

大学数学 教学概说

张奠宙 柴俊 编著

高等教育出版社

大学数学教学概论

Daxue Shuxue Jiaoxue Gaishuo

张奠宙 柴俊 编著

高等教育出版社·北京

内容提要

本书作者以大学数学教育的实践经验和数学教育理论为基础,以全新的视角阐述了大学数学教学的基本原理。本书主要内容有:我国近代大学数学教学的历史演变;国外大学数学,特别是美国的大学数学教学和改革情况介绍;近30年我国大学数学教学改革的历程和成果;大学数学教学的五个基本原理以及相关实例;最后以讲故事的形式给出了做好大学数学教学工作的一些建议。

本书可供从事大学数学教学和大学数学教育理论研究的教师参考,也可作为高校青年数学教师入职培训和数学教育专业研究生的教材。

图书在版编目(CIP)数据

大学数学教学概说/张奠宙,柴俊编著.--北京:
高等教育出版社,2015.2

ISBN 978-7-04-041174-4

I. ①大… II. ①张… ②柴… III. ①高等数学-教
学研究-高等学校 IV. ①O13-42

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 227996 号

策划编辑 李茜 责任编辑 李茜 特约编辑 王琪 封面设计 赵阳
版式设计 范晓红 插图绘制 杜晓丹 责任校对 张小镝 责任印制 毛斯璐

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社 址	北京市西城区德外大街4号	网 址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印 刷	北京鑫丰华彩印有限公司	网上订购	http://www.landaco.com
开 本	850mm × 1168mm 1/32		http://www.landaco.com.cn
印 张	5	版 次	2015年2月第1版
字 数	100千字	印 次	2015年2月第1次印刷
购书热线	010-58581118	定 价	8.80元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 41174-00

序

教学是一门艺术。如何把知识中的“学术形态”转化为学生容易接受的“教育形态”，如何透过“形式美丽”揭示蕴含的“火热思考”，如何通过知识的传授启迪思维、培养能力，这是众多教育学家和广大教师们长期以来为之努力探索和实践的目标。面世的教育学理论和著作不少，但多局限于中小学层次，针对大学教育的数量不多，特别是有关大学数学教育的著作为数更少。本书在一定意义上，可以说是填补了我国在这方面的空白。

本书针对理工科非数学类专业学生所学的“大学数学”课程，概括地记载了我国一百多年来数学教学变革的历史，展示了曲折的发展过程，总结了一些经验教训，特别是评述了改革开放以来我国大学数学教学面貌的一些重大变化和教学改革的重要成果。这些宝贵的史料和经验教训，对今后的教学改革有重要的参考价值。

本书的两位作者长期从事数学教育的研究和实践，其中张奠宙先生曾任国际数学教育委员会执行委员，他们通过参加相关国际会议、阅读文献，以及与美国学者们的合作研究，收集整理了大学数学教学的一些国际动态和典型事例。书中所展示的不同学派的教育理念和观点、相互间的争论，以及一些教学方法和不少典型例子，能使我们受到启发，并吸收其中有益的成分。

本书所提出的大学数学教学的五项基本原理，以及一些

实际操作层面需要解决的问题是作者多年来理论研究的沉淀和经验汇集。可贵之处在于,作者不是抽象地谈论这些理论,而是通过许多大学数学课程内容中的具体例子来说明这些原理,这不仅使读者易于理解,而且可以在教学中具体应用。

我国大学数学一百多年来从无到有、从精英教育到大众化教育、从照搬国外到自主研究、从零星的经验到比较系统的总结,正在向建设具有中国特色的大学数学教育目标迈进。正像作者所说,本书只是为了抛砖引玉,希望本书的出版能引起对大学数学教育的更多关注和研究,能带动更多丰硕成果的涌现。

马知恩

2014年3月18日

前言

大学数学教学,古已有之。古希腊的柏拉图学园,几何学是重要的课程,甚至在大门上写着:“不懂几何学请勿入内”。中国唐代的国子监设有明算科,以《周髀算经》等为教材。文艺复兴以后的欧洲大学,都设置有数学课程。牛顿曾经是剑桥大学最年轻的教授。拉格朗日执教于法国巴黎高师和巴黎理工大学。德国的哥廷根大学,拥有高斯、黎曼、希尔伯特等数学大师。

不过,那时的大学尽管有辉煌的数学成就,却没有人去研究“大学数学教学”之类的课题。事实上,大学是创新研究的学术殿堂,大学教授的科学水准决定教学水平的高低,无关乎采取何种教学方法。至于教育家倡导的教育学理论,通常只能用于描述儿童的成长规律。大学数学教授觉得无用,因而不会关注。此外,20世纪以前的大学,学生人数很少。例如,1900年,剑桥大学本科生中,通过数学荣誉考试的学生不过82人。我国在民国时代的大学数学系里,每届注册的学生大多不满10人。一般的理工科大学,每届也就是一二十人的样子。课堂里人数很少,数学教学在一定程度上还延续着师傅带徒弟的教学方式,接近个别教育。这样一来,大学数学教学虽然存在,但是研究大学数学教学就没有多大意义了。

到了20世纪60年代,情况有了重大变化。以计算机为代表的信息技术,给大学数学教学内容和教学方式带来了革命性的影响。世界各国的大学扩大招生,使得大学教育进入

大众教育阶段。我国也是如此。20 世纪 50 年代中期,理工科大学数学课程的人数多在百名以上。20 世纪末的扩大招生,更强化了这一趋势。数学基础课的大班授课,要使得每个学生都能受益,需要教师在教学上做出更多的努力,讲究教学方法,提高教学效益。

如何应对这样的变化?世界各国的数学家和大学数学教授们坐下来讨论,商量对策,进行改革。随后便有一些研究文献陆续发表,若干国际会议相继召开,“大学数学教育研究”也就应运而生了。

与国际上大学数学教育改革同步,我国从 20 世纪 50 年代开始教学改革。几经反复,在 20 世纪 80 年代实行改革开放政策之后,又进行了一场深刻的“高等数学”的教学改革。大学数学教育的研究也随之展开。

本书的编写,就是在国际国内进行了大规模的大学数学教育改革的背景下进行的。意图是记录、总结这一历史进程,提供一个鸟瞰式的图景,并试图构建一些理论归纳。不过,大学数学教育的范围很广,国内外的研究,以及本书的内容,目前都只限于理工科大学本科基础课程的教学研究,很少涉及数学专业课程,以及研究生数学课程等的教学。

本书的第一章,是回溯微积分传入我国,经过民国时代,以及 20 世纪 50 年代学习苏联之后,截至 1980 年改革开放之前的我国“高等数学”教学的历史。借助简要的历史叙述,以便考察从西方传入的微积分等内容在我国逐渐本土化的过程,并从中汲取历史经验教训。

第二章则是国外大学数学教育改革的情况介绍。其中主要介绍了美国微积分改革的有关情形。特别着力于“四规则”(指文字、公式、图形、数据四位一体地表述微积分概念与规

律)的介绍,并收集了一些“数值型”的微积分练习题,以供参考。

第三章,叙述了我国 20 世纪 80 年代改革开放以来“高等数学”教学改革历程。这是我国大学数学基础课教学的一次历史性的转变,值得我们进一步珍视、传播和践行。本章内容,主要根据萧树铁教授和马知恩教授分别主持的两个研究报告写成。

第四章,提出了大学数学教学的五项基本原理。进入 21 世纪以来,大学数学教学改革已经有许多理论研究和实践经验,我们试图将之概括为问题驱动、适度形式化、数学建模、变式训练以及师生互动等五个方面。

最后一章是有关做好大学数学教学工作的一些建议。俗话说“教无定法”。我们只能用“讲故事”的方式介绍一些具体操作层面的局部经验,希图借一些对话提出一些值得聚焦的问题。

大学数学教育眼下还不是一门具有系统理论的学科,本书的编写也基本上停留在进行资料汇编和文献整理的水平上。将之公诸于世,意在抛砖引玉,期待未来有更加科学、更加深刻的大学数学教学研究著作问世。

作者

2014 年 7 月

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任；构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话 (010)58581897 58582371 58581879

反盗版举报传真 (010)82086060

反盗版举报邮箱 dd@hep.com.cn

通信地址 北京市西城区德外大街4号 高等教育出版社法务部

邮政编码 100120

目 录

第一章 我国微积分教学的历史简述(1980 年以前)	1
第一节 《代微积拾级》——现代数学的启蒙教材	1
第二节 民国时期的大学微积分教材	3
第三节 20 世纪 50 年代“学习苏联”环境下的 高等数学教学	5
第四节 “大跃进”时期和“文化大革命”年代的 微积分教学	9
第二章 大学数学教学的一些国际动态	12
第一节 1975 年的一次国际调查	12
第二节 几位著名数学家对形式主义数学的批评	15
第三节 1999 年的新加坡会议	20
第四节 20 世纪 80 年代的美国微积分改革运动	23
第五节 进入 21 世纪的美国微积分改革	27
第六节 “四规则”与微积分概念数值化理解	32
第三章 改革开放以来我国大学数学教育的演变	40
第一节 《高等数学》内容的变革	40
第二节 两个报告的内容摘要	45
第三节 推动大学数学教育改革的几段谈话	51
第四节 数学建模活动的开展	54

第五节 若干大学数学教育改革项目和研究活动	56
第四章 “高等数学”教学的五个基本原理	62
第一节 问题驱动原理	64
第二节 适度形式化原理	70
第三节 数学建模原理	80
第四节 变式训练原理	91
第五节 师生互动原理	109
第五章 做好大学数学教学工作的若干问题	112
第一节 关于备课	113
第二节 关于组织课堂教学	120
第三节 关于作业、答疑和测试	127
后记	141
参考文献	145

第一章 我国微积分教学的历史简述(1980 年以前)

1859 年,清代数学家李善兰和英国传教士伟烈亚力合作翻译的微积分著作《代微积拾级》在上海墨海书局出版,它是我国第一部译成中文的近代西方数学著作。这是我国数学历史上的一件大事情,从此微积分开始进入我国的教学和科技领域。1867 年京师同文馆开设的“天文算学馆”则开始正式在课堂上传授微积分。历经清末的裹足不前,民国时期的借鉴欧美,以及新中国成立之后学习苏联,微积分终于成为我国一门成熟的课程。这一章,我们将对这百余年的微积分教学历史,做一简要的回顾。

第一节 《代微积拾级》——现代 数学的启蒙教材

《代微积拾级》全书包括解析几何、微分学和积分学三部分,内容大体相当于我国今天大学的“高等数学”。原作是美国数学家罗密士(Elias Loomis, 1811—1889)所著的 1851 年版《解析几何与微积分初步》(Elements of Analytical Geometry, and of the Differential and Integral Calculus (New York: Harper & Brothers, 1851))。在书的序言中李善兰是这样解释书名翻译的缘由:“是书先代数,次微分,次积分,由易而难,若阶级之易升,译既竣,即名之曰《代微积拾级》”(图 1.1.1)。



(a)



(b)

图 1.1.1

《代微积拾级》出版之前,明代以来所翻译的西方数学著作,均为初等数学,而这部译著,包含了变量数学的内容,这是近代数学传入中国的标志性事件。虽然《代微积拾级》基本涵盖了初等微积分的全部内容,但并非当时西方最先进的微积分著作,只不过是美国大学一年级的一本教科书。不过由于那个年代中国微积分的读者很少,一本浅显而又系统介绍解析几何和微积分的著作还是非常合适的,有利于微积分的传播。

《代微积拾级》的影响不仅限于中国。它东渡日本,形成了中日数学交流历史上的重要事件。在 1868 年日本明治维新之前,日本数学家多受中国古代数学的影响,熟悉汉文表达的数学含义。也就是说,对于西方“相对艰深”的微积分学,直接阅读原作尚有困难。于是《代微积拾级》成为一块可以利用的跳板。日本著名数学史家三上义夫说:“第一次将欧洲数学引入日本的,肯定是李善兰和伟烈亚力翻译的罗密士的微积分。该书出版不久就传到了日本。”

李善兰在《代微积拾级》的翻译中,对后人影响最大的莫

过于数学名词的转译,最令人赞叹的是“微分”与“积分”两词的创造。这两个词极其准确地刻画了数学分析学的特征。众所周知,微积分的核心思想是局部与整体的统一,微分对“量”作细微的局部分析,然后将微分积累起来,更深刻地认识整体性质。“微”“积”二字传神地刻画了两种基本运算的特征。至于“分”字的使用,作名词看,它意味着“极小”的单元,作动词看,又有“分割”“分析”的含义。一个数学名词能够使读者借助汉字唤起贴切的形象,有助于理解微积分学的精髓,可说已达完美境界。时至今日,东方各国,凡使用汉字的地方,都采用“微分”“积分”的名词,因而这是一份具有国际性的贡献。

类似的新名词,还有常数、变数、已知数、函数、系数、指数、级数、单项式、多项式、微分、横轴、纵轴、切线、法线、曲线、渐近线、相似等许多名词,都出自伟烈亚力和李善兰之手。

清末的知识界,也有一些研习微积分的心得和演算的作品问世。如周蕃的《代微积拾级详草》,陈志坚的《微积阐详》等,不过是一些“注”“疏”之类的辅助读物,并无微积分系统知识的教科书出版。

第二节 民国时期的大学微积分教材

辛亥革命后,中国各地开始兴办高等院校,微积分成为理工科的一门基础课。整个民国时期,从引进国外教材,到自己编写教材,经历了微积分学本土化的过程。期间陆续出版了一些微积分著作。据统计,从1904年到1949年,共有36种

教科书问世^①。

民国初年,一些教会兴办的大学,微积分教材大多采用欧美各国外文原版。早年的中译本,除《代微积拾级》外,还有美国 G. A. Osborne 编著的《奥斯宾氏微分学》《奥斯宾氏积分学》,分别在 1909 年和 1913 年由上海科学会编译部出版。1911 年,日本长泽龟之助的《微分积分学》由寿孝天、骆师曾翻译,由商务印书馆出版。

1919 年五四运动以后,地方大力兴办高等学校,微积分教学迅速扩展开来。1928 年,中华书局出版段子燮、何鲁编写的《微分学》,开国人自编微积分教材的先河。进入 20 世纪 30 年代,我国数学家开始编写更加系统的微积分教科书。孙光远、孙叔平的《微积分学》,1930 年由商务印书馆发行,影响较大。该书明确提出,关于极限存在性定理以及连续函数的特性,只是叙述不加证明,全书注重计算和应用。尤其是书中使用“导数”“增(减)函数”“中值定理”“幂级数”“多值函数”等名词,一直沿用至今。

另一本国人编著的微积分著作是熊庆来编写的《高等算学分析》,1934 年由商务印书馆出版发行。该书是作者在清华大学和东南大学任教时编写的讲义,这是第一本用白话文撰写的微积分著作。清华大学教员周鸿经、唐培经,以及研究生陈省身“校对印稿”,华罗庚不惮繁琐编制索引,可见倾注了当时清华数学群星的心力。该书内容从实数理论开始,比较完整地论述了极限与连续的分析基础,其体系已与现在《数学分析》教材接近。出版后广受欢迎。1935 年再版时,印数已达

^① 详见刘盛利:中国微积分教科书之研究(1904—1949). 内蒙古师范大学博士论文,2012.

50884 册。这在当时是一个很大的数字。

显然,《高等算学分析》适合于专攻数学的数学系学生使用,对于一般的理工科学生来说,未免太深了。于是就有一些更为浅近的微积分著作出版。

从美国翻译过来的有奥斯古德(W. Osgood)编著的《奥氏初等微积分》(张方洁译),1936年由商务印书馆出版。1948年,龙门联合书局出版了《汉译葛司龙微积分》,作者是格兰维尔(Granville),司密斯(Smith)、龙莱(Longley)增订,周梦麟译。此书使用甚广,俗称《三氏微积分》。

国人编写的有:

何衍睿等编写的《微积概要》1936年由国立编译馆发行。

萨本栋等编写的《实用微积分》1944年在上海青年图书出版社印行。

最后,要提及的是上海交通大学朱言钧(即朱公谨)翻译的《柯氏微积分》。作者是著名数学家柯朗(Richard Courant, 1888—1972),也是朱公谨先生1928年在德国哥廷根大学取得博士学位时的导师。该书1949年由中华书局出版。虽在民国时期出版,其影响则在20世纪50年代初期。

第三节 20世纪50年代“学习苏联” 环境下的高等数学教学

新中国成立之初,采取“维持现状,立即开学”的方针,接收了旧中国留下来的各种公立学校。为了满足新中国文化教育的建设需要,在国民经济尚待恢复的困难时期,就开始扩大高等学校的招生规模。例如数学系每届的学生人数从民国时期的不满十人增加到几十人。因此高校数学的教学任务十分

繁重。

在 20 世纪 50 年代,学习苏联是整个国家的国策,高等学校的教学同样要学习苏联的先进经验,然而,教材建设不能一蹴而就。当时开设的微积分课程大多仍然沿用民国时期教材(如《三氏微积分》等)或自编的讲义,只在解放较早的东北地区,有少数院校部分地翻译了一些苏联教材作为教学参考书^①。

1954 年,受教育部委托,由交通大学朱公谨教授(1902—1961)负责主持制订我国工科院校本科“高等数学”课程第一个教学大纲。朱先生一贯主张保持数学应有的严密性,在教学中注重揭示数学科学的思想性,尤其是不赞成《三氏微积分》对极限的讲法。据说他在赴大连开会之前,对于能不能制订一份令自己满意的高等数学课程教学大纲还心存疑虑。但当看到当时作为主要参考的苏联教学大纲和有关教材后,觉得与自己的想法非常一致,所以很顺利地完成了任务。事实上,苏联的数学继承了欧洲大陆国家(主要是德国和法国)的数学传统,强调理论上的严谨,注意基础扎实,因而有别于英美的数学教材。朱公谨先生受德国数学学派的熏陶,当然很自然地就接受了苏联的微积分教学大纲和教材。

当时翻译出版的苏联数学教材与教学参考书主要有:

(1) 别尔曼特(А. Ф. Бермант)著,张理京译,《数学解析

^① 本书作者之一的张奠宙,1951 年考入大连工学院应用数学系,班级学生有 20 余名,使用的教材是斯米尔诺夫的《高等数学教程》第一卷,是由本系教师翻译的油印讲义。非数学专业的微积分教材,苏联别尔曼特的《数学解析教程》使用最广,也是由大连工学院的张理京先生翻译的。1952 年院系调整,大连工学院的应用数学系停办,并入东北师范大学数学系,年级人数已有 60 人之多,大班上课,使用的微积分教材是《柯氏微积分》。