
激励教育与数学认知 非离散思想

*Indiscrete Thoughts On the Incentive Education
and Nature of Mathematics*

阴东升◇著



科学出版社

激励教育与数学认知 非离散思想

**Indiscrete Thoughts on the Incentive Education
and Nature of Mathematics**

阴东升 著



科学出版社

北京

内 容 简 介

基于“追求收益最大化”之朴素的经济原则和相关神经科学知识,本书通过 131 个断想,提出了“面向收益最大化的大学数学激励教育”的理论框架。在“思想代表系”的写作结构中,主要以与线性代数相关的实例来例证有关的思想。在理论创新的架构中,提出了诸如“数学是隐几何”、“数学是研究逻辑等价形式的不同效用的学问”、“数学是代数学”、“数学预言新技术”、“数学是体育”、“文本医学”,以及与著名的旅行商问题有关的“和积式”概念等具体的有关数学认知的新思想。

本书可供数学教育、数学思想方法、神经教育学、教育经济学等领域研究或教学人员参考,也可作为大学生提升数学修养、开拓知识与思维之视野、加深对线性代数之认识的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

激励教育与数学认知非离散思想/阴东升著. —北京:科学出版社, 2015.1

ISBN 978-7-03-042824-0

I. ①激… II. ①阴… III. ①数学教学-教学研究-高等学校 IV. ①O1-4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014) 第 297884 号

责任编辑:王胡权/责任校对:邹慧卿

责任印制:徐晓晨/封面设计:迷底书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京京华虎彩印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2015 年 1 月第 一 版 开本: 720 × 1000 1/16

2015 年 1 月第一次印刷 印张: 23

字数: 463 000

定价: 49.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

献给恩师徐利治先生

前 言

有的作品意在提出自己对某个问题的思考结果,重在弱化、甚至终结读者的相关思考;有的作品则意在以自己的思考为依托,重在激发读者自己进一步思考。后者是具有激励性的作品。由于从发展的角度来讲,只有永久的问题,没有永久的答案。因此,具有激励性的作品才是顺应事物发展趋向的价值久远的作品。

目前的教育经济学,很少具体谈论提高教学收益的问题。本作品意在将现代神经科学的思想应用于数学教育的支持下,开“具体教育经济学”^①之先河,研究落到实处的、具体教与学的效果、收益问题。

人类各种团体组织的良性发展,依赖于其内在的活力。而活力来自于各成员自身的活力和管理者的水平。管理者对整体组织所负的责任之一,就是要制订并落实旨在展示和提升组织活力的制度^②。相应的制度应具有两个基本的功能:一是降低成员之间、领导者与一般成员之间的内耗成本,提高和谐度;二是对所有成员都具有相当的激励作用:不仅仅是降低内耗展示自然、自发的活力,而且要旨在通过适当的制度措施,来自觉、有意识地提高成员和整体团队的活力。我们将具有这两种功能的制度,称为自然激励型制度^③;同时,将具有这种制度的组织,称为激励型组织。从组织规模上讲,大有人类发展的激励型阶段、激励型社会、激励型国家;中有激励型社区、学校;小有激励型院系、课堂,等等。如何建构一个激

① 类比美国斯坦福大学组合学家、计算机专家高德纳 (Donald E. Knuth, 1938—) 之著作《具体数学》的思想。

② 我国著名经济学家林毅夫先生 (1952—) 在为帕萨·达斯古普塔 (Partha Dasgupta, 1942—) 著牛津通识读本《大众经济学》(*Economics, A very short introduction*) 中译本所写的序言中说:“一般人关注的资本、自然资源等仅仅是决定一个国家贫富的表层原因,根本的决定因素则在于一个国家的制度安排是否能够最大限度地调动每个人在工作、学习、积累、创新等方面的积极性。”(文献 [175])。实际上,制度对各种团体的活力、能取得的成就都具有基本的重要性。

③ 从一般角度来讲,任何一种制度、措施,对于任何一个对象,都有相应的激励度。基于激励度考虑的一个数学模型是:各种制度组成的系统作用在对象系统上,制度对对象作用的结果属于 $[0, 1]$ 。其中的对象既可以是个体的人,也可以是各类团队、组织以至国家。这一模型也可看成一个特殊的二元函数: $F: C \times P \rightarrow [0, 1]$, 其中 C 是制度构成的系统, P 是对象构成的系统。 $F(\text{国家制度}, \text{张三})$ 表示的是国家制度对张三的激励度; $F(\text{李四的教学方法}, \text{张三})$ 表示的是李四的教学方法对张三的激励度,等等。由于对象中既有个体,又有个体的集合、结构,不难理解,这一模型中必定存在着大量有现实意义的数学问题。例如,对一个具体的个人来讲,一种制度对其可能有激励作用,另一种制度对其可能具有抑制作用;多种制度的综合宏观效果依赖于其间的正向协同作用。其间的数学关系便值得分析。

励型组织,这是一个涉及面颇广的复杂问题.本书探讨的不是这种宏大的问题,而是主要针对激励型课堂教学,做些具体的相应思考.

受维特根斯坦、尼采等写作风格的影响,类似美国数学家、哲学家罗塔(G.C. Rota, 1932—1999)内涵丰富的著作《非离散的思想》(*Indiscrete thoughts*)(文献[159]),本书意在以随笔、断想之内容非离散的离散形式,呈现一套“以教学收益极大化为目标、以激励为提高收益效率之手段”的“基于经济原则和认知神经科学的大学数学激励教育”的理论构件.它是1992年诺贝尔经济学奖获得者、美国经济学家贝克尔(Gary Becker, 1930—)“人类行为皆可进行经济学分析”观点(文献[140])的一种具体体现.

经济原则的核心在于“低成本,高收益”.数学大师波利亚(George Polya, 1887—1985)曾明确表达过这一观点.收益的直接体现并不仅有物质、金钱财富一种,还有很多其他的形式.对于教与学而言,知识、思想、方法、精神、境界等方面的收获是较直接的收益.针对这些方面的经济分析,构成了本书的基本内容之一.

传统的教育经济学的研究对象主要是与金钱或较宏观方面的内容有关,与其不同的是,本书涉及的是最直接的教学活动的收益.尽管有了知识、素质,也可以为拥有者带来金钱财富,但那只是教学效果在次级阶段的体现.

本书主要以课堂教学收益为研究对象,基本建立了较微观的面向收益极大化的激励教育框架.填补了贝克尔经济分析和教育经济学的一个空白.相应于数学中的构造精神,也可称为“构造教育经济学”——一种落到教与学实处的“具体应用经济学”.

在众多的激励教育手段中,“明事理型激励”占有非常重要的位置.所谓明事理型激励,指的是,通过“让学生明学习之理,在数学学习中明数学之理——其内在之理、外在应用之理”而使其产生主动学习之欲望的激励.这是一种“以理性激发情绪,情绪转化为行动,而行动收获认知进步”的措施,是对“智”“情”“行”三者之间关系的一种实际应用.显然,对数学有较充分的认知是有效实施这一激励的基本保障.本书的较多篇幅涉及数学认知、认识数学的问题,例如,数学的本意是什么?其含义是如何演化的?数学知识体系发展路线有何特点?数学世界是怎样的一种存在?数学在人类进化过程中扮演着怎样的一个角色?如何理解“数学家的出现,反映着人类进化到了一个新阶段”?数学对技术进步起怎样的作用?数学行为对人的健康与长寿有怎样的影响?数学“文本医学”是个什么概念?数学思维的特点是什么?如何理解“数学是隐几何”?如何理解“数学其实是研究逻辑等价之形式的不同功用的学问”?如何学好数学?如何进行数学创新?数学与经济是什么关系?为什么笔者更喜欢称数学为“代事学”?等等.

创新思维是实现学习收益极大化的一个重要手段.它对学习者的主观素质依

赖性较强：它既依赖学习者的创新意识，也依赖其创新能力——多角度创新能力、多层次持续创新能力等。本书在例讲创新思维时，并非仅用已有的知识进行讲解，而是适时给出了一些新概念——也就是说，作者是真的在进行创新实践。比如，对集合的布局认识观，行列式的多种推广、类比，等等。特别是矩阵的“和积式（某种类型的和的乘积）”的概念在此值得强调。它是与传统的积和式（也称为恒久式，permanent）对偶的一个概念；借助于它，可以给出著名的旅行商问题（the traveling salesman problem, TSP）的一个相应的新表述。也就是说，被美国克莱数学研究所（Clay Mathematics Institute）悬赏百万美元求解的这一问题的，实际只是未来“和积式理论”中的一个具体问题——尽管不是容易的问题。

本书在数学实例的选择上，以线性代数内容为主。其中体现着一个一般指导思想——“思想方法代表系的思维”。人类认识事物、解决问题、组织思想的思维方法在任何一个数学领域都能得到体现，它们或者在该领域已经得到了体现，或者随着领域的发展可以创造出体现的情景。换言之，任何一个数学领域从发展的角度讲，都可看成数学思想方法集合的全息体。道理很简单，各领域思维用的都是同一个大脑（人类大脑）。只要领域得到了充分发展，各种思维方式在其中都会有所反映。对于人们关注的一组方法，人们可以从选定的领域中选择出体现这些方法的典型例子。这些例子的集合，笔者称之为相应思想方法集合的一个代表系。在本书中，所讨论的众多思想方法的代表系成员主要取自线性代数，为方便读者理解，少数例子取自其他数学分支。

聪明的读者可能已经意识到，如果我们换了代表系，也能写出类似的著作，甚至写出更好的作品。是的，的确如此！我们希望本书能起到抛砖引玉的作用，在数学教育界，能出现一个“数学思想方法代表系”类型著作的出版潮：①对选定的思想方法集合，可写面向儿童、小学生、中学生、大学生，以至一般读者、专家等各层面的作品；②思想方法集合可以变化选择；③可以对思想方法集合的选择进行教育效能比较等多方面的理论及实践研究。更普遍的是，不仅在数学领域，在超出数学的领域也可做类似的事情。

著作中文献的引用有两种基本类型：贴标签型和组拼型。贴标签型是指：作者A的作品内容具有独立思考的连续整体性，是先生或共生产物。只是出于对先行意识到其中相关思想者B的尊重^①，而标明此类思想的先行归属——这又包

① 知识产权具有相对的合理性。从思想的神经系统基础来讲，只要具有相同的神经振动模式，就会产生相同的思想。一种思想并不是哪一个人的私有财产。之所以“先遇先得”，主要是为了鼓励大家树立积极的探索意识，并付诸行动，以保持人类进步的活力。正是由于各种可能的思想是人类共同的财富，所以知识产权是有期限的。

含两种情况: A 独立想到了有关内容 C, 或受 B 工作的启发、共鸣而想到了 C. 组拼型是指: A 的作品来自于对各种相关文献的编辑组合, 是后生产物.

本书文献的标注, 以贴标签型为主. 由于有的文献时间上见到的晚, 属不断后补型, 所以正文文献标注序号 —— 用数学的语言讲 —— 很多并非自然序, 而是反序 —— 大的数在小的数前面. 文献标注的本质在于建立所引文字、思想与已有文献的对应关系. 序号选择无关紧要. 本书正文中由前到后的文献序号数列, 可看成文后参考文献序号自然序数列的一个排列. 它真实地体现了本书写作进程的结构.

本书在内容的结构上虽仍由传统正文、脚注和参考文献三个基本部分组成, 但笔者在此要特别强调的是, 三类的区分只是一个分类, 并不代表谁轻谁重. 作品一经产生, 它便具有了相对独立性, 成了奥地利裔英国科学哲学家波普尔 (Karl Raimund Popper, 1902—1994) 世界 3 中的一个客观存在. 读者可根据自己的理解给出它的一个结构性解读. 你既可认为该作品的参考文献是服务于作品相关内容的, 也可认为该作品是对书后众多文献的一个串联式介绍 —— 如果你能通过该作品的学习而深入到某一参考文献, 那作品的引导性价值也就得到了相应的体现; 从书的传统正文内容来讲, 你既可认为脚注是对正式行文的补充, 也可认为是正文延伸的一种方式 —— 除了正式行文维度的继续延伸, 还有脚注这一维度的延伸, 因而使得思想的继续有了二维性, 而非简单的线性进程. 由于目前的纸张具有二维性, 因此, 传统意义下的写作也就是最多呈现二维了. 顺便指出, 目前的电子文本已经突破了这一局限, 链接可多层、多分支进递.

本书形式上不追求固定的体系, 但读者可创造性地读出与自己的思维结构、生活经历、知识背景相适应的整体思想架构. 例如, 下面即为你能读出的一个可能的目录.

前言

第一章 具体教学的经济原则

第 1 节 收益度的概念

第 2 节 收益的类型

第 3 节 收益的来源

第 4 节 收益的实现途径与效率

第 5 节 收益的管理与利用

第二章 收益极大化的基本理论

第 1 节 三行原则 —— 能行 快行 远行

第 2 节 虚心受益原理与“始向量”方法

第3节 思想的拟周期性原理

第4节 自然思维原理

第5节 “伸展”教育的观念

第6节 意识化水平的概念

第7节 “小尺度例示大尺度”原理

第8节 三重明白——心明白 手明白 嘴明白

第三章 提高收益效率的激励原则

第1节 教学激励的含义与分类

第2节 激励的针对性

第3节 激励的内外三段论

第4节 相容激励原则

第5节 体验激励原则

第6节 遍历原则与可持续激励原则

第7节 群态张力极大化原则

第四章 前景展望——数学 经济学 教育神经生理实验研究

参考文献

人名索引

名词及基本思想索引

本书的写作,采用的是发散关联延伸法:从一种思想出发,多角度、多层次地进行联想引申。不仅有数学内部的延伸,而且还有、甚至强调至数学外部的延伸——因为我们所谈的数学教育,指的是“以数学为教育载体而实行的人的全面教育”。这一写法体现着“思维流动极大化”和“思想收益极大化”的精神。

尽管本书目录中列出了131个条目的主旨引导句,但其往往只反映有关条目的部分思想,而对由其联想阐发的思想有时难以兼顾。为方便读者快速了解自己感兴趣的部分,我们采用书后编制人名索引、名词及基本思想索引的方法来加以补充,读者可通过它们来反查书中相关具体的内容。

本书有的条目论述内容较多,有的较少,甚至有的只是一个题目,但这并不意味着此重彼轻。论述多少的差异只反映笔者掌握材料和思维多少的差异。读者尽可深入思考自己感兴趣的问题。

本书三大关键词“基于经济原则、基于神经科学、激励教育”意指:基于经济原则,重在强调收益极大化。基于神经科学,重在强调人之行为的神经生理基础,强调行为者个人物质基础的约束性及特点。二者联合,强调个人生理神经基础约

束下的行为收益极大化。激励教育, 强调对学习的激发; 目的在于使学生走向自我快速、良性发展的轨道。

本书部分内容曾被作者用于公共基础课“线性代数”、通识教育课“数学思想方法选讲”, 以及新生研讨课“数学文化选讲”和“数学家与数学史”等的教学。它既是一部适于数学教育工作者、数学思想方法工作者、经济思想和神经科学思想应用工作者阅读的理论著作, 又是一部大学生提升数学素养、加深对线性代数认识的参考书。

本书将经济学精神、数学及其教育的特点、人之数学行为的生理神经科学基础等方面融合到一起, 对达成收益极大化的途径、提高收益效率的激励类型, 做了较为全面的思考。它不仅具有一定的理论价值, 而且, 这些成果的教学实践, 在目前这个我国建立创新型国家的时期, 对树立学生的创新意识、把握相应的创新途径, 培养创新人才, 也具有一定的现实意义。

本书部分内容的研究, 得到了北京工业大学教育教学研究项目 ER2004-A-17 和 ER2005-B-101 的资助; 本书的写作, 一直得到了张忠占教授的关心与支持; 本书的出版, 也得到了王术教授主持项目的资助; 澳大利亚昆士兰大学的阴红志博士后在一些文献的获取方面提供了不可或缺的帮助; 程兰芳博士帮忙整理了人名索引、名词及基本思想索引; 责任编辑王胡权对本书的出版, 不论在文字还是内容方面都提出了中肯的意见和建议。在此, 笔者向他们表示由衷的感谢!

本书的写作虽历经数年, 但难免有不足和疏漏之处, 望读者不吝提出自己的宝贵意见; 当然, 笔者更希望的是: 您能从中发现对您有益的东西!

阴东升

2014 年 9 月 5 日

目 录

前言

激励教育与数学认知非离散思想 —— 基于经济原则和认知神经科学的

若干教育断想	1
断想 1 开放而期望收获的读书态度	2
断想 2 真相显示之性质	2
断想 3 教育、文明与经济	2
断想 4 学习、激励以及激励教育中的教师	3
断想 5 学术市场	6
断想 6 朴素的生活激励	6
断想 7 强化随时随地扩展思维视野的意识	7
断想 8 人在思维时, 要有到达自身能力边缘的行为意识	8
断想 9 实施激励教育, 教师要有自己一套明确的相关认识	20
断想 10 凡事都有前提, 揭示前提, 利于学生形成醒悟激励	20
断想 11 符号设置的经济精神	25
断想 12 激励三段论, 研究型教学	28
断想 13 鼓励学生保持个性与追求, 对人类发展是有积极作用的	31
断想 14 概念所用名词之含义的问题	32
断想 15 明事理激励, 数学是体育	32
断想 16 数学行为的全方位系统激励	35
断想 17 进化观下的应试教育之本性	35
断想 18 “与时俱进的自然观” 是人类进步的一个重要概念	35
断想 19 知识的模式性	35
断想 20 激励教育的“遍历原则”	36
断想 21 考试设计的“试后回望”原则	45
断想 22 教材激励	46
断想 23 教师如演员、医生	48
断想 24 教师教学语言的选择与组织对教学效果有很大影响	48
断想 25 有效的教学必须遵循“师生同步原则”	50

断想 26	真正的教育之四个层面	51
断想 27	激励与吸引力的关系	52
断想 28	译文的成本问题	52
断想 29	作品的可读性直接影响其渗透力和影响力的施展	52
断想 30	“F- 情商” 的概念	53
断想 31	推广的思想有助于教学收益极大化原则的实现	53
断想 32	数学教育中的“三才教育”	54
断想 33	应用激励	54
断想 34	激励具有相对性	56
断想 35	激励措施的有效执行问题	63
断想 36	激励实施的机会设计	65
断想 37	意义的发现与意识化水平	74
断想 38	愿景激励需要了解学生的专业或志向	87
断想 39	“心理优势培植教育” 是释放学生积极主动创造力的必要前提	88
断想 40	“不唯书, 不唯师, 只唯自己的独立判断力”	90
断想 41	对知识不仅要掌握, 而且要颠覆	92
断想 42	对知识有内向理解与外向理解之别	103
断想 43	智慧体力	107
断想 44	开阔学生的智力视野是提高其思维效率的重要方面	108
断想 45	激励教育首先要调动起学生的心气	108
断想 46	激励措施因人而异	109
断想 47	障碍激励	109
断想 48	激励发展的两个动力	109
断想 49	写思想日记 —— 记录精神生命的成长历程	110
断想 50	激励就是通过承认其显露出的才能, 来激发其潜能的一种行为 —— 让才能的潜水艇浮出水面	111
断想 51	能行与快行是能量激发的两个基本方面	112
断想 52	思维姿势、思维气势、思维场景问题	113
断想 53	学习方法、程度以及教育的进化功能	113
断想 54	“知识 + 知识衍生机制 + 知识写作 + 知识欣赏与评价 + 应用” 的教育观念	116
断想 55	数学化具有经济性	121
断想 56	数学家是体现经济学思想的典型代表; 数学是体现经济学思想	

	的艺术作品之一	122
断想 57	好的教育重在提升时间价值	122
断想 58	“种子知识教育的观念”——体现数学中生成元或基的思想	126
断想 59	知识的方法化教育	126
断想 60	关注数学的知识和思想方法的软应用是收益极大化的一种措施	132
断想 61	数学思想既是技术的基础支撑,又可直接转化为一种现实生活 中的技术	134
断想 62	“思路”是一种真实的存在	137
断想 63	实施激励教育的教师需具备的能力	137
断想 64	激励教育的深度实施,激励着教师的提高	141
断想 65	培养学生的思维敏感性要实施普遍锻炼计划,打通课本知识 与现实生活界限	141
断想 66	灵觉教育的观念	145
断想 67	“人生行为规划”的概念	145
断想 68	解决好自然上升的神性与社会下降的人性之间的平衡,是教育 中的基本问题之一	146
断想 69	素质、风格就是人在遍历行为中表现出来的不变量	146
断想 70	学习四阶段:想学、会学、善学、乐学	146
断想 71	“优化知识结构”问题	148
断想 72	懂得学习中潜意识的重要性	152
断想 73	“写下来”的思想	160
断想 74	需求与激励教育	162
断想 75	学校教师要关注社会、关注企业文化	165
断想 76	辩证理解“要像对待自己的孩子一样,对待自己的学生”	166
断想 77	讲一些有趣的知识材料,利于提升学生的学习兴趣	166
断想 78	激励相容原则	171
断想 79	站在学生角度看问题	171
断想 80	作为语言的数学需要背诵和记忆	172
断想 81	数学行为是一种经济行为	173
断想 82	激励产生效果,源于措施能给学生带来精神上的触动	176
断想 83	激励教育的实施过程中要注意激励强度与密度的问题	176
断想 84	强调的重要性——提高“意识化水平”	176

断想 85	意识的显化与潜化	184
断想 86	发现的方法 —— 提问题的方法	198
断想 87	“读数学” 与创新	201
断想 88	Möbius 带模型	207
断想 89	体验激励 —— 引导学生做数学	208
断想 90	初始激励与可持续激励	210
断想 91	实施视野激励的重要路线	221
断想 92	思维收益极大化与创新教育	224
断想 93	激励教育要培育怎样的人	237
断想 94	教观察	237
断想 95	教育的本质首先体现为教师的自我教育	238
断想 96	“研究型学习与学习型研究” 的问题	238
断想 97	“成功是最好的激励; 成长本身也是进一步成长的资本”	238
断想 98	重温教育的观念	239
断想 99	如何获得好的学习效果	240
断想 100	知识的内涵是知识拥有者的意识品质、知识基础及以后的知识 境遇的函数	245
断想 101	好的激励教学利于教学相长	245
断想 102	抓住各种机会锻炼自己的逻辑思维、计算等能力	247
断想 103	对于受教育者而言, 激励有强势激励和弱势激励之分	248
断想 104	学知识、明事理、塑人格	248
断想 105	激励教育自然也要考虑激励后的人群状态问题	249
断想 106	“体能、智能、德能” 教育	249
断想 107	教师提高自己激励水平的基本途径	252
断想 108	改变思想方法教育缺失的局面	255
断想 109	思想方法的教育是开放式的教育	259
断想 110	教育的本质及教师的要求	260
断想 111	“思维向量” 的教育	263
断想 112	新闻化教育原则	269
断想 113	洞察已知, 发现新知	281
断想 114	线性教学, 非线性综合	287
断想 115	面向感觉的教育	288
断想 116	小尺度例示大尺度原理	290

断想 117	作品的清晰度依赖于读者的感知力	291
断想 118	撑开想象空间的教育	291
断想 119	一个人的 X 教育观与其 X 观有着密切联系	295
断想 120	形式上不好的条件实际是最好的条件	297
断想 121	教育质量不是一名教师的问题, 它是一项系统工程	297
断想 122	教育对时空具有依赖性	297
断想 123	激励是为了有好的教学效果	297
断想 124	课堂制度建设问题	301
断想 125	一科的教育不是孤立的	302
断想 126	激励教育最重要的目标是树立学生“用自己的一生去成长” 的观念	305
断想 127	知识的吸收, 除了传统的学习外, 还有生理技术、药物的手段	305
断想 128	教育实际上属于社会“人口优生”的范畴	306
断想 129	课堂激励教育的两个对象: 课堂中的学生团体以及作为个体 的学生	307
断想 130	教学效益的一个重要方面, 是同一材料的多种形式的利用	308
断想 131	基于激励制度研究的教师品质及其排序研究等问题	309
参考文献		310
人名索引		335
名词及基本思想索引		345

激励教育与数学认知非离散思想

—— 基于经济原则和认知神经科学的若干教育断想

以教学效益极大化为目标、以激励为提高收益效率之手段的教育,我们称之为“面向收益极大化的激励教育”。其试图为学生“提供宏大的知识、思想视野,展示精湛的思维技术”。

西班牙思想家、教育家奥尔特加·加塞特 (Jose Ortega y Gasset, 1883—1955) 在其《大学的使命》一书中谈到,“人类从事和热衷于教育是基于一个简单明了、毫无浪漫色彩的原因:人类为了能够满怀信心、自由自在和卓有成效地生活必须知道很多事情,但儿童和青年的学习能力都非常有限,这就是原因所在。假如童年期和青年期的时间分别都是持续一百年,或是儿童和青少年都具有无限的智慧和注意力,那么就不会有教学活动存在”(文献 [236]P.67)。确实如此。时间是每个人的稀缺资源。若在一定时间段内(如 6—25 岁)想使自己的学识、能力达到一定程度,仅凭一己之力可能做不到。这时就要借助外力的帮助。通常情况下,就是到相应级别的学校接受相应的教育。也就是说,学生到学校接受教育,是希望在一定的时间内,获得尽可能大的收获;甚至希望,在尽可能短的时间内,获得尽可能大的理想收获。总而言之,是希望自己的时间价值最大化。自然地,与之相应,教师的教学就应满足学生的这一愿望;不然,学生到学校学习的动力就会消失。“低成本、高收益”是经济原则的基本内涵。因此,教育具有经济属性!

教育要使受众在以下四个方面获得收益:收获知识、锻炼能力、感受快乐、增进健康;而激励教育则要使受众的相关收益极大化。

谁能提出新观点?其生理学基础是什么?

观念的出现根基于感觉。感觉有“感觉延展度”的问题。感觉的广度、深度如何度量?

“人类行为的神经生理学基础”是明确人类行为之本质的基本研究课题。

本书希望在考虑教育问题——特别是数学教育问题时,能够加上经济原则和认知神经科学这两个维度。

1992年诺贝尔经济学奖得主、美国芝加哥大学的贝克尔教授认为：“经济分析是一种统一的方法，适用于解释全部人类行为，这些行为涉及货币价格或影子价格，重复的或零星的决策，重大的或次要的决策，感情或机械似的目的，富者与穷人，男子与女士，成人与儿童，智者与愚者，医生与患者，商人与政客，教师与学生等。”（文献[140]，P.11）。

列宁认为，“人的思维在正确地反映客观真理的时候才是“经济的”，而实践、实验、工业是衡量这个正确性的准绳。”（文献[215]P.164）。

经济分为即时经济和整体经济两种基本类型。

断想 1 开放而期望收获的读书态度

一部作品能否引起共鸣，与大家的相关经验有关系。当你对所听所见没有感觉时，你需要做的不是无知地对其妄加评论，而是要在你以后的亲身实践中去检验它！

断想 2 真相显示之性质

人为何要将自己看到的事情的真相讲出来为别人所知？是自发本性的显露，还是自觉地表演？

真相的性质有两个阶段：私有阶段与公有阶段。事情在一开始往往属前者，逐渐转化为后者。到后一阶段——纸包不住火的阶段，谁先讲出真相，谁就会赢得公众的尊敬，因此他获得一种揭秘的权利，原因之一；之二在于，人的实践能力是不同的。同一个想法，张三能付诸实践而获得实际的收益，李四则可能心里明白却做不出。人有做者与说者之分。人能说到什么程度与做到什么程度，与其自身的主观条件和客观条件都有关系。说者获得收益的最好办法就是将自己做不到的事情说出来，从中获得信息而践行以致受益者，自然对李四心存佩服感激之情。李四由此获得的有学问、有水平的名声就是一种社会资本，它为其在社会中的生存与发展奠定了相应基础。

断想 3 教育、文明与经济

狭隘的教育还是真正的本性教育？何谓文明？文明是人类争斗中为了共存的产物。人与人之间的斗争犹如不息的激流，在冲涤着人的棱角。人与人之间开始有妥协、开始有内在的心计、开始有表里不一的争斗艺术——有了艺术，就没了真实、没了自由。艺术、机巧总是和真正的自由相冲突的。文明是人之间在各种约束