给力数学
GEILI MATHEMATICS

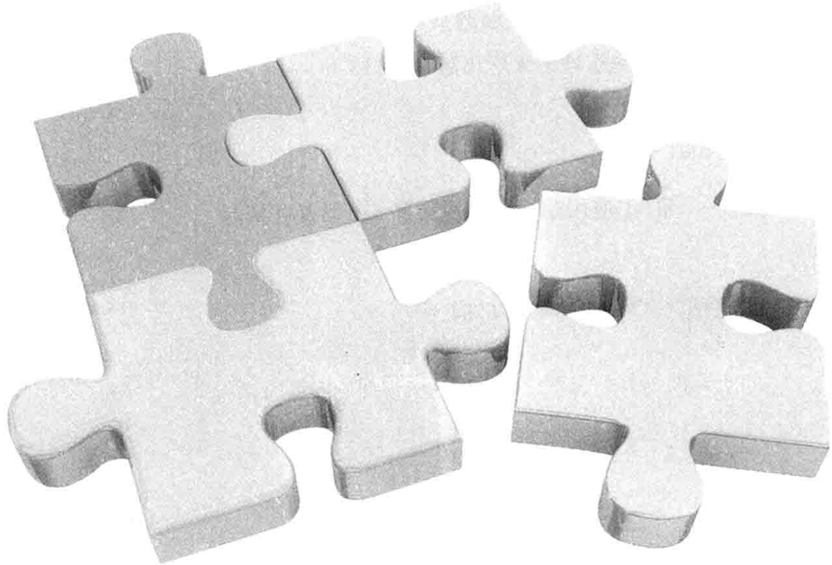
王国江 陆建国 / 丛书主编

高考数学
应用题解题策略分析

历届应用题题型大全+高考数学满分必备

華東理工大學出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

给力数学
GEILI MATHEMATICS



高考数学
应用题解题策略分析

历届应用题题型大全+高考数学满分必备

丛书主编： 王国江　陆建国

本书主编： 任升录

副 主 编： 王海平　王国江

编委（排名不分先后）：

王国江　王建宏　王海平　任升录　曹卯林　彭家麒　薛立新

華東理工大學出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS
·上海·

图书在版编目(CIP)数据

高考数学应用题解题策略分析：历届应用题题型大全＋高考数学满分必备/任升录本书主编. —上海：华东理工大学出版社，2015.1

(给力数学)

ISBN 978－7－5628－4031－2

Ⅰ.①高… Ⅱ.①任… Ⅲ.①应用题—高中—题解—升学参考资料 Ⅳ.①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 206754 号

给力数学

高考数学应用题解题策略分析：历届应用题题型大全＋高考数学满分必备

主　　编 / 任升录
策划编辑 / 庄晓明
责任编辑 / 陈月姣
责任校对 / 金慧娟
封面设计 / 裘幼华
出版发行 / 华东理工大学出版社有限公司
地　址：上海市梅陇路 130 号，200237
电　话：(021)64250306(营销部)
(021)64252718(编辑室)
传　真：(021)64252707
网　址：press.ecust.edu.cn
印　　刷 / 常熟华顺印刷有限公司
开　　本 / 787 mm×1092 mm　1/16
印　　张 / 9.25
字　　数 / 175 千字
版　　次 / 2015 年 1 月第 1 版
印　　次 / 2015 年 1 月第 1 次
书　　号 / ISBN 978－7－5628－4031－2
定　　价 / 24.80 元

联系我们：电子邮箱 press@ecust.edu.cn
官方微博 e.weibo.com/ecustpress
淘宝官网 http://shop61951206.taobao.com

華東理工大學出版社
扫描进入手机淘宝网店

前　言

高考能力是报考高校的高中生必须具备的能力之一，数学是必考的一个科目，其中应用题是历届考生深感最难准备的一种试题类型.如何提高解决应用题的能力，是准备高考过程中的一项艰巨而又重要的任务. 培养学生解决高考应用题的能力也是学校数学教育的一项基本任务. 数学应用题和其他各类试题的明显不同之处是：应用题有具体的问题情境，数学模型具有一定的隐蔽性，正是这种不同导致应用题的解题策略与其他各类试题有所不同. 通过对多年来全国各地大量的高考应用题和高考模拟试卷中的各类精彩纷呈的应用题进行剖析、提炼，我们试图找到比较行之有效的破解应用题的方法，为提升考生高考应考能力铺平道路.

为此要专门对应用题解题策略进行分析和研究.这需要了解高考数学考点及要求.各地高考组织管理机构每年都会根据课程标准颁发《数学学科高考考试说明》，明确规定了高考数学的性质、内容、要求、考试方式和试卷结构.它们既是高考命题依据又是考生备考复习的依据.

本书包括高考数学应用题的题型(第一章)、高考数学应用题的解题策略(第二章)、高考数学代数应用题(第三章)、高考数学几何应用题(第四章)等内容.

由于近年全国各省市高考试题对几何应用性问题主要考查学生对数学知识的灵活转化和实际应用的能力，出现较多代数与几何内容综合的应用题，所涉及的数学知识有三角函数图像应用、函数方程及数形结合应用、圆锥曲线应用、不等式(线性规划问题)、面积类数列问题、平面向量应用、立体几何应用、图形背景概率与统计应用等高中数学中最基本、最重要的内容.这类问题情景新颖，内容深刻，解法灵活多样，且较易与几何不等式、几何数列、几何图形、函数图像等几何内容相关联.因此，代数与几何的分界已经不是十分明确，第四章以三角、向量、解析几何、立体几何、线性规划、图形背景计数或概率统计问题等知识领域为专题线索，按几何特征进行归类编写，通过典型例题展现几何应用题的解题策略.

本书各章内容既以高考考纲为依据，构成较为完整的高中数学知识应用体系，每章又自成体系，方便读者根据需要灵活选择使用. 各章所选例题涵盖了近二十年来高考数学应用题的所有类型，也精选了各地部分高考模拟考试中的应用题. 本书编者对这些精彩纷呈的试题进行分析和研究，汇编在一起，以供读者参考，由于时间仓促，不足与错漏之处在所难免，望广大读者批评指正.

目 录

CONTENTS

第一章　高考数学应用题题型分析

高考数学应用题的题型，按照目前高考试卷呈现的特点可分为客观应用题和主观应用题，客观应用题多表现为填空题，也有少量的选择题；主观应用题是高考应用题的主要表现形式，需要书写必要的解答过程. 按照高考应用题的来源分，有对教材或者教参中应用问题的改编，也有对国外相关资料的改编或对报纸杂志中情境问题的改造；有来源于生活、生产实际问题的模型，也有的是命题者个人的生活工作经历的反映等等，十分丰富.

高考数学应用题蕴含考查数学建模、数学表达、问题解决、决策分析等能力方面的功能，考查学生在应用数学内容过程中相关认知特征及其水平，在知识要求方面几乎涉及了所有高考必考知识领域，这为考生在高考复习期间备考应用题带来困难. 另一方面，以应用题为载体进行高考复习，又可以带动学生对所学知识的融会贯通和学以致用，在短时间内较快提高数学应用水平.

本章以高考中已经出现过的各种应用题为基本依据，对高考数学应用题题型作概要分析.

第一节　客观应用题和主观应用题

无论是客观应用题还是主观应用题，在命题设计过程中，构造应用题的着力点是问题情境与数学相关知识及原理的有效关联，这个着力点客观要求既要注重问题情境的真实性、公平性及数学知识应用的适切性，又要注意从问题情境与数学考点的内在逻辑统一来构造应用题.

一、客观应用题

鉴于应用题蕴含的考查功能，各地历年高考数学考试都设法运用不同的题型将其设计为考题. 作为以填空题或者选择题形式出现的应用题，虽然只要求写出结果，但其中同样有着丰富多彩的题型变化.

1. 政策中的数学应用题

政府工作报告、国家或者地区发展规划、经济普查的相关数据等都大量蕴含着数学和数学问题，对于这些政策性的文件中的数据进行挖掘，既能够得到较好的数学试题，又能够对考生加强国情民情教育.

例 1　(2000 年上海) 根据上海市人大十一届三次会议上的市政府工作报告，1999 年上海市完成 GDP(GDP 是指国内生产总值) 4035 亿元，2000 年上海市 GDP 预期增长 9%，市委、市府提

出本市常住人口每年的自然增长率将控制在0.08%，若GDP与人口均按这样的速度增长，则要使本市年人均GDP达到或超过1999年的2倍，至少需________年.

（按：1999年本市常住人口总数约1300万）

[点评] 当时的时代背景是，东南亚金融危机还没有完全过去，我国的经济则欣欣向荣，另一方面，上海的人口增长压力还很大. 人均GDP能够比较真实反映一个地区的经济实力和状态，从数学角度解读和理解政府工作报告，考查考生是否真正做到学以致用.

[答案] 9

例2 （2002年全国）据2002年3月5日九届人大五次会议(政府工作报告)："2001年国内生产总值达到95933亿元，比上年增长7.3%." 如果"十・五"期间(2001年—2005年)每年的国内生产总值都按此年增长率增长，那么到"十・五"末我国国内年生产总值约为________.

A. 115000亿元　　B. 120000亿元　　C. 127000亿元　　D. 135000亿元

[点评] 每年3月全国人大的政府工作报告都会对前一年的经济情况作总结. 根据上一年的发展趋势，预测今后一段时间内的经济发展态势，是政府的一项重要基础工作. 本考题以真实的数据为依据，让考生判断整个"十・五"我国的经济总量，既能感受到国家在发展又能够增强为国家的发展而勤奋学习的动力.

[答案] C

2. 生活实际中的应用题

例3 （2001年上海）甲、乙两人于同一天分别携款1万元到银行储蓄，甲存五年期定期储蓄，年利率为2.88%. 乙存一年期定期储蓄，年利率为2.25%，并在每年到期时将本息续存一年期定期储蓄. 按规定每次计息时，储户须交纳利息的20%作为利息税，若存满五年后两人同时从银行取出存款，则甲与乙所得本息之和的差为________元.（假定利率五年内保持不变，结果精确到1分）.

[点评] 储蓄是人民生活中十分常见的一种经济活动，储蓄利率根据国家国民经济发展的不同时期的需要，会进行调整. 利息税作为调节城乡居民储蓄的杠杆，有时取消有时征收，2001年储户须交纳利息的20%作为利息税，最近很长一段时期内都不需要交纳. 比较不同存期的收益，可以感受到数学知识在实际生活中的应用.

[答案] 219.01

例4 （2004年上海）某地2004年第一季度应聘和招聘人数排行榜前五个行业的情况列表如下：

行业名称	计算机	机械	营销	物流	贸易
应聘人数	215830	200250	154376	74570	65280

行业名称	计算机	营销	机械	建筑	化工
招聘人数	124620	102935	89115	76516	70436

若用同一行业中应聘人数与招聘人数比值的大小来衡量该行业的就业情况. 则根据表中数据，就业形势一定是(　　).

A. 计算机行业好于化工行业　　B. 建筑行业好于物流行业

C. 机械行业最紧张　　D. 营销行业比贸易行业紧张

[点评]　我们常讲用数学的眼光来看待问题，能否检测一位学习了 12 年数学的考生数学眼光怎么样？本应用题是一个例子，这与你学习多少数学知识关系不大，而与你是否能够运用适当的数学方法解决问题有关. 一般来说，应聘人数多而招聘人数少，则该行业的就业形势就紧张，这是常理. 能否在遇到具体问题时，把这个常理用来正确判断，是能力高低的表现.

[答案]　B

例 5　(2003 年江苏)某城市在中心广场建造一个花圃，花圃分为 6 个部分(如图 1-1-1). 现要栽种 4 种不同颜色的花，每部分栽种一种且相邻部分不能栽种同样颜色的花，不同的栽种方法有________种.(以数字作答)

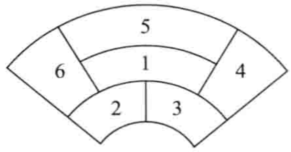


图 1-1-1

[点评]　在城镇的公共场所建造花圃或者花坛是司空见惯的. 如何在花圃内栽种各种花卉，这里面包含着数学中的计数原理. 由于第 1 部分与其他 5 部分都相邻，先确定该部分栽种什么颜色的花，共有 4 种选择，再依次确定其他各部分栽种花卉的颜色，第 2 部分有 3 种选择，当第 3 部分从余下的 2 种颜色中选择 1 种后，第 4 部分可以选择最后一种颜色也可以与第 2 部分同色. 如果第 4 部分选择最后一种颜色，则第 5 部分可以从第 2、3 部分栽种的颜色中选取一种，而第 6 部分的选择依赖于第 5 部分选择的颜色，共有 3 种可能；如果第 4 部分选择与第 2 部分同色，则第 5 部分或者第 6 部分必须栽种剩下的一种颜色花卉，而另一部分只能有唯一选择.

[答案]　$4\times3\times2\times(3+2)=120$

例 6　(2005 年湖南) 4 位同学参加某种形式的竞赛，竞赛规则规定：每位同学必须从甲、乙两道题中任选一题作答，选甲题答对得 100 分，答错得 -100 分；选乙题答对得 90 分，答错得 -90分. 若 4 位同学的总分为 0，则这 4 位同学不同得分情况的种数是(　　).

A. 48　　B. 36　　C. 24　　D. 18

[点评]　该题从考生熟悉的竞赛答题规则出发，命制考题，由于规则是命题者规定的，需要考生仔细阅读、准确理解，方能解答试题.

[答案]　B

3. 以重大事件为背景的应用题

例 7 （2009 年上海）在发生某公共卫生事件期间，有专业机构认为该事件一段时间内没有发生大规模群体感染的标志为“连续 10 天，每天新增疑似病例不超过 7 人”.根据过去 10 天甲、乙、丙、丁四地新增疑似病例数据，一定符合该标志的是（　）

A. 甲地：总体均值为 3，中位数为 4.　　B. 乙地：总体均值为 1，总体方差大于 0.

C. 丙地：中位数为 2，众数为 3.　　D. 丁地：总体均值为 2，总体方差为 3.

[点评]　2009 年大范围暴发禽流感，何时解除疫情警戒，需要有明确的判断标准. 能否从各地的统计数据来判断是否符合该标准，需要用到所学的统计知识，本题以此为背景命制.

[答案]　D

例 8 （2010 年上海）2010 年上海世博会园区每天 9:00 开园，20:00 停止入园. 在如图 1－1－2 的框图中，S 表示上海世博会官方网站在每个整点报道的入园总人数，a 表示整点报道前 1 个小时内入园人数，则空白的执行框内应填入________.

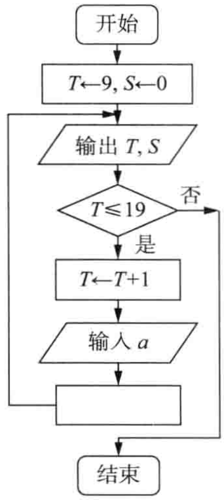


图 1－1－2

[点评]　2010 上海世博会，举世瞩目. 每小时整点播报入园人数，可以让园内外的观众实时了解园内人数，决定自己是进园还是出园，统计数据需要算法支持. 本题就是在这样的背景下编制的.

[答案]　$S\leftarrow S+a$

二、主观应用题

解答题中的应用题是高考应用题题型的主要类型. 从历年来已经出现的高考应用题，我们可以发现教材、报刊、视听媒体、研究应用题的著作等成为编制高考应用题的基本素材来源，也是主要的主观应用题的题型变化方式. 常见的有决策型、最值型、生活实际情境型、方案设计型、预测型等.

1. 决策型应用题

此类问题往往是在计算、分析、比较的基础上确定方案的一类实际问题，它的解决常需要建立方程、函数等代数模型或三角模型. 此类问题通常选用解答题题型.

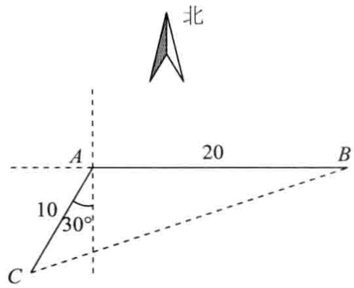


图 1－1－3

例 9 （2010 年上海）如图 1－1－3 所示，当甲船位于 A 处时获悉，在其正东方向相距 20 海里的 B 处有一艘渔船遇险等待营救. 甲船立即前往救援，同时把消息告知在甲船的南偏西 30°，相

距10海里C处的乙船，试问乙船应朝北偏东多少度的方向沿直线前往B处救援(角度精确到1°)?

解析　连接BC，由余弦定理得$BC^2=20^2+10^2-2\times20\times10\times\cos120^\circ=700$，

于是，$BC=10\sqrt{7}$. 因为$\frac{\sin\angle ACB}{20}=\frac{\sin120^\circ}{10\sqrt{7}}$，所以$\sin\angle ACB=\sqrt{\frac{3}{7}}$，

因为$\angle ACB<90^\circ$，所以$\angle ACB\approx41^\circ$，所以，乙船应朝北偏东$71^\circ$方向沿直线前往$B$处救援.

[点评]　诸如航行、台风、救援等以方位角为素材命制的高考应用题已经多次出现，解决此类问题重要的是标识清楚所给出的各种长度和角度，明确需要解决的问题. 除了方位角、仰角、俯角以及把角的关系转化为三角函数，或把三角形中的边角关系，用正余弦定理解决，都是常见的命题素材.

2. 生活实际中的最值型应用题

此类问题指与数学模型中的最值有关的实际问题，它常用来考查学生建立数学模型、求解数学模型并解决实际问题的能力，基于充分利用其问题模型考试价值的需要，多数情况下使用解答题型形式表述试题.

例10　(2004年上海) 某单位用木料制作如图1-1-4所示的框架，框架的下部是边长分别为x，y(单位：m)的矩形，上部是等腰直角三角形. 要求框架围成的总面积为8m^2，问x，y分别为多少(精确到0.001m)时用料最省?

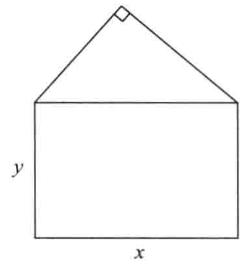


图1-1-4

解析　由题意得：$x\cdot y+\frac{1}{2}x\cdot\frac{x}{2}=8(x>0,y>0)$，

所以$y=\frac{8}{x}-\frac{x}{4}$，因为$y=\frac{8}{x}-\frac{x}{4}>0$，所以$0<x<4\sqrt{2}$.

设框架用料长度为l，则$l=2x+2y+\sqrt{2}x=\left(\frac{3}{2}+\sqrt{2}\right)x+\frac{16}{x}\geqslant4\sqrt{6+4\sqrt{2}}\,(=8+4\sqrt{2})$.

当且仅当$\left(\frac{3}{2}+\sqrt{2}\right)x=\frac{16}{x}$，$x=8-4\sqrt{2}$，$y=2\sqrt{2}$，满足$0<x<4\sqrt{2}$.

所以当$x=2.432\text{m}$，$y=2.828\text{m}$时，用料最省.

[点评]　该高考题是源自学校一种类型的窗框构造. 解决此类问题最为重要的环节是列式不能出错. 本题很容易忽略的是框架中间的横梁需要计算在用料之内.

3. 生活实际中问题的方案设计

此类问题指一类源于生活实际，基于优化决策的目的，问题的解决需要建立数学模型，问题蕴含考查从图表、文字中获取信息及运算、判断、分析能力的要求. 由于问题的解决要求体现出必要的过程，因而在试题编制中往往需要运用解答题型将这类问题设计为试题.

例 11 （2006 年江苏）请您设计一个帐篷. 它下部的形状是高为 1m 的正六棱柱，上部的形状是侧棱长为 3m 的正六棱锥（如图 1－1－5 所示）. 试问当帐篷的顶点 O 到底面中心 O_1 的距离为多少时，帐篷的体积最大？

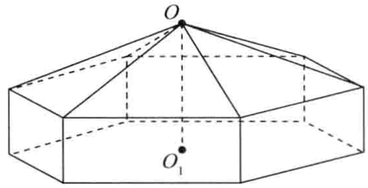


图 1－1－5

解析 设 OO_1 为 x m，

则由题设可得正六棱锥底面边长为（单位：m）

$\sqrt{3^2-(x-1)^2}=\sqrt{8+2x-x^2}$

于是底面正六边形的面积为（单位：m^2）

$6\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times(\sqrt{8+2x-x^2})^2=\frac{3\sqrt{3}}{2}(8+2x-x^2)$

帐篷的体积为（单位：m^3）$V(x)=\frac{3\sqrt{3}}{2}(8+2x-x^2)\left[\frac{1}{3}(x-1)+1\right]=\frac{\sqrt{3}}{2}(16+12x-x^3)$

求导数，得 $V'(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}(12-3x^2)$

令 $V'(x)=0$ 解得 $x=-2$（不合题意，舍去），$x=2$.

当 $1<x<2$ 时，$V'(x)>0$，$V(x)$ 为增函数；

当 $2<x<4$ 时，$V'(x)<0$，$V(x)$ 为减函数.

所以当 $x=2$ 时，$V(x)$ 最大.

答：当 OO_1 为 2m 时，帐篷的体积最大.

［点评］ 本题主要考查利用导数研究函数的最大值和最小值的基础知识，以及运用数学知识解决实际问题的能力.

4. 预警预测型应用题

例 12 （2002 年北京）假设 A 型进口汽车关税税率在 2001 年是 100％，在 2006 年是 25％，2001 年 A 型进口车每辆价格为 64 万元（其中含 32 万元关税税款）.

（1）已知与 A 型车性能相近的 B 型国产车，2001 年每辆价格为 46 万元. 若 A 型车的价格只受关税降低影响，为了保证 2006 年 B 型车的价格不高于 A 型车价格的 90％，B 型车价格要逐年降低，问平均每年至少下降多少万元？

（2）某人在 2001 年将 33 万元存入银行，假如该银行扣利息税后的年利率为 1.8％（五年内不变），且每年按复利计算（例如，第一年的利息记入第二年的本金），那么五年到期时这笔钱连本带息是否一定够买一辆按（1）中所述降价后的 B 型汽车？

［点评］ 应用数学知识对经济活动中的规律进行探讨，增强把控能力，提高计划性和预见性，是未来公民较好的一种素养，这种素养也是素质教育所追求的. 本题以即将到来的轿车进入大众化时代为背景，从汽车的价格到居民计划五年后购买汽车切题，编制高考应用题，能够较好地考查考生数学应用能力.

［答案］(1) 2 万元；(2) 5 年后本息和为 $36.07692>36$，可以.

例 13　(2005 年湖北) 某地最近出台一项机动车驾照考试规定：每位考试者一年之内最多有 4 次参加考试的机会，一旦某次考试通过，便可领取驾照，不再参加以后的考试，否则就一直考到第 4 次为止. 如果李明决定参加驾照考试，设他每次参加考试通过的概率依次为 0.6，0.7，0.8，0.9，求在一年内李明参加驾照考试次数 ξ 的分布列和 ξ 的期望，并求李明在一年内领到驾照的概率.

解析　ξ 的取值分别为 1，2，3，4.

$\xi=1$，表明李明第一次参加驾照考试就通过了，故 $P(\xi=1)=0.6$.

$\xi=2$，表明李明在第一次考试未通过，第二次通过了，故

$P(\xi=2)=(1-0.6)\times0.7=0.28$.

$\xi=3$，表明李明在第一、二次考试未通过，第三次通过了，故

$P(\xi=3)=(1-0.6)\times(1-0.7)\times0.8=0.096$.

$\xi=4$，表明李明第一、二、三次考试都未通过，故

$P(\xi=4)=(1-0.6)\times(1-0.7)\times(1-0.8)=0.024$.

所以李明实际参加考试次数 ξ 的分布列为

ξ	1	2	3	4
P	0.6	0.28	0.096	0.024

所以 ξ 的期望 $E\xi=1\times0.6+2\times0.28+3\times0.096+4\times0.024=1.544$.

李明在一年内领到驾照的概率为

$1-(1-0.6)(1-0.7)(1-0.8)(1-0.9)=0.9976$.

［点评］机动车驾照考试在当今社会已经越来越普遍，但是在 2005 年还没有十分普及. 本题以此为背景，主要考查随机变量的分布列和数学期望的概念和运算，以及运用概率统计的知识解决实际问题的能力.

第二节　改编应用题和原创应用题

对于应用题而言，问题情境来源于实际的相关材料，情境的表述则为明确对象、形成问题条件、明确需要解决的问题建立了前提. 应用题所对应的对象及条件往往蕴含形成数学问题中必要的数学概念、图像、图形等；所提出的任务要么可以直接表示为有关的数学事实(模型)，要么通过适当转化有关的数学事实(模型)，蕴含考查运用数学解决实际问题能力的功能.

由于高考命题的特点，命题专家不可能在较短时间内进行实地调查，通过考察取证获取原始

数据，因此现有的媒体材料、报纸杂志、个人经验积累的素材以及国内外经典问题，包括教材中原有的应用题素材，就成了拟制应用题的一个主要原始问题来源. 从现有材料改编成高考应用题是基本的命题方式，这种方式出现的高考应用题，通常叙述准确简练；以实际生活情景或现实背景原创应用题是另一种方式出现的高考应用题，这种题型通常为了描述清楚，需要较多的文字，与生活用语结合在一起，有时容易产生不同的理解，因此真正的原创应用题在高考中并不多见，多为在现实材料基础上的以某一数学模型为载体的应用题.

一、改编应用题

1. 改编自教材的应用题

例 14 （2009 年上海）有时可用函数

$$f(x)=\begin{cases}0.1+15\ln\dfrac{a}{a-x}, & x\leqslant 6,\\ \dfrac{x-4.4}{x-4}, & x>6\end{cases}$$

描述学习某学科知识的掌握程度. 其中 x 表示某学科知识的学习次数（$x\in\mathbf{N}^*$），$f(x)$ 表示对该学科知识的掌握程度，正实数 a 与学科知识有关.

（1）证明：当 $x\geqslant 7$ 时，掌握程度的增长量 $f(x+1)-f(x)$ 总是下降；

（2）根据经验，学科甲、乙、丙对应的 a 的取值区间分别为 $(115,121]$，$(121,127]$，$(127,133]$. 当学习某学科知识 6 次时，掌握程度是 85%，请确定相应的学科.

解析 （1）[证明]当 $x\geqslant 7$ 时，$f(x+1)-f(x)=\dfrac{0.4}{(x-3)(x-4)}$.

而当 $x\geqslant 7$ 时，函数 $y=(x-3)(x-4)$ 单调递增，且 $(x-3)(x-4)>0$.

故 $f(x+1)-f(x)$ 单调递减.

所以当 $x\geqslant 7$ 时，掌握程度的增长量 $f(x+1)-f(x)$ 总是下降.

（2）[解]由题意知 $0.1+15\ln\dfrac{a}{a-6}=0.85$.

整理得 $\dfrac{a}{a-6}=e^{0.05}$，

解得 $a=\dfrac{e^{0.05}}{e^{0.05}-1}\cdot 6\approx 20.50\times 6=123.0$，$123.0\in(121,127]$

由此可知，该学科是乙学科.

[点评] 本题改编自教材后的阅读材料. 由于教材是所有考生都拥有的基本学习材料，从教材中寻找命制应用题的切入点，可以保证背景的公平，也容易编制出可靠的试题.

2. 改编自国外资料的应用题

例 15　(2000 年上海) 根据指令(r,θ) $(r\geqslant 0, -180^\circ<\theta\leqslant 180^\circ)$，机器人在平面上能完成下列动作：先原地旋转角度$\theta$($\theta$为正时，按逆时针方向旋转$\theta$，$\theta$为负时，按顺时针方向旋转$-\theta$)，再朝其面对的方向沿直线行走距离$r$.

(1) 现机器人在直角坐标系的坐标原点，且面对x轴正方向，试给机器人下一个指令，使其移动到点(4，4)如图 1-2-1 所示.

(2) 机器人在完成该指令后，发现在点(17，0)处有一小球正向坐标原点作匀速直线滚动，已知小球滚动的速度为机器人直线行走速度的 2 倍，若忽略机器人原地旋转所需的时间，问机器人最快可在何处截住小球？并给出机器人截住小球所需的指令(结果精确到小数点后两位).

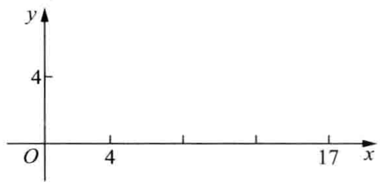


图 1-2-1

解析　(1) $r=4\sqrt{2}$，$\theta=45^\circ$，得指令为$(4\sqrt{2}, 45^\circ)$，

(2) 设机器人最快在点$P(x, 0)$处截住小球，

则因为小球速度是机器人速度的 2 倍，所以在相同时间内有$|17-x|=2\sqrt{(x-4)^2+(0-4)^2}$，

即$3x^2+2x-161=0$，得$x=-\dfrac{23}{3}$或$x=7$，

因为要求机器人最快地去截住小球，即小球滚动距离最短，所以$x=7$，

故机器人最快可在点$P(7, 0)$处截住小球，

所给的指令为$(5, -98.13^\circ)$.

[点评]　该高考题由美国的一本《数学的原理与实践》书中案例经过改编而来，由于改编幅度很大，因此用于高考仍具有很高的公平性和区分性.

3. 改编自常规习题的应用题

例 16　(2001 年上海)用一块钢锭浇铸一个厚度均匀，且全面积为 2 m^2 的正四棱锥形有盖容器(如图 1-2-2 所示)，设容器的高为h m，盖子边长为a m.

(1) 求a关于h的函数解析式；

(2) 设容器的容积为V m^3，则当h为何值时，V最大？求出V的最大值.

(求解本题时，不计容器的厚度)

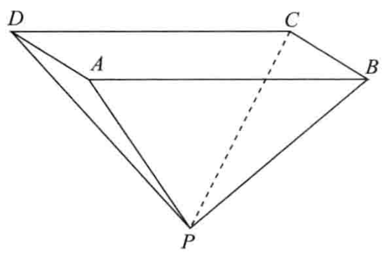


图 1-2-2

解析 (1) 设h'为正四棱锥的斜高.

由已知$\begin{cases} a^2+4\cdot\dfrac{1}{2}h'a=2, \\ h^2+\dfrac{1}{4}a^2=h'^2, \end{cases}$

解得$a=\dfrac{1}{\sqrt{h^2+1}}(h>0)$.

(2) $V=\dfrac{1}{3}ha^2=\dfrac{h}{3(h^2+1)}(h>0)$,

易得$V=\dfrac{1}{3\left(h+\dfrac{1}{h}\right)}$.

因为$h+\dfrac{1}{h}\geqslant 2\sqrt{h\cdot\dfrac{1}{h}}=2$，所以$V\leqslant\dfrac{1}{6}$.

等式当且仅当$h=\dfrac{1}{h}$，即$h=1$时取得.

故当$h=1\text{m}$时，V有最大值，V的最大值为$\dfrac{1}{6}\ \text{m}^3$.

[点评] 该题改编自教材中一道常规的习题，原习题没有实际背景，用作高考题时，通过赋予其实际意义，而成为一道立体几何应用题. 类似的问题还有2008年上海高考的制作灯笼应用题.

例17 (2004年上海) 某市2003年共有1万辆燃油型公交车. 有关部门计划于2004年投入128辆电力型公交车，随后电力型公交车每年的投入比上一年增加50%，试问:

(1) 该市在2010年应该投入多少辆电力型公交车?

(2) 到哪一年底，电力型公交车的数量开始超过该市公交车总量的$\dfrac{1}{3}$?

解析 (1) 该市逐年投入的电力型公交车的数量组成等比数列$\{a_n\}$，其中$a_1=128$，$q=1.5$，则在2010年应该投入的电力型公交车为$a_7=a_1\cdot q^6=128\times1.5^6=1458$(辆).

(2) 记$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$，依据题意，得$\dfrac{S_n}{10000+S_n}>\dfrac{1}{3}$. 于是$S_n=\dfrac{128(1-1.5^n)}{1-1.5}>5000$(辆)，即$1.5^n>\dfrac{657}{32}$，则有$n\approx7.5$，因此$n\geqslant8$.所以，到2011年底，电力型公交车的数量开始超过该市公交车总量的$\dfrac{1}{3}$.

[点评] 发展绿色能源交通是一项国家战略. 该高考题把常规习题融入公交部门投入电力型公交背景中，变成一道既常规又极富应用味道的试题. 考生在解答过程中不仅展现所学等比数列

知识，还受到潜在的环保教育.

例 18　(2005 年上海) 某市 2004 年底有住房面积 1200 万平方米，计划从 2005 年起，每年拆除 20 万平方米的旧住房. 假定该市每年新建住房面积是上年年底住房面积的 5%.

(1) 分别求 2005 年底和 2006 年底的住房面积；

(2) 求 2024 年底的住房面积.(计算结果以万平方米为单位，且精确到 0.01)

解析　(1) 2005 年底的住房面积为 $1200(1+5\%)-20=1240$(万平方米)，

2006 年底的住房面积为 $1200(1+5\%)^2-20(1+5\%)-20=1282$(万平方米).

所以 2005 年底的住房面积为 1240 万平方米，2006 年底的住房面积为 1282 万平方米.

(2) 2024 年底的住房面积为

$$1200(1+5\%)^{20}-20(1+5\%)^{19}-20(1+5\%)^{18}-\cdots-20(1+5\%)-20$$

$$=1200(1+5\%)^{20}-20\times\frac{1.05^{20}-1}{0.05}\approx 2522.64(\text{万平方米})$$

所以 2024 年底的住房面积约为 2522.64 万平方米.

[点评]　从连续两年上海春季高考试题，我们看到，应用题的考查并不因为前一年考过什么知识，下一年就回避. 事实上，高考中应用题选择的知识点具有重要的平衡功能，由于应用题负载大，选择知识领域自由，因此在高考试卷中的表现既十分自由又相当一贯，自由的是试题考点和放置题序，一贯的是每年的高考试卷中都有应用题.

二、原创应用题

1. 原创于生活环境的应用题

例 19　(2001 年江西、山西、天津) 一间平房的屋顶有如图 1-2-3 所示的三种不同的盖法：①单向倾斜；②双向倾斜；③四向倾斜. 记三种盖法屋顶面积分别为 P_1、P_2、P_3

①　②　③

图 1-2-3

若屋顶斜面与水平面所成的角都是 α，则(　　)

A. $P_3>P_2>P_1$　　B. $P_3>P_2=P_1$　　C. $P_3=P_2>P_1$　　D. $P_3=P_2=P_1$

[点评]　我们居住的房屋屋顶各种形状，本题抽象出比较常见的 3 种，不同盖法的屋顶，面积是否相等？从我们熟悉的环境切入，构造原创的高考应用题，既清新又独具匠心.

[答案]　D

例 20 （2008 年上海）如图 1－2－4 所示，某住宅小区的平面图呈扇形 AOB. 小区的两个出入口设置在点 A 及点 C 处. 小区里有一条平行于 BO 的小路 CD. 已知某人从 C 沿 CD 走到 D 用了 10 分钟，从 D 沿 DA 走到 A 用了 6 分钟，若此人步行速度为每分钟 50 m，求该扇形的半径 OA 的长(精确到 1 m).

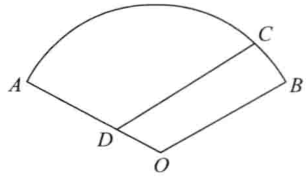


图 1－2－4

解析 ［解法一］ 设该扇形半径为 r m，连接 CO，如图 1－2－5 所示，由题意，得

$CD=500(\mathrm{m})$，$DA=300(\mathrm{m})$，$\angle CDO=60^\circ$

在$\triangle CDO$ 中，$CD^2+OD^2-2CD\cdot OD\cdot\cos 60^\circ=OC^2$

即 $500^2+(r-300)^2-2\times500\times(r-300)\times\dfrac{1}{2}=r^2$

解得：$r=\dfrac{4900}{11}\approx445(\mathrm{m})$

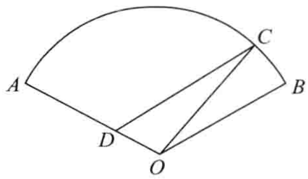


图 1－2－5

所以，该扇形的半径 OA 的长约 445 m.

［解法二］ 连接 AC，作 $OH\perp AC$，交 AC 于 H，如图 1－2－6 所示.

由题意，得 $CD=500$ m，$AD=300$ m，$\angle CDA=120^\circ$，

在$\triangle ACD$ 中，

$$AC^2=CD^2+AD^2-2CD\cdot AD\cdot\cos120^\circ$$

$$=500^2+300^2+2\times500\times300\times\frac{1}{2}=700^2$$

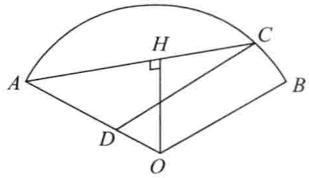


图 1－2－6

故 $AC=700(\mathrm{m})$，$\cos\angle ACD=\dfrac{AC^2+AD^2-CD^2}{2AC\cdot AD}=\dfrac{11}{14}$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle HAO$ 中，$AH=350(\mathrm{m})$，$\cos\angle HAO=\dfrac{11}{14}$，

所以，$OA=\dfrac{AH}{\cos\angle HAO}=\dfrac{4900}{11}\approx445(\mathrm{m})$.

答：该扇形的半径 OA 的长约 445m.

［点评］ 命题者居住地有一个呈扇形的花园，园中有一便道，据此原型命制出上述高考试题. 从这里我们看到任何一道精彩的高考试题，都凝结着命题专家大量的心血，也与命题专家的经历和阅历密不可分的.

2. 原创于体育休闲设施的应用题

例 21 （2009 年福建）如图 1－2－7 所示，某市拟在长为 8km 的道路 OP 的一侧修建一条运动赛道，赛道的前一部分为曲线段 OSM，该曲线段为函数 $y=A\sin\omega x(A>0,\omega>0)$ $x\in[0,4]$的