



■ 费保俊 编著

# 相对论在现代导航中的应用

Application of Relativity in Modern Navigation  
(第2版)



国防工业出版社  
National Defense Industry Press



国防科工委出版基金

# 相对论在现代导航 中的应用

(第2版)

Application of Relativity in Modern Navigation

费保俊 编著

国防工业出版社

·北京·

兵器工业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

相对论在现代导航中的应用 / 费保俊编著. —2 版

—北京：国防工业出版社，2015. 1

ISBN 978 - 7 - 118 - 09789 - 4

I . ①相… II . ①费… III . ①相对论 - 应用 -  
卫星导航 IV . ①TN967. 1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 307636 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

北京嘉恒彩色印刷有限责任公司

新华书店经售

\*

开本 710 × 1000 1/16 印张 17 1/4 字数 300 千字

2015 年 1 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—2000 册 定价 68.00 元

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

国防书店:(010)88540777

发行邮购:(010)88540776

发行传真:(010)88540755

发行业务:(010)88540717

## 致 读 者

本书由国防科技图书出版基金资助出版。

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分,又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技和武器装备建设事业的发展,加强社会主义物质文明和精神文明建设,培养优秀科技人才,确保国防科技优秀图书的出版,原国防科工委于1988年初决定每年拨出专款,设立国防科技图书出版基金,成立评审委员会,扶持、审定出版国防科技优秀图书。

**国防科技图书出版基金资助的对象是:**

1. 在国防科学技术领域中,学术水平高,内容有创见,在学科上居领先地位的基础科学理论图书;在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。
2. 学术思想新颖,内容具体、实用,对国防科技和武器装备发展具有较大推动作用的专著;密切结合国防现代化和武器装备现代化需要的高新技术内容的专著。
3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值,密切结合国防现代化和武器装备现代化需要的新工艺、新材料内容的专著。
4. 填补目前我国科技领域空白并具有军事应用前景的薄弱学科和边缘学科的科技图书。

国防科技图书出版基金评审委员会在总装备部的领导下开展工作,负责掌握出版基金的使用方向,评审受理的图书选题,决定资助的图书选题和资助金额,以及决定中断或取消资助等。经评审给予资助的图书,由总装备部国防工业出版社列选出版。

国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承担着记载和弘扬这些成就,积累和传播科技知识的使命。在改革开放的新形势下,原国防科工委率先设立出版基金,扶持出版科技图书,这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图书的出版随着国防科技事业的发展更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物,是对出版工作的一项改革。因而,评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进,这样,才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技和武器装备建设战线广大科技工作者、专家、教授,以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来,为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗!

国防科技图书出版基金

评审委员会

## 国防科技图书出版基金 第七届评审委员会组成人员

主任委员 潘银喜

副主任委员 吴有生 傅兴男 杨崇新

秘书长 杨崇新

副秘书长 邢海鹰 谢晓阳

委员 才鸿年 马伟明 王小谟 王群书  
(按姓氏笔画排序)

甘茂治 甘晓华 卢秉恒 巩水利

刘泽金 孙秀冬 芮筱亭 李言荣

李德仁 李德毅 杨 伟 肖志力

吴宏鑫 张文栋 张信威 陆 军

陈良惠 房建成 赵万生 赵凤起

郭云飞 唐志共 陶西平 韩祖南

傅惠民 魏炳波

## 前　　言

中国科学技术协会主席周光召先生在纪念“2005——国际物理年”的一次活动中特别指出,爱因斯坦最伟大的成果——广义相对论在实际生产和生活中的一个重要应用就是现在已经运行的 GPS 等卫星导航系统,这种应用研究应该引起我国科技工作者的重视。

确确实实,如果说狭义相对论的应用比较广泛的话,广义相对论对于我们的生产和生活的直接影响并不是很大,只是在宇宙学和天文观测等科学领域得到了实际的应用。这是因为爱因斯坦的广义相对论和牛顿的万有引力理论是要解决相同的问题,它们的区别在于前者更深入地理解了自然现象的本质,因而更深刻地揭示了事物的本质,得到了更精确的结论。由于我们实际的生产和生活并不涉及到很高的精确度,一般情况下并不需要考虑广义相对论效应。正因如此,爱因斯坦在 1915 年建立的广义相对论至今仍然只是在科学家的研究活动中得到应用,许多人对它的认识也只是限于一些“奇妙”的结论而已。

然而,我国的 COMPASS、美国的 GPS、俄罗斯的 GLONASS、欧洲的 GALILEO 等一系列卫星导航工程的建立改变了这一现状。它们是通过测量地球引力场中卫星到接收机的光信号传播时间来确定接收机的位置和速度等参数,不仅与狭义相对论而且与广义相对论存在着紧密的联系,具体体现在以下 3 个方面:

(1) 卫星导航的基本测量原理正是基于爱因斯坦的光速不变原理,即无论卫星相对于接收机的运动状态如何,由它发射的光波在真空中的传播速度恒为  $c$ 。可以说,没有光速不变性也就没有卫星导航。尽管国外有人对这个问题提出异议,但我们看不出这些观点有什么道理,也没有得到学术界的认可。

(2) 从实用的角度来说也是最重要的一点,广义相对论效应直接影响到卫星导航系统的测量精度。例如广义相对论的引力和多普勒频移导致卫星钟与接收机的标准时间不同步,为了保证测量精度,在导航实践中根据相对论效应将卫

星钟的频率做了调整。这些相对论效应对高精度的军用导航的影响则是绝对不能忽略的。否则，目标的定位就不准确，导弹的飞行就要偏离航线。

(3) 从理论分析的角度来看，卫星导航涉及到地球引力场的弯曲时空结构，非惯性系的时间和空间概念，光子以及卫星和接收机在引力场中的运动，光传播时间和距离的测量等问题，这些正是相对论时空理论要解决的基本问题。用相对论测量理论对导航实践做进一步的深入探讨，是现代导航技术研究领域的一个重要课题。

如果说一般相对论效应对卫星导航系统的影响不是太明显，现在正在研制中的天体导航系统——X 射线脉冲星自主导航系统(XNAV)则完全是建立在相对论基础上的一种更加先进的发明。XNAV 是通过测量 X 射线脉冲星发射脉冲的传播时间来确定接收机的空间位置。由于光传播的距离非常遥远，经历的太阳系乃至宇宙空间的引力场较强，因而光传播的相对论效应不可忽略，我们必须在相对论框架内对 XNAV 的运行进行分析处理。本书第 2 版又增加了“空间惯性导航的相对论效应”一章，因为高精度空间惯性导航必然是未来航天器和军事空间装备的一个重要发展方向，只是目前的定位精度要求不高，因而忽略了相对论效应的影响。

基于上述多方面的考虑，我们在有关专家的关心和指导下，综合整理了国内外的相关文献(包括技术报告)，并融入作者的一些研究体会撰写成本书。其目的主要是抛砖引玉，为我军未来的卫星导航定位系统和航天工程提供一些资料，以期引起相对论和卫星测量、通信、导航等领域科技工作者的重视和深入探讨。中国引力和相对论天体物理协会原理事长刘辽先生认为，加强相对论在工程技术上的应用方面的工作不仅有利于提高工程质量，也有利于相对论的普及，让相对论理论成为科技工作者的研究工具。

本书第 1 版出版以来，收到不少读者的反馈，也得到了我国航空航天、空间技术和导航领域一些专家学者的关注。根据有关专家和许多读者的建议，结合近年来国内外的研究成果和作者的研究体会，本书第 2 版对第 1 版做了全面的修改和扩充，希望较为系统地阐明相对论与空间导航技术的关系。前 3 章在简单介绍狭义和广义相对论基本原理的基础上，重点论述相对论的后牛顿近似理论，因为实践证明它完全可以满足在太阳系范围内的天文测量和空间技术领域

涉及的问题。后4章分别讨论相对论在卫星导航、脉冲星导航和空间惯性导航中的应用。另外,因为本书主要讨论相对论与现代导航的关系,对于工程技术上的经典理论和计算方面的内容叙述得比较简单,读者可以参考有关的著作。

在本书第1版和第2版的撰写过程中,得到了周光召院士、李惕碚院士、魏子卿院士、叶培建院士、刘辽教授、赵峥教授、须重明教授、韩春好教授、徐仁新教授、郑伟教授、杨廷高研究员、卢方军研究员、陈勇研究员、帅平研究员、姚国政博士和许多读者的关心和支持,国防科技图书出版基金会的评委和责任编辑胡翠敏女士提出了许多中肯的意见,在此表示衷心感谢。

本书是在应用相对论方面的初步尝试,加之作者的水平和能力所限,书中可能存在一些不妥,愿就教于各位读者。

作者

2014.7.20

# 目 录

<b>第1章 狹義相對論基礎</b>	1
1. 1 狹義相對論基本原理	1
1. 1. 1 基本原理和時空間隔不變性	1
1. 1. 2 固有洛倫茲變換和時空觀	3
1. 1. 3 因果律和光速極值原理	6
1. 2 4維闵可夫斯基空間	8
1. 2. 1 闵氏空間的幾何結構	8
1. 2. 2 闵氏空間的度規和坐標變換	11
1. 2. 3 闵氏空間的張量分析	13
1. 3 狹義相對論力學	16
1. 3. 1 4維位移、速度和加速度	16
1. 3. 2 4維動量和運動方程	18
1. 3. 3 高速火箭的 Ackeret 公式	20
1. 3. 4 4維能量動量張量	21
1. 3. 5 4維自旋矢量和角動量	24
1. 4 光波的頻移和行差效應	27
1. 4. 1 相位不變性和波陣面方程	27
1. 4. 2 多普勒頻移效應	29
1. 4. 3 多普勒計數測量原理	31
1. 4. 4 光行差效應	33
參考文獻	35
<b>第2章 寶義相對論基礎</b>	36
2. 1 基本原理及其幾何基礎	36
2. 1. 1 牛頓引力理論及其困難	36
2. 1. 2 寶義相對性原理和等效原理	38
2. 1. 3 寶義時空間隔不變性	41
2. 1. 4 黎曼幾何的基本概念	44

2.1.5 伪黎曼时空的力学规律 .....	50
<b>2.2 球对称天体的引力场 .....</b>	<b>51</b>
2.2.1 爱因斯坦引力场方程 .....	51
2.2.2 史瓦西度规及其牛顿近似 .....	54
2.2.3 克尔度规及其牛顿近似 .....	56
<b>2.3 引力场中的时间和空间 .....</b>	<b>57</b>
2.3.1 坐标时和固有时 .....	58
2.3.2 原子钟环球飞行实验 .....	61
2.3.3 坐标长度和固有长度 .....	62
2.3.4 引力场中的可观测量 .....	64
2.3.5 引力场中的时空测量 .....	67
2.3.6 光传播的时空测量 .....	69
<b>2.4 引力场中的运动方程及其效应 .....</b>	<b>71</b>
2.4.1 弯曲时空的测地线方程 .....	71
2.4.2 自由质点运动方程及其牛顿近似 .....	73
2.4.3 史瓦西场中质点轨迹和进动效应 .....	74
2.4.4 史瓦西场中光子轨迹和弯曲效应 .....	77
2.4.5 光传播时间的引力延缓效应 .....	81
2.4.6 光波的引力和多普勒频移 .....	82
<b>参考文献 .....</b>	<b>87</b>
<b>第3章 后牛顿引力理论 .....</b>	<b>88</b>
<b>3.1 引力场的后牛顿近似 .....</b>	<b>88</b>
3.1.1 度规和联络的级数表示 .....	88
3.1.2 后牛顿近似的场方程和度规 .....	91
3.1.3 DSX 体系的场方程和度规 .....	93
3.1.4 太阳系天体的标量势和矢量势 .....	95
3.1.5 质点和光子的后牛顿运动方程 .....	98
<b>3.2 后牛顿理论的时间和空间 .....</b>	<b>100</b>
3.2.1 太阳系质心和地心天球参考系 .....	101
3.2.2 太阳系质心系与地心系的时空变换 .....	103
3.2.3 太阳系质心系的度规和质心坐标时 .....	107
3.2.4 地心系的度规和地心坐标时 .....	110
3.2.5 地球系的度规和地球时 .....	112

3.2.6 相对论时间尺度及其相互关系 .....	114
3.3 光传播轨迹和时间的后牛顿修正 .....	116
3.3.1 1PN 轨迹方程及其弯曲效应 .....	116
3.3.2 2PN 轨迹方程及其弯曲效应 .....	117
3.3.3 光传播时间的 2PN 引力延缓效应 .....	120
3.3.4 地球系中光传播时间的 Sagnac 效应 .....	123
3.4 卫星运行轨迹的后牛顿修正 .....	125
3.4.1 卫星的经典无摄运动方程 .....	125
3.4.2 卫星运动状态及其测量 .....	127
3.4.3 卫星的经典摄动运动方程 .....	130
3.4.4 GCRS 中卫星的 1PN 轨迹 .....	132
3.4.5 GCRS 中卫星轨迹的 2PN 修正 .....	135
3.4.6 BCRS 中卫星轨迹的 2PN 修正 .....	137
参考文献 .....	140
<b>第 4 章 卫星导航的相对论效应 .....</b>	<b>142</b>
4.1 卫星导航的基本测量原理 .....	142
4.1.1 卫星导航概述 .....	142
4.1.2 卫星导航原理与光速不变性 .....	145
4.1.3 卫星导航中的相对论效应 .....	146
4.2 卫星钟的相对论修正 .....	149
4.2.1 卫星导航的时间和空间系统 .....	149
4.2.2 卫星钟与系统标准钟的同步 .....	151
4.2.3 卫星椭圆运动产生的钟差 .....	153
4.2.4 关于卫星相对论钟差的讨论 .....	155
4.3 测码和测相伪距方程 .....	157
4.3.1 测码伪距方程 .....	157
4.3.2 卫星与接收机的相对论钟差 .....	158
4.3.3 卫星到接收机距离的相对论意义 .....	159
4.3.4 测相伪距方程的引力效应 .....	162
4.3.5 多普勒测量方程的引力效应 .....	164
参考文献 .....	167
<b>第 5 章 X 射线脉冲星导航的相对论模型 .....</b>	<b>168</b>
5.1 X 射线脉冲星导航概述 .....	168

5.1.1	基于天体的天文自主导航 .....	169
5.1.2	基于 X 射线脉冲星的自主导航 .....	171
5.1.3	X 射线脉冲星的观测特性 .....	173
5.1.4	X 射线脉冲星的导航参数 .....	176
5.2	XNAV 中的时间测量 .....	179
5.2.1	BCRS 中的光传播时间方程 .....	180
5.2.2	SSB 为基准的观测方程 .....	182
5.2.3	SSB“等效时间”为基准的观测方程 .....	184
5.2.4	航天器固有时与地球时的转换 .....	186
5.3	BCRS 中的绝对定位模型 .....	188
5.3.1	多普勒速度观测方程 .....	188
5.3.2	位置和速度联合观测方程 .....	190
5.3.3	观测轮廓的叠加及频偏估计 .....	192
5.3.4	观测轮廓与标准轮廓的时延估计 .....	195
5.3.5	日地系平动点晕轨道卫星导航 .....	198
5.4	GCRS 中的相对定位模型 .....	203
5.4.1	地心为基准的联合观测方程 .....	204
5.4.2	GCRS 中的相对定位法 .....	205
5.4.3	地球静止卫星为基站的相对定位 .....	207
	参考文献 .....	210
<b>第 6 章</b>	<b>相对论定位系统及其应用前景 .....</b>	<b>213</b>
6.1	相对论定位系统基本原理 .....	213
6.1.1	正交标架与零标架 .....	213
6.1.2	零标架中的光坐标 .....	216
6.1.3	零标架与观测者的关系 .....	218
6.2	脉冲星导航的相对论定位法 .....	222
6.2.1	2 维平直时空的相对论定位法 .....	222
6.2.2	4 维弯曲时空的相对论定位法 .....	224
6.2.3	相对论与 TOA 定位的比较 .....	226
	参考文献 .....	229
<b>第 7 章</b>	<b>空间惯性导航的相对论效应 .....</b>	<b>230</b>
7.1	惯性导航的基本原理 .....	230

7.1.1 惯性导航系统概述	230
7.1.2 惯性导航的基本概念	231
7.1.3 TRS 和 GCRS 中的比力方程	232
7.2 空间加速度计的相对论效应	234
7.2.1 航天器的惯性运动——测地线方程	234
7.2.2 航天器内的潮汐力——测地偏离方程	236
7.2.3 抵消潮汐力的加速度计组合	239
7.3 空间陀螺仪的相对论效应	242
7.3.1 陀螺仪的经典测量原理	242
7.3.2 弯曲时空的矢量平移	244
7.3.3 空间陀螺仪的测地进动	247
7.3.4 空间陀螺仪的 Lense-Thirring 进动	248
7.3.5 测地进动和 Lense-Thirring 进动的实验验证	251
参考文献	252
<b>天文常数表</b>	<b>254</b>

# CONTENTS

<b>Chapter 1</b>	<b>The Foundation of Special Relativity</b>	1
1. 1	Basis Principle of Special Relativity	1
1. 1. 1	Basis Principle and Invariance of Spacetime Interval	1
1. 1. 2	Proper Lorentz Transformation and Concept of Spacetime	3
1. 1. 3	Causality and Principle of Limiting Light Speed	6
1. 2	4-Dimension Minkowski Space	8
1. 2. 1	Geometrical Structure of Minkowski Space	8
1. 2. 2	Metric and Coordinates Transformation of Minkowski Space	11
1. 2. 3	Tensor Analysis in Minkowski Space	13
1. 3	Special Relativistic Mechanics	16
1. 3. 1	4D Displacement, Velocity and Acceleration	16
1. 3. 2	4D Momentum and Motion Equation	18
1. 3. 3	Ackeret Formula for the High-speed Rocket	20
1. 3. 4	4D Energy-Momentum Tensor	21
1. 3. 5	4D Spin Vector and Angular Momentum	24
1. 4	Frequency Shift and Aberration of Light Wave	27
1. 4. 1	Invariance of Phase and Equation of Wave Front	27
1. 4. 2	Doppler Frequency Shift Effect	29
1. 4. 3	Measurement Principle of Doppler Count	31
1. 4. 4	Aberration Effect of Light	33
	References	35
<b>Chapter 2</b>	<b>The Foundation of General Relativity</b>	36
2. 1	Basis Principle and Foundations of Geometry	36
2. 1. 1	Newton's Gravitational Theory and Its Crisis	36

2.1.2	Principle of General Relativity and Equivalence .....	38
2.1.3	General Invariance of Spacetime Interval .....	41
2.1.4	Basic Concepts of Riemannian Geometry .....	44
2.1.5	Mechanics in Pseudo-Riemannian Spacetime .....	50
2.2	Gravitational Field around Spherically Symmetric Celestial Body .....	51
2.2.1	Einstein's Equation of Gravitational Field .....	51
2.2.2	Schwarzschild Metric and Newtonian Approximation .....	54
2.2.3	Kerr Metric and Newtonian Approximate .....	56
2.3	Time and Space in Gravitational Field .....	57
2.3.1	Coordinate Time and Proper Time .....	58
2.3.2	Experiment of Atomic Clock Flying around Earth .....	61
2.3.3	Coordinate Length and Proper Length .....	62
2.3.4	The Observables in Gravitational Field .....	64
2.3.5	Measurement of Time and Space in Gravitational Field .....	67
2.3.6	Measurement of Light Propagation .....	69
2.4	Motion Equation and Effect in Gravitational Field .....	71
2.4.1	Geodesics Equation in Curved Spacetime .....	71
2.4.2	Free Particle's Motion Equation and Newtonian Approximate .....	73
2.4.3	Particle's Orbit and Precession Effect in Schwarzschild Field .....	74
2.4.4	Photon's Orbit and Curve Effect in Schwarzschild Field .....	77
2.4.5	Gravitational Time Relay of Light .....	81
2.4.6	Gravitational and Doppler Frequency Shift of Light .....	82
	References .....	87
<b>Chapter 3</b>	<b>Post-Newtonian Gravitational Theory .....</b>	<b>88</b>
3.1	Post-Newtonian Approximation of Gravitational Field .....	88
3.1.1	The Series Statement of Metric and Connection .....	88
3.1.2	Post-Newtonian Field Equation and Metric .....	91
3.1.3	Field Equation and Metric in DSX System .....	93
3.1.4	Scalar and Vector Potential around Star in the Solar	

System .....	95
3. 1. 5 Post-Newtonian Motion Equation of Particle and Photon .....	98
3. 2 Time and Space of Post-Newtonian Theory .....	100
3. 2. 1 Barycentric and Geocentric Celestial Reference System .....	101
3. 2. 2 Spacetime Transformation Between BCRS and GCRS .....	103
3. 2. 3 Metric and Barycentric Coordinate Time in BCRS .....	107
3. 2. 4 Metric and Geocentric Coordinate Time in GCRS .....	110
3. 2. 5 Metric and Terrestrial Time in TRS .....	112
3. 2. 6 Relativistic Time Scale and Interrelation .....	114
3. 3 Post-Newtonian Correction of Photon's Orbit and Transit Time .....	116
3. 3. 1 1PN Equation of Orbit and Curve Effect .....	116
3. 3. 2 2PN Equation of Orbit and Curve Effect .....	117
3. 3. 3 2PN Gravitational Time Relay of Light .....	120
3. 3. 4 Sagnac Effect of Transit Time of Light in TRS .....	123
3. 4 Post-Newtonian Correction of Satellite's Orbit .....	125
3. 4. 1 Classical Equation of Satellite's Undisturbed Orbit .....	125
3. 4. 2 Satellite's Moving State and Its Measurement .....	127
3. 4. 3 Classical Equation of Satellite's Perturbed Orbit .....	130
3. 4. 4 1PN Equation of Satellite's Orbit in GCRS .....	132
3. 4. 5 2PN Correction of Satellite's Orbit in GCRS .....	135
3. 4. 6 2PN Correction of Satellite's Orbit in BCRS .....	137
References .....	140
<b>Chapter 4 Relativistic Effect of Satellite Navigation .....</b>	<b>142</b>
4. 1 Basis Measurement Principle of Satellite Navigation .....	142
4. 1. 1 Introduction to Satellite Navigation System .....	142
4. 1. 2 Principle of Navigation and Invariance of Light Speed .....	145
4. 1. 3 Relativistic Effects of Satellite Navigation .....	146
4. 2 Relativistic Correction to Satellite's Clock .....	149
4. 2. 1 Time and Space System of Satellite Navigation .....	149