



# 航天测控 最优估计方法

Optimal Estimation Methods on Spacecraft Tracking and Controlling

李恒年 著



国防工业出版社

National Defense Industry Press

# 航天测控最优估计方法

Optimal Estimation Methods  
on Spacecraft Tracking and Controlling

李恒年 著

国防工业出版社

·北京·

**图书在版编目(CIP)数据**

航天测控最优估计方法 / 李恒年著. —北京 : 国防工业出版社, 2015. 2

ISBN 978-7-118-09834-1

I. ①航… II. ①李… III. ①航天测控 - 估计 -  
最佳化 IV. ①V556

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 024345 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

北京嘉恒彩色印刷有限责任公司

新华书店经售

\*

开本 710 × 1000 1/16 印张 16 1/4 字数 296 千字

2015 年 2 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—3000 册 定价 58.00 元

---

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

国防书店: (010)88540777

发行邮购: (010)88540776

发行传真: (010)88540755

发行业务: (010)88540717

# 序

航天工程中,航天器轨道和姿态确定是一项基础工作。随着航天事业的发展,迫切需要提高轨道和姿态确定的精度与实时性,因此,除了提高动力学建模精度和数据测量精度之外,最优估计理论和方法的研究也是关键所在。

本书作者在该领域耕耘 20 年,是该领域研究者的杰出代表,在航天器姿态确定、机动轨道确定、卫星姿态确定、再入目标和非合作目标跟踪等方面取得过多项突出的创新应用成果。

本书是有关航天动力学系统最优估计方法的科技专著。理论部分内容严谨,叙述连贯且系统性强,针对非线性动力学系统参数估计问题,阐述了经典估计理论及其推广应用;应用部分面向具体工程问题,内容具体且针对性强,阐述了航天动力学系统估计算法的构建、分析及应用;尤其在卫星机动轨道、再入和非合作目标轨道跟踪、动力学补偿连续推力轨道确定等方面,展现了许多成效显著的创新成果,填补了国内在这些领域的研究和应用空白。本书对航天器跟踪、测量、导航等学科研究和发展具有一定的学术价值,是一本在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。



2014 年 5 月,北京

# 前　　言

非线性动力学系统最优参数估计理论在航天测量与控制中具有重要地位,是从属于现代控制理论与工程领域的重要研究方向。我们对非线性动力学系统辨识与估计理论的研究,无论是高斯最小二乘法、卡尔曼滤波,还是 Julier 的无味卡尔曼滤波,仍然还只是站在“巨人”的肩膀上,但在具体工程应用中,针对航天器轨道姿态动力学系统参数估计问题的应用研究,还是取得了非凡的进步。在我国航天测量与控制领域几十年发展过程中,我们对估计理论和方法进行了许多有益的推广,并且在应用中也取得了很好的成效。

10 年前编写了这本书的初稿,集成了工作期间为解决工程问题撰写的一些最优估计方案和算法,并在作者单位内部交流,一是为了追溯相关软件的算法来源,二是为了专业内部培训。在其后这几年来,我也在断断续续修改初稿,但主要还是把完善和发展的算法方案增加进去,以防止算法与软件不匹配,造成软件维护上的困难,还没有想到要公开出版。最近几年单位里的年轻科技人员对我说:“参考你的书,对照书中的算法写程序,终于学会了应用最小二乘法和卡尔曼滤波方法。”这才让我找到了完成该书的动力。但真要决定动手,却又犹豫起来。犹豫的原因主要有两点:一是编写理念上举棋难定,犹豫是要像动力学系统估计理论相关专著一样,阐述理论基础和方法原理;还是要弱化理论基础,面向解决工程问题还原工程应用方法为主线。二是自身积累上尚欠火候,随着自身实践水平提高,我个人对工程应用中的方法和算法也在不断改进和发展之中,总是感觉尚欠成书成著的成熟性。我自己就曾对一个问题的解决方案,进行过历时连续 15 年的跟踪和改进过程,直到今天,我仍然觉得还有改进和发展的余地。

纵然犹豫,纵然怀疑,我还是开始了。我一直有一种读书和做科研工作的基本思路,碰到复杂问题,纠缠不清的时候,总是先从简单的例子开始,搞清基本规律,摸清外围文献,然后逐步深入。那么,就以本书作为有关专业科技人员深入研究的开始吧!

写作理念还是得从下决心完成该书的动力中寻找:“为什么参考你的书,终于

学会了应用最小二乘法和卡尔曼滤波方法?”我想原因应该是:初稿中阐述原理到叙述应用方法,采用连贯且系统的方法,叙述方法采用计算机实现步骤的算法。

写作理念确定了,即:尽量弱化理论推导,结合应用阐述原理;强化应用方法叙述,按照算法阐述方法。

因此,有别于单纯讨论随机过程最优估计理论和数据处理方法方面的理论专著,本书的编著理念有如下特点:一是基础理论部分力求叙述严谨,数学推导尽量简洁,但必须的推导仍然必要。二是针对非线性动力学系统估计理论,无论是高斯最小二乘法、卡尔曼滤波,还是 Julier 的无味卡尔曼滤波,从引入符号到简洁数学推导,从阐述原理到推广应用,叙述上采用连贯且系统的方法,始终伴随着一个相同的实例对方法进行仿真分析和比较。三是应用部分以具体跟踪与测量问题为事例,叙述从问题的数学建模开始,到系统状态与观测动力学模型建立,最优估计算法展开,非线性方程线性化,最终到仿真算法的稳定性与收敛性分析。

通过以上努力,尝试搭起一座从理论到实践应用的桥梁,对书中涉及的有些问题,我不但阐述了比较理想的解决方案,而且也叙述了解决问题的思考过程,为有关专业技术人员深入研究解决问题提供范例,以便年轻科技人员深入理解基础理论,掌握解决问题的方法;期望引导读者深刻理解最优估计理论和方法,达到融会贯通地解决具体航天测控工程问题的能力。

本书最直接的读者是从事航天测控跟踪、数据处理、轨道确定、姿态确定等专业的工程技术人员,希望本书能够为科研院所相关专业研究生和科研人员提供一点参考,也能为信号处理等专业研究生和高年级学生提供工程应用案例,更希望能够为卫星跟踪、测量、导航学科发展提供一点学术价值。

本书撰写过程,得到了总装科技委委员李济生院士和西安测绘研究所研究员魏子卿院士的具体指导,得益于作者所在单位领导的大力支持和团队成员的鼎力相助。特别是钱山博士参与了大部分章节的初校工作,孙守明博士参与了第 9 章部分章节的撰写工作,谢鑫工程师参与了第 5 章部分章节的撰写工作,黄普工程师参与了第 7 章部分章节的撰写工作。同时,本书得到全军优秀科技创新群体基金、宇航动力学国家重点实验室的部分资助,在此一并表示感谢。

写完了,心中 10 年的块垒也落地了。

在这本书出版之际,我想再回顾一下这本书的写作理念:尽量弱化理论推导,结合应用阐述原理;强化应用方法叙述,按照算法阐述方法。因此,拙作可能难免

过于工程化,讨论的问题具有特殊背景,约束和条件来源需求,采用的叙述方式适合工程应用软件编码等特点。部分内容可能只是适应具体工程应用需求的技巧和方法。

本书涉及较多的数学模型和算法;且引入符号较多,虽然在著书过程中,作者对每个公式进行了逐一推导,并进行了相应的数值计算,仍难免有疏漏和错误之处,恳请读者批评和指正。另外,针对具体问题,本书的解决方法也不是终点,只是过程。希望有兴趣的读者,可以循着作者提出的问题,以批判和发展的眼光,用自己的智慧改进和发展这些方法,为国家航天测控事业发展做出贡献。

李恒年

2014年1月,西安

# 目 录

<b>第1章 概论 .....</b>	1
1.1 航天测控中的估计问题 .....	1
1.2 最优估计理论及发展 .....	2
1.3 航天测控估计理论应用现状 .....	3
1.4 本书导读 .....	5
<b>第2章 最小二乘法及改进方法 .....</b>	7
2.1 最小二乘法原理 .....	7
2.2 观测方程线性化 .....	10
2.3 状态方程线性化 .....	11
2.4 状态转移矩阵 .....	12
2.5 状态转移矩阵求解 .....	14
2.5.1 数值积分法 .....	14
2.5.2 矩阵指数函数 .....	15
2.5.3 幂级数近似法 .....	15
2.5.4 数值差分法 .....	15
2.5.5 差分积分混合法 .....	16
2.6 状态修正方程 .....	18
2.7 最小二乘算法 .....	21
2.7.1 顺序法化法 .....	22
2.7.2 奇异值分解法 .....	23
2.8 最小二乘改进算法 .....	24
2.8.1 加权改进算法 .....	24
2.8.2 先验序贯算法 .....	27
2.9 实例与讨论 .....	29
<b>第3章 卡尔曼滤波及扩展算法 .....</b>	35
3.1 非线性系统滤波 .....	35
3.2 系统噪声和观测噪声 .....	39
3.3 滤波发散抑制方法 .....	40

3.4 滤波缺陷分析	43
3.5 对滤波算法核心再认识	44
3.6 非线性函数均值和方差传播特点	45
3.7 无味卡尔曼滤波	50
3.7.1 无味变换均值和方差传播	51
3.7.2 无味卡尔曼滤波方法	57
3.7.3 增广无味卡尔曼滤波	62
3.8 最小二乘法与卡尔曼滤波比较	67
<b>第4章 空间坐标系及卫星运动基础</b>	<b>70</b>
4.1 坐标转移矩阵基础	70
4.1.1 正交变换	70
4.1.2 旋转矩阵	71
4.1.3 矢阵运算	71
4.2 空间坐标系统	72
4.2.1 地心坐标系	72
4.2.2 月心坐标系	80
4.2.3 地理坐标系	83
4.2.4 轨道坐标系	87
4.2.5 本体坐标系	89
4.3 卫星运动基础	97
4.3.1 开普勒轨道	97
4.3.2 椭圆轨道开普勒方程	101
4.3.3 双曲线和抛物线轨道开普勒方程	101
4.3.4 测量天线原点的运动	102
<b>第5章 火箭弹道跟踪与估计</b>	<b>104</b>
5.1 弹道运动建模	104
5.1.1 泰勒多项式模型	104
5.1.2 “当前”统计模型	106
5.2 最小二乘法	107
5.2.1 解耦处理算法	107
5.2.2 实例与讨论	108
5.3 扩展卡尔曼滤波	110
5.3.1 解耦处理算法	110
5.3.2 实例与讨论	112

5.4 “当前”统计模型弹道融合算法 .....	114
5.4.1 离散状态方程 .....	114
5.4.2 解耦处理算法 .....	116
5.4.3 实例与讨论 .....	117
<b>第6章 初轨确定与轨道监视 .....</b>	<b>120</b>
6.1 粗初轨多项式拟合方法 .....	120
6.2 最小二乘法 .....	122
6.2.1 系统状态模型 .....	123
6.2.2 系统观测模型 .....	124
6.2.3 系统观测矩阵 .....	125
6.2.4 状态传递矩阵 .....	125
6.2.5 残差统计与方差控制 .....	127
6.2.6 算法实现步骤和过程 .....	128
6.3 改进拉普拉斯方法 .....	129
6.3.1 改进拉普拉斯型状态方程 .....	129
6.3.2 地面雷达观测方程 .....	131
6.3.3 星载 GNSS 测量观测方程 .....	133
6.3.4 算法实现步骤和过程 .....	135
6.3.5 实例与讨论 .....	136
6.4 扩展卡尔曼滤波 .....	138
6.4.1 马尔可夫过程矢量增广系统动力学模型 .....	138
6.4.2 卡尔曼滤波算法 .....	140
6.4.3 两种测量体制下的融合滤波算法 .....	142
6.4.4 初始状态与协方差矩阵 .....	144
6.4.5 状态矩阵和观测矩阵 .....	145
6.4.6 实例与讨论 .....	148
<b>第7章 机动轨道跟踪与确定 .....</b>	<b>151</b>
7.1 机动推力模型 .....	151
7.1.1 随机过程模型 .....	151
7.1.2 加速度模型 .....	156
7.1.3 速度增量模型 .....	156
7.1.4 $\alpha - \beta$ 模型 .....	158
7.1.5 加速度计补偿模型 .....	159
7.2 动力学模型补偿方法 .....	160

7.2.1	动力学模型和观测模型 .....	160
7.2.2	扩展卡尔曼滤波算法 .....	161
7.2.3	推力矢量偏导数矩阵讨论一 .....	164
7.2.4	推力矢量偏导数矩阵讨论二 .....	166
7.2.5	实例与讨论 .....	168
7.3	轨道参数联合估计方法 .....	169
7.3.1	系统动力学模型 .....	170
7.3.2	扩展卡尔曼滤波算法 .....	171
7.3.3	系统状态矩阵讨论 .....	172
7.3.4	实例与讨论 .....	175
7.4	增广 $\alpha - \beta$ 模型估计方法 .....	177
7.4.1	系统动力学模型 .....	177
7.4.2	系统观测模型 .....	178
7.4.3	无味卡尔曼滤波算法 .....	178
7.4.4	实例与讨论 .....	180
<b>第8章</b>	<b>自旋稳定卫星姿态确定 .....</b>	<b>184</b>
8.1	双矢量几何方法 .....	184
8.2	动力学测定模型 .....	186
8.2.1	无奇点度量模型 .....	186
8.2.2	系统状态模型 .....	188
8.2.3	系统观测模型 .....	189
8.2.4	观测矩阵模型 .....	192
8.3	加权最小二乘法 .....	195
8.4	扩展卡尔曼滤波 .....	198
8.5	无味卡尔曼滤波 .....	201
8.6	实例与讨论 .....	203
<b>第9章</b>	<b>三轴稳定卫星姿态确定 .....</b>	<b>206</b>
9.1	矢阵代数姿态确定算法 .....	206
9.1.1	矢阵姿态矩阵 .....	206
9.1.2	欧拉角姿态矩阵 .....	207
9.1.3	姿态测量参考方向 .....	208
9.2	四元数姿态矢量确定方法 .....	210
9.2.1	姿态观测模型 .....	210
9.2.2	Quest 姿态确定算法 .....	210

9.2.3 Request 姿态确定算法 .....	211
9.2.4 最优 Request 姿态确定算法 .....	212
9.2.5 自适应最优 Request 姿态确定算法 .....	213
9.2.6 实例与讨论 .....	214
9.3 多信源融合确定方法 .....	217
9.3.1 联合滤波器 .....	217
9.3.2 星敏感器测量模型 .....	218
9.3.3 GPS 姿态测量模型 .....	219
9.3.4 红外地平仪测量模型 .....	219
9.3.5 太阳敏感器测量模型 .....	219
9.3.6 联合滤波模型 .....	220
9.3.7 联合滤波算法及流程 .....	222
9.3.8 实例与讨论 .....	224
<b>附录 A 矢量函数微分运算 .....</b>	<b>228</b>
<b>附录 B 球面三角常用公式 .....</b>	<b>232</b>
<b>附录 C 随机变量及随机过程 .....</b>	<b>234</b>
<b>附录 D Cholesky 分解 .....</b>	<b>237</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>238</b>

# Contents

<b>Chapter 1 Introduction .....</b>	1
1.1 Estimation Problems in Spacecraft Operation .....	1
1.2 Optimization Estimation Theory and Progress .....	2
1.3 Application Status of Estimation Theory .....	3
1.4 Reading Guides .....	5
<b>Chapter 2 Least Square Method and Modification .....</b>	7
2.1 The Principle of the Least Square Method .....	7
2.2 Measurement Equations and Linearization .....	10
2.3 State Equation and Linearization .....	11
2.4 State Transfer Matrix and Variation Equation .....	12
2.5 Specification of State Transfer Matrix .....	14
2.5.1 Numerical Integration .....	14
2.5.2 Matrix Exponential Form .....	15
2.5.3 Power Series Approximate .....	15
2.5.4 Numerical Differencing Method .....	15
2.5.5 Hybrid Method .....	16
2.6 State Correction Condition Equation .....	18
2.7 Least Square Solution .....	21
2.7.1 Normalization Matrix .....	22
2.7.2 Single Value Decomposition (SVD) .....	23
2.8 Modified Least Square Solution .....	24
2.8.1 Weighted Least Squares Method (WLSM) .....	24
2.8.2 Sequence Least Squares Method (SLSM) .....	27
2.9 Case Study and Discussion .....	29
<b>Chapter 3 Kalman Filter and Extension .....</b>	35
3.1 Extended Kalman Filter .....	35
3.2 State and Measurement Noise .....	39
3.3 Suppressing Divergence Problems .....	40

3.4	Defection of Kalman Filter .....	43
3.5	Reinvestigation of Kalman Filter .....	44
3.6	Statistical Analysis for Random Variables .....	45
3.7	Unscented Kalman Filter .....	50
3.7.1	Unscented Transformation .....	51
3.7.2	Unscented Transformation Based Kalman Filter .....	57
3.7.3	Augment Unscented Kalman Filter .....	62
3.8	LSM Or. Kalman Filter .....	67
<b>Chapter 4</b>	<b>Reference System and Orbit Foundation</b> .....	70
4.1	General Form of Transfer Matrix .....	70
4.1.1	Projection matrix .....	70
4.1.2	Euler Rotational Angle .....	71
4.1.3	VecMatrix Presentation .....	71
4.2	Space Reference System .....	72
4.2.1	Earth Centric Reference .....	72
4.2.2	Moon Centric Reference .....	80
4.2.3	Ground Based Reference .....	83
4.2.4	Spacecraft Based Reference .....	87
4.2.5	Spacecraft's Body Reference .....	89
4.3	Orbital Motion Foundations .....	97
4.3.1	Classic Kepler Orbit .....	97
4.3.2	Elliptic Kepler Equation .....	101
4.3.3	Hyperbolic Kepler Equation .....	101
4.3.4	Motion of Ground Antenna .....	102
<b>Chapter 5</b>	<b>Tracking Boost Trajectory</b> .....	104
5.1	Boost Trajectory Modeling .....	104
5.1.1	Taylor Polynomial Form .....	104
5.1.2	"Current" Statistical Form .....	106
5.2	Un - coupling Least Squares Method .....	107
5.2.1	Un - coupling Algorithm .....	107
5.2.2	Case Study and Discussion .....	108
5.3	Un - coupling Kalman Filter .....	110
5.3.1	Un - coupling Algorithm .....	110
5.3.2	Case Study and Discussion .....	112

5.4	Current State Statistic Filter .....	114
5.4.1	Modified Rayleigh distribution Acceleration Model .....	114
5.4.2	Un – coupling State Statistic Filter .....	116
5.4.3	Case Study and Discussion .....	117
<b>Chapter 6</b>	<b>Primary Orbit determination and Motion Surveillance .....</b>	<b>120</b>
6.1	polynomial Fitting .....	120
6.2	Least Squares Method .....	122
6.2.1	System State model .....	123
6.2.2	System Measure Model .....	124
6.2.3	System Measure Matrix .....	125
6.2.4	System State Transfer Matrix .....	125
6.2.5	Residual Error Statistics and Variance Process .....	127
6.2.6	Algorithm Realization and Procession .....	128
6.3	Modified Laplace Method .....	129
6.3.1	Modified Laplace State Equation .....	129
6.3.2	Ground Measurement Equations .....	131
6.3.3	GNSS Measurement Equations .....	133
6.3.4	Least Square Realization Procedure .....	135
6.3.5	Case Study and Discussion .....	136
6.4	Extended Kalman Motion Surveillance Filter .....	138
6.4.1	Markov Augmented Dynamic Model .....	138
6.4.2	Extended Kalman Filter Solution .....	140
6.4.3	Fussy filter with Range and Bear – only Measurement .....	142
6.4.4	Filter Initialization and Covariance Selection .....	144
6.4.5	State Transfer and Measure Matrix .....	145
6.4.6	Case Study and Discussion .....	148
<b>Chapter 7</b>	<b>Tracking Maneuvering Spacecraft .....</b>	<b>151</b>
7.1	Maneuver Dynamic Models .....	151
7.1.1	Markov Process Model .....	151
7.1.2	Thrust Acceleration Model .....	156
7.1.3	Velocity Increment Model .....	156
7.1.4	$\alpha - \beta$ Model .....	158
7.1.5	Accelerometer Compensation Model .....	159
7.2	Identification and Compensation Thrust Method .....	160

7.2.1	Thrust Identification Dynamics System .....	160
7.2.2	Applied Extended Kalman Filter .....	161
7.2.3	Thrust Direction in East – South – Down Reference Frame .....	164
7.2.4	Thrust Direction in Orbital Reference Frame .....	166
7.2.5	Case Study and Discussion .....	168
7.3	Thrust combined Orbital State Estimation Method .....	169
7.3.1	Augmented Thrust Dynamics System .....	170
7.3.2	Applied Extended Kalman Filter .....	171
7.3.3	Dynamics System Linearization .....	172
7.3.4	Case Study and Discussion .....	175
7.4	Augmented $\alpha - \beta$ Thrust Model Estimation Method .....	177
7.4.1	Augmented Dynamics System .....	177
7.4.2	Measurement Model .....	178
7.4.3	Applied Unscented Kalman Filter .....	178
7.4.4	Case Study and Discussion .....	180

## **Chapter 8 Attitude Determination Methods for Spin – Stabilized**

<b>Satellite</b> .....	184	
8.1	Bi – Vector Geometrical Method .....	184
8.2	Attitude Determination Dynamic Model .....	186
8.2.1	Singular Free Attitude Definition .....	186
8.2.2	State Model .....	188
8.2.3	Measure Model .....	189
8.2.4	Measurement Matrix .....	192
8.3	Modified Least Squares Method .....	195
8.4	Extended Kalman Filter .....	198
8.5	Unscented Kalman Filter .....	201
8.6	Case Study and Discussion .....	203

## **Chapter 9 Attitude Determination for Three – axis – stabilized**

<b>Satellite</b> .....	206	
9.1	VecMatrix Algebraic Method .....	206
9.1.1	VecMatrix Attitude Matrix .....	206
9.1.2	Euler Angle Attitude Matrix .....	207
9.1.3	Attitude Reference Direction .....	208
9.2	Quaternion Attitude Determination Method .....	210

9.2.1	Attitude Measurement Model .....	210
9.2.2	QUEST Method .....	210
9.2.3	REQUEST Method .....	211
9.2.4	Optimization QUEST Method .....	212
9.2.5	Adaptive QUEST Method .....	213
9.2.6	Case Study and Discussion .....	214
9.3	Multi – data Fusion Method .....	217
9.3.1	Federated Filter .....	217
9.3.2	Star Sensor Data .....	218
9.3.3	GPS Sensor Data .....	219
9.3.4	Infrared Horizon Sensor Data .....	219
9.3.5	Sun Sensor Data .....	219
9.3.6	Federated Filter Model .....	220
9.3.7	Algorithm and Process Flow .....	222
9.3.8	Case Study and Discussion .....	224
<b>Appendix A</b>	<b>Vector Function and Differential Expression .....</b>	228
<b>Appendix B</b>	<b>Spherical Trigonometric Function .....</b>	232
<b>Appendix C</b>	<b>Random Vector and Random Function .....</b>	234
<b>Appendix D</b>	<b>Cholesky Decomposition .....</b>	237
<b>References</b>	.....	238