起来,在统一的系统中学习。

2. 奥苏贝尔的“认知—接受”学习理论

奥苏泊尔提出的认知学习论,旨在讨论他所称的“有意义言语学习”。他认为,学生在校学习,主要是通过言语形式理解知识的意义,接受系统的知识。意义学习是和行为主义的机械学习相对立的。意义学习是掌握事物的意义,把握事物内部的实质性联系与其他事物相联系的反应的一些部分,因为它引起了“意识内容”中与该事物相当的一个映象。一个刺激或一个概念必须在人的“意识”中具有可与之相等的“重要东西”时才有意义。这个“重要东西”被称之为认知结构。在一个人的“意识”(或头脑)中,认知结构是由或多或少有组织的、稳定的概念(或观念)组成的。奥苏泊尔的一个与认知结构观念相联系的主张是:教学的进行应当由最一般的、范围广的概念到具体而详细的例证(这正好同布鲁纳的主张相反)。

奥苏泊尔认为,学习过程是在原有认知结构基础上,形成新的认知结构的过程;原有的认知结构对于新的学习始终是一个最关键的因素;一切新的学习都是在过去学习的基础上产生的,新的概念、命题等总是通过与学生原来的有关知识相互联系、相互作用的条件转化为主体的知识结构。

布鲁纳和奥苏泊尔都认为,学习是认知结构的组织和再组织,都强调原有认知结构的作用,也强调学习材料本身的内在联系。对于如何获得新的意义和理解的过程,两人强调的重点有所不同,布鲁纳强调学生的发现,而奥苏泊尔则

强调接受,但不论是发现学习或接受学习,都是积极主动的过程.他们两人都重视内在的动机与学习活动本身带来的内在强化作用.

旧的认知论建立在动物心理学的研究基础上,它所指的认知实际上是知觉水平的认知,故难以直接应用于人类课堂学习情境中,对实际教学作用不大;而现代认知论建立在研究人类课堂情境中的学习的基础上,它所指的认知达到了抽象思维水平,因此比较符合教学实际,能比较满意地解释抽象的语言材料的学习.

现代认知学习理论启示我们,要重视内部动机对学习的作用;要创造条件在学习过程中进行探究、猜测和发现;要重视“结构”教学;在输入新知识信息时,必须注意原有的知识水平和认知水平;要重视发展与培养自己的“顿悟力”;要重视培养学生自我检查、自我评价的能力.

(二) 加涅的“信息加工”学习理论

把学习看做信息的加工和贮存,乃是近代认知心理学家最为强调的一个观点,它是现代认知派学习观的一个新动向、新发展.

1. 学习与记忆的信息加工模式

来自环境的刺激从感受器输入到感觉记录器(非常短暂的记忆贮存),然后进入短时记忆,最长大约可以持续 30 秒.如果学习者进行复述的话,信息能在这里保持稍长的时间.随后,将信息编码贮存,并且进入长时记忆里.长时记忆被假设为永久的贮藏仓库.短时记忆与长时记忆的功能不同.经过短时记忆到达长时记忆的信息可能恢复而回到短时记忆中去.例如,当新的学习需要部分回忆起先前习得的某些事物时,就必须从长时记忆中检索出这些事物,重新回到短时记忆中去.贮存在短时记忆或长时记忆中的信息恢复后,就到达反应发生器.反应发生器把信息转换成新的行动,也就是激起效应器的活动,作用于环境.在这个模式中,“执行控制”与“预期”是两个重要的结构,它们可以激化或改变信息流的加工.前者起调节作用,后者起学习定向作用.

2. 加涅的“学习行动各加工阶段”的理论

加涅认为,参照以上学习与记忆模式可以揭示出学习的各个内部过程.有些过程如注意、选择性知觉(简称为选择)、行为表现是人们熟知的,有些过程如

编码和检索则是现代认知学习理论中的重要部分。加涅根据对学习过程的“信息加工”分析,提出了学习行动的八个加工阶段(可称为学习过程结构的八级阶梯模式):动机、选择、获得、保持、回忆、概括、作业、反馈。

加涅把学习定义为:“学习是人的倾向或能力的变化,这种变化能够保持且不能单纯归因于生长过程。”他认为人的学习过程类似于计算机的操作,提出了学习的“信息加工”理论。他把学习看成一个不断复杂、不断抽象的模式体系,在这个体系中,基础的、大量的的是原有知识经验的联结。在学习新知识时,新的信息输入进来,和原有的经验相联系,并对其进行强有力的条件化(信号化而形成条件联结),由此就形成了一个在意义上、态度上、动机上和技能上相互联系的新的、高一级的模式体系。这个不断形成高一层次模式体系的过程就是学习的过程。加涅指出,新输入的信息(新知识)和原有认知结构(旧知识)之间要建立起联系,两者的差距要适当,要从学习者的认知发展水平出发,才能收到良好的学习效果。他还认为,学生的学习,要按照规定的程序来进行,才容易收到效果。

加涅的“信息加工”学习理论,取认知学习理论和联结主义学习理论之长,并吸收了系统论、信息论、控制论等现代科学技术成果,主张从学习过程的层级系统上来阐述学习问题,强调研究学习问题时,既要注意外部反应及外在条件,又要注意内部过程和内在条件,它们都对学习心理的研究起积极作用,对指导当今人类学习是有实际意义的。

加涅的“信息加工”的学习理论启示我们,学生应从自身实际出发,重视数学学习方式,促进自身学习效率的提高;重视学习反馈作用,比如,及时复习,重视数学练习;在学习过程中要注意直接探索和钻研教材,培养自己的自学能力,独立思考,独立完成作业。最好不要轻易问同学和老师,但并不否定合作学习和寻求帮助。

二、中国古代的学习理论

在我国古代的学习和教育中,学和习一直是分开使用的。学是指获得知识、技能;习是对已学的知识、技能的练习与巩固。我国的学习理论有以下一些特点:一是主张把学习过程建立在人的全部心理活动基础上,发挥智力因素与非

智力因素的“群体效应”；二是在认知过程中，重视思维的核心作用，主张学思结合、记思结合；三是在知识的掌握过程中，主张学用结合，重在实践；四是在学习方法上，主张在教师的启发、帮助下，由学生自己主动、独立地去获取知识。

我国的学习理论主要论点有：立志、乐学、持恒、博学、慎思、自得、笃行。

（一）立志

“志”就是一个人的理想、抱负或愿望，而“立志”就是确立高尚的志向。我国历代教育家都将“立志”作为学习的根本。他们认为，学习者要在学习上获得成功，首先要“立志”。

（二）乐学

“乐学”就是在学习过程中，激发、培养出学习兴趣，使学习活动成为一件愉快的事情，从而乐而不疲，好之不倦。

（三）持恒

“持恒”就是在学习过程中要有刻苦学习、不怕困难、坚持不懈、勇往直前、不达目的誓不罢休的学习态度。此外，在学习态度方面，我国教育家还提倡学习者要谦逊好学、不耻下问。

（四）博学

“博学”就是要求学习者要有广博深厚的基础知识。我国的教育家认为，一个人如果没有广博的基础知识，是不能达到知识高峰的，是不会取得巨大成就的。此外，他们还重视博学与专精（博与约）相结合，认为在学习过程中，博和约并不是相互割裂的，而是互为基础的。

（五）慎思

“慎思”是指学习过程中要深入地进行思考。我国教育家认为，在学习过程中，博学是基础，慎思是关键；还认为思必须与学相结合，而且又以学为基础。

(六) 自得

“自得”是指让学习者自己经过学习、研究、探索来获取新的知识。我国教育家认为,在学习过程中,只有让学生“自得”,才能牢固掌握和深刻领会知识,应用时才能得心应手。他们主张“启发教育”的方法,即在教师的启发诱导下,学生主动地、独立地去获得新知识。

(七) 笃行

“笃行”是指切实地将所习得的理论用于实践,见诸行动。

我国历代教育家十分重视动机、意志、性格在学习过程中的作用;十分重视情感、兴趣对学习的推动作用;十分重视学生个性的和谐发展;十分重视学习态度以及学习者已有知识结构对学习的影响;十分重视思维在学习过程中的作用;十分重视学生的学习主动性与独立性以及教学过程中的“启发教育”。

关于学习过程,先秦时期的思孟学派在总结先哲们的学习理论的基础上提出了“博学之,审问之,慎思之,明辨之,笃行之”五阶段学习过程理论,其中博学是基础,审问、慎思、明辨是关键,笃行是结果。

南宋教育家朱熹在继承前人成果的基础上,更加重视“立志”在学习过程中的作用,并强调学习中的“时习”。他提出了“立志—博学—审问—明辨—时习—笃行”七阶段学习过程理论。

三、建构主义数学学习观

1. 数学学习是学习主体主动建构的过程,是他们在心理、生理上的变化。学习主体不主动参与,任何人无法代替(就好像无法代替吃、睡一样)。主动参与又不仅仅是动手,更重要的是心理参与,最终要学会提问题,即借助于逻辑组合、推广、限定、类比,巧妙地对概念进行分析与综合,提出新的、富有成果的问题。

2. 数学建构活动就是数学抽象过程,比如“理想化”、“简单化”、“确切化”等,因此,数学对象的建构活动本质上是一种“逻辑建构”,或更确切地说是一种

“形式建构”,数学建构活动是思维的创造性活动,要学会数学建构,学习和掌握数学语言是必要条件.

3. 数学建构过程也是一个不断发展深化的过程,靠的是严格的定义和逻辑推理.学习者按自己原有的图式去同化或顺应新的知识,必然通过自己头脑的“过滤”,所得的新图式往往带有认知者的某种特色.认识未必完全和准确,这也是学习者常发生概念错误的原因.只有不断“建构后反思”和“反思后再建构”,才能使知识建构准确.

4. 学习数学的要点在于学习数学知识的建构方法:数学家是怎样想(建构)的?老师是怎样想的?我自己又是怎样想的?如果说教师用展现思维过程的“过程教学法”,那么学生不妨也采用领悟思维过程的“过程学习法”,从中学会发现、猜想、探索的思维艺术.

5. 数学学习具有一定的社会性,教师、教材和学生构成一个“数学学习共同体”.因此,交流讨论对检验和促进学习是必要的.交流能优化认知结构,既有竞争,又有切磋的氛围,对提高数学学习共同体的水平和“品格”是不可或缺的.

6. 学生对教师的讲解或从书本上读到的“知识”(实际上只是“信息”)必然有一种“理解”.按建构主义的观点,这种“理解”并非只是弄清教师(或课本)的“本意”,而是依自己的知识、经验作出“解释”,与自己的认知结构“接头”,使新材料在学习者头脑中获得特定的意义.一旦与自己已有知识经验建立起实质性的、非任意的联系,学习者立即会有“我明白了”的感觉.

第二节 数学学习的基本原则

数学学习也要回答三个问题:为什么而学习?学什么?怎样学?数学学习原则就是为这些问题提供理论依据.

一、阶段渐进原则

波利亚结合“学习三阶段”提出循序阶段原则,他认为教学中常常忽视“探

索”与“吸收”两个阶段,只强调了中间“概念水平”阶段,从而人为地割裂了学生认识数学应该具有的循序阶段性,使之缺乏认识的基础,又丧失了提高的机会.在引入新知识时应该与周围现实世界密切相联,并与学生的现存知识、生活经验及自然好奇心密切相联;在理解新知识后,应要求学生能把新知识应用于解决新问题,或者简化老问题的解决.学生通过所学新知识,对过去所学内容的条理看得更为清晰,从而进一步开阔眼界.

波利亚还提倡循序渐进地实施解题教学.他建议讲解例题时,先让学生观察题目,以激起学生求解的冲动,讲解完毕,留出时间供回顾讨论.练习课中应提供一些能引起思考和争论性的题目,以便“吸收阶段”能顺利进行;全部题目的安排要体现出思维上的阶梯性,按解题方法的内在联系,一步一个台阶,逐步引向深入,使学生亲自体验在独立研究中碰到的各种不同情境.

二、启发探究原则

针对“以训诫为主的强制灌输”教育方式,孔子提出了“不愤不启,不悱不发.举一隅不以三隅反,则不复也”的主张.

启发式的最大特点是引导学生动脑筋,最大限度地调动学生潜在的主动性、积极性,通过主体内因发展思维能力.

人一生下来其灵魂就拥有真善美与内在的固有价值(潜存在观, pre-existence),因此教育不再是授知,而仅仅在于唤醒,在于使他内在的人性能充分展开,寻找自我.也就是让学生通过思索产生智慧,再发现(re-discover)自己已有的知识.

像波利亚的“怎样解题表”(见附录一)就是启发式教学提问表,他的“解题教学风格”就是启发式的生动运用.弗赖登塔尔认为“潜存在观”应予扬弃,我们需要的是“再发现方法教学”的思想内核,同时,“再发现”(re-discover)也离不开启发式或问答法.他进而指出:教学要像助产士一般,时刻观察着、联系着他的工作对象,决不可仅借用学生的耳朵,而不启发学生的脑子.也就是说,学生的学习是在教师的思维启发下,师生之间、学生之间的合作探究.