2013 注册考试辅导经典系列丛书

一级注册结构工程师执业资格考试
基础考试复习题集

（第六版）

注册工程师考试复习用书编委会 | 编
曹纬浚 | 主编

本书由北京市注册工程师考试辅导班的教师编写，自2004年初版以来深受考生欢迎。本书紧密结合考试大纲和考试实际，紧跟规范、规程的更新，收录有大量历年真题，并附有答案和详细解析，是注册结构工程师基础考试必备的经典复习用书

人民交通出版社
China Communications Press

一级注册结构工程师执业资格考试
基础考试复习题集

（第六版）

注册工程师考试复习用书编委会 | 编
曹纬浚 | 主编

人民交通出版社
China Communications Press

内 容 提 要

本书根据现行考试大纲及近几年考试真题修订再版。

本书基于考培人员多年培训辅导经验和各科目出题特点编写而成，共收录习题2700余道，习题覆盖面广，切合考试实际，满足大纲要求；同时，本书还为每道习题提供了参考答案，为习题提供了解答提示。相信本书能帮助考生复习好各门课程，巩固复习效果，提高解题准确率和解题速度，以顺利通过考试。

本书还为考生准备了两套模拟试题，供考生模拟考试之用。

本书适合参加一级注册结构工程师执业资格考试基础考试的考生复习备考使用，同时由于一级考试内容覆盖了二级考试大纲的全部内容，因此亦可供参加二级注册结构工程师执业资格考试的人员备考使用。

图书在版编目(CIP)数据

一级注册结构工程师执业资格考试基础考试复习题集 / 注册工程师考试复习用书编委会编. — 6版. — 北京：人民交通出版社，2013.2

ISBN 978-7-114-10349-0

Ⅰ.①一… Ⅱ.①注… Ⅲ.①建筑结构—工程师—资格考试—习题集 Ⅳ.①TU3-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第021719号

Yiji Zhuce Jiegou Gongchengshi Zhiye Zige Kaoshi Jichu Kaoshi Fuxi Tiji

书　　名：一级注册结构工程师执业资格考试基础考试复习题集（第六版）
著 作 者：注册工程师考试复习用书编委会
责任编辑：刘彩云　吴燕伶
出版发行：人民交通出版社
地　　址：（100011）北京市朝阳区安定门外外馆斜街3号
网　　址：http：//www.ccpress.com.cn
销售电话：（010）59757973
总 经 销：人民交通出版社发行部
经　　销：各地新华书店
印　　刷：北京交通印务实业公司
开　　本：787×1092　1/16
印　　张：41.75
字　　数：1062千
版　　次：2004年3月　第1版
　　　　　2007年2月　第2版
　　　　　2009年5月　第3版
　　　　　2011年1月　第4版
　　　　　2012年1月　第5版
　　　　　2013年2月　第6版
印　　次：2013年2月　第1次印刷　累计第7次印刷
书　　号：ISBN 978-7-114-10349-0
定　　价：69.00元

前　言

本书编写人员自 1997 年起就开始参加北京市注册结构工程师考试的考前辅导培训工作，总结多年的教学经验，结合考试实践，正式出版本考试复习教程和复习题集，经过多年的使用和不断修订完善，本套考试辅导用书已经成为值得考生信赖的考前辅导和培训用书。

本复习题集依托现行考试大纲和历年真题，基于考试培训老师多年培训辅导的经验和各科目出题特点编写而成，共有习题 2700 多道，相当于每年考试试题量(180 道题)的 15 倍多；同时本书为每道习题提供了参考答案，为绝大多数习题提供了解题提示，并在习题集后编制了两套模拟试题。

我们建议考生先认真复习与本书配套的复习教程，真正掌握考试大纲要求掌握的基本概念和标准、规范内容。在此基础上，再认真做这本复习题集，通过解答习题，参照书中提供的答案和提示，纠正错误概念，必将有利于巩固复习成果，进一步理解考试大纲的要求，更加熟悉各门课程中的基本概念及标准、规范。在复习基本完成之后，再模拟考试做两套模拟试题，以检验复习效果。相信这本复习题集能帮助考生提高解题的准确率和解题速度，以帮助考生顺利通过考试。

2009 年 3 月，住房和城乡建设部与人力资源和社会保障部共同批准了《勘察设计注册工程师资格考试公共基础考试大纲》，新大纲对上午段的考试内容和考题配置做了较大的调整，本题集及模拟试题也做了相应的调整。今年我们还对公共基础考试部分的第一到第十章，编入了 2011 年至 2005 年逐年的考题，请考生注意。

本书主编：　　**曹纬浚**

编制各科目习题和解题提示及参考答案的作者如下：

高等数学	**吴昌泽、范元玮**	工程经济	**陈向东**
普通物理	**程学平**	法律法规	**李魁元**
普通化学	**谢亚勃**	土木工程材料	**朋改非、侯云芬**
理论力学	**刘　燕**	工程测量	**杨松林**
材料力学	**钱民刚**	土木工程施工与管理	**刘宝生**
流体力学	**李兆年**	结构力学	**刘世奎**
电工电子技术	**许怡生**	结构设计	**冯　东、张丽娟**
信号与信息技术	**许怡生**	土力学与地基基础	**王　健、张怀静**
计算机应用基础	**许小重**	结构试验	**孙惠镐**

注册工程师考试用书编委会

2013 年 1 月

目　　录

一、高 等 数 学

复习指导

根据考试大纲的要求，全国一级注册结构工程师和注册岩土工程师数学试题，内容覆盖了高等数学、线性代数、概率统计及矢量代数课的知识，内容全面、丰富。我们在复习时，首先要熟悉大纲，按大纲的要求分类进行；分清哪些是考试要求的，哪些不属于考试范围内的，做到有的放矢。对于要求的内容，必须把相关的知识掌握住，如定义、定理、性质以及相关的计算题等。对于概念的理解不能只停留在表面上，要理解深、理解透。对于计算题要达到熟练掌握的程度，对于相关的计算题，一定要记住解题思路。

另外，从试题的题型讲，题目均为单选题，给出四个答案，挑出其中一个正确答案。这些选择题，包括基本概念、基本定理、基本性质、分析题、计算题及记忆判别类题目，有的试题还具有一定的深度。试卷中总共有 120 道题，答卷时间为 4 个小时，平均每道题 2 分钟。这一点也是我们在复习中应该注意到的。高等数学占 20 道题，工程数学占 4 道题，共有 24 道题，占总题数的 1/5。冗长的定理证明、复杂的计算题不可能在试卷中出现，但强调的是应用这些定义、定理，利用由它们推出的性质去解题。最好能记住过去曾做过的题目的结论，并把这些结论灵活地应用于各种类型的计算题目中。对各类计算题的解题思路必须要记清。另外，在做选择题时，应注意解题时的灵活性和技巧性。还要注意，由于题目都是单选题，在四个答案中，如能准确地选出某一答案，其余答案可不再考虑，这样就能节省时间。有时，如果正确答案一时确定不下来，可用逐一排查的方法，去掉其中三个错误答案，得到所要求的答案。以上这些，仅供参考。

以下举例说明。

【例 1-1】 已知函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处可导，且 $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(4-3x)-f(1)}{x-1}=2$，则 $f'(1)$ 等于：

A. 2　　B. 1　　C. $\dfrac{2}{3}$　　D. $-\dfrac{2}{3}$

解 可利用函数在一点 x_0 可导的定义，通过计算得到最后结果。

$$\lim_{x\to1}\frac{f(4-3x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{f[1+(3-3x)]-f(1)}{3(x-1)}\times3$$

$$\overset{\text{设}3-3x=t}{\underset{x\to1,\,t\to0}{=}}3\lim_{t\to0}\frac{f(1+t)-f(1)}{-t}=-3f'(1)=2$$

$f'(1)=-\dfrac{2}{3}$

选 D。

【例 1-2】 求 $\int xf(x^2)\cdot f'(x^2)\mathrm{d}x$ 等于：

A. $\dfrac{1}{2}f(x^2)$　　B. $\dfrac{1}{4}f(x^2)$　　C. $\dfrac{1}{8}f(x^2)$　　D. $\dfrac{1}{4}[f(x^2)]^2$

解 本题为抽象函数的不定积分。考查不定积分凑微分方法的应用及是否会应用不定积分的性质$\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+c$。

$$\int xf(x^2)f'(x^2)\mathrm{d}x=\int f'(x^2)f(x^2)\mathrm{d}\left(\frac{1}{2}x^2\right)$$

$$=\frac{1}{2}\int f'(x^2)\cdot f(x^2)\mathrm{d}x^2=\frac{1}{2}\int f(x^2)\mathrm{d}f(x^2)$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}[f(x^2)]^2=\frac{1}{4}[f(x^2)]^2+c$$

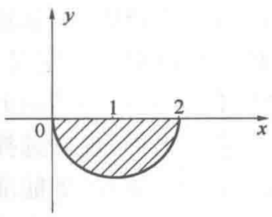
选 D。

【例 1-3】 设二重积分$I=\int_0^2\mathrm{d}x\int_{-\sqrt{2x-x^2}}^0 f(x,y)\mathrm{d}y$，交换积分次序后，则$I$等于：

A. $\int_{-1}^0\mathrm{d}y\int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{1-y^2}}f(x,y)\mathrm{d}x$　　B. $\int_{-1}^1\mathrm{d}y\int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{1-y^2}}f(x,y)\mathrm{d}x$

C. $\int_{-1}^0\mathrm{d}y\int_0^{1+\sqrt{1-y^2}}f(x,y)\mathrm{d}x$　　D. $\int_0^1\mathrm{d}y\int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{1+y^2}}f(x,y)\mathrm{d}x$

解 本题考查二重积分交换积分次序方面的知识。解这类题的基本步骤：通过原积分次序画出积分区域的图形（见例 1-5 图），得到积分区域；然后写出先x后y的积分表达式。



例 1-5 解图

由$y=-\sqrt{2x-x^2}$，得$y^2=2x-x^2$，$x^2-2x+y^2=0$，$(x-1)^2+y^2=1$

$$D_{xy}:\begin{cases}-1\leqslant y\leqslant 0\\ 1-\sqrt{1-y^2}\leqslant x\leqslant 1+\sqrt{1-y^2}\end{cases}$$

$$I=\int_{-1}^0\mathrm{d}y\int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{1-y^2}}f(x,y)\mathrm{d}x$$

选 A。

【例 1-4】 已知幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a^n-b^n}{a^n+b^n}x^n(0<a<b)$，则所得级数的收敛半径$R$等于：

A. b　　B. $\frac{1}{a}$　　C. $\frac{1}{b}$　　D. R值与a、b无关

解 本题考查幂级数收敛半径的求法。可通过连续两项系数比的极限得到ρ值，由$R=\frac{1}{\rho}$得到收敛半径。

$$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a^{n+1}}{a^n}\right|=\lim_{n\to\infty}\frac{\dfrac{a^{n+1}-b^{n+1}}{a^{n+1}+b^{n+1}}}{\dfrac{a^n-b^n}{a^n+b^n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{a^{n+1}-b^{n+1}}{a^{n+1}+b^{n+1}}\cdot\frac{a^n+b^n}{a^n-b^n}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{b^{n+1}\left(\frac{a^{n+1}}{b^{n+1}}-1\right)}{b^{n+1}\left(\frac{a^{n+1}}{b^{n+1}}+1\right)}\cdot\frac{b^n\left(\frac{a^n}{b^n}+1\right)}{b^n\left(\frac{a^n}{b^n}-1\right)}=\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{a}{b}\right)^{n+1}-1}{\left(\frac{a}{b}\right)^{n+1}+1}\cdot\frac{\left(\frac{a}{b}\right)^n+1}{\left(\frac{a}{b}\right)^n-1}$$

$$=(-1)\times(-1)=1=\rho$$

$R=\dfrac{1}{\rho}=1$

选 D。

【例 1-5】 若 n 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的任意一行中 n 个元素的和都是 a，则 $\boldsymbol{A}$ 的一特征值为：

A. a　　　　B. $-a$

C. 0　　　　D. a^{-1}

解 本题主要考察两个知识点：特征值的求法及行列的运算。

设 n 阶矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$

利用 $|\lambda \boldsymbol{E}-\boldsymbol{A}|=0$ 求特征值，即

$$\begin{vmatrix} \lambda-a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ -a_{21} & \lambda-a_{22} & \cdots & -a_{2n} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ -a_{n1} & a_{n2} & \cdots & \lambda-a_{nn} \end{vmatrix} \xlongequal[\substack{C_1+C_3 \\ \cdots \\ C_1+C_n}]{C_1+C_2} \begin{vmatrix} \lambda-(a_{11}+a_{12}+\cdots+a_{1n}) & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ \lambda-(a_{21}+a_{22}+\cdots+a_{2n}) & \lambda-a_{22} & \cdots & -a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \lambda-(a_{n1}+a_{n2}+\cdots+a_{nn}) & -a_{n2} & \cdots & \lambda-a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix} \lambda-a & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ \lambda-a & -a_{22} & \cdots & -a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \lambda-a & -a_{n2} & \cdots & \lambda-a_{nn} \end{vmatrix}=\lambda-a\underbrace{\begin{vmatrix} / & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ / & \lambda-a_{22} & \cdots & -a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ / & -a_{n2} & \cdots & \lambda-a_{nn} \end{vmatrix}}_{\text{为 } n-1 \text{ 次多项式}}=0$$

$\lambda-a=0$，$\lambda=a$。

$\boldsymbol{A}$ 的一特征值为 a。

选 A。

【例 1-6】 有 10 张奖券，其中 2 张有奖，每人抽取一张奖券，问前 4 人中有一人中奖的概率是多少？

提示：设 A 为"前 4 人中有一人中奖"，B_i 为"第 i 人中奖"，$i=1,2,3,4$。

所以 $A=B_1\overline{B}_2\overline{B}_3\overline{B}_4+\overline{B}_1B_2\overline{B}_3\overline{B}_4+\overline{B}_1\overline{B}_2B_3\overline{B}_4+\overline{B}_1\overline{B}_2\overline{B}_3B_4$

$P(B_1\overline{B}_2\overline{B}_3\overline{B}_4)=\dfrac{2\times8\times7\times6}{10\times9\times8\times7}=\dfrac{2}{15}$

或 $P(B_1\overline{B}_2\overline{B}_3\overline{B}_4)=P(B_1)P(\overline{B}_2|B_1)P(\overline{B}_3|B_1\overline{B}_2)P(\overline{B}_4|B_1\overline{B}_2\overline{B}_3)$

$$=\frac{2}{10}\times\frac{8}{9}\times\frac{7}{8}\times\frac{6}{7}=\frac{2}{15}$$

同理 $P(\overline{B}_1 B_2 \overline{B}_3 \overline{B}_4)=P(\overline{B}_1 \overline{B}_2 B_3 \overline{B}_4)=P(\overline{B}_1 \overline{B}_2 \overline{B}_3 B_4)=\frac{2}{15}$

所以 $P(A)=\frac{2}{15}\times 4=\frac{8}{15}$。

复习题、提示及参考答案

(一)空间解析几何与向量代数

1-1-1 (2011)设直线方程为 $x=y-1=z$,平面方程为 $x-2y+z=0$,则直线与平面:

A. 重合　　B. 平行不重合

C. 垂直相交　　D. 相交不垂直

提示:直线方向向量 $\vec{s}=\{1,1,1\}$,平面法线向量 $\vec{n}=\{1,-2,1\}$,计算 $\vec{s}\cdot\vec{n}=0$,得 $\vec{s}\perp\vec{n}$,从而知直线//平面或直线与平面重合;再在直线上取一点(0,1,0),验证该点是否满足平面方程。

答案:B

1-1-2 (2011)在三维空间中,方程 $y^2-z^2=1$ 所代表的图形是:

A. 母线平行 x 轴的双曲柱面　　B. 母线平行 y 轴的双曲柱面

C. 母线平行 z 轴的双曲柱面　　D. 双曲线

提示:方程中缺少一个字母,空间解析几何中这样的曲面表示为柱面。方程中缺少字母 x,柱面的母线平行 x 轴。

答案:A

1-1-3 (2009)设 $\vec{\alpha}=-\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}$,$\vec{\beta}=\vec{i}+\vec{j}+t\vec{k}$,已知 $\vec{\alpha}\times\vec{\beta}=-4\vec{i}-4\vec{k}$,则 t 等于:

A. -2　　B. 0　　C. -1　　D. 1

提示:计算出 $\vec{\alpha}\times\vec{\beta}=(3t-1)\vec{i}+(t+1)\vec{j}-4\vec{k}$,由已知条件 $3t-1=-4$,求出t 值。

答案:C

1-1-4 (2009)设平面方程 $x+y+z+1=0$,直线的方程是 $1-x=y+1=z$,则直线与平面:

A. 平行　　B. 垂直　　C. 重合　　D. 相交但不垂直

提示:直线的点向式方程为$\frac{x-1}{-1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-0}{1}$,$\vec{s}=\{-1,1,1\}$。平面 $x+y+z+1=0$,法向量 $\vec{n}=\{1,1,1\}$。而 $\vec{n}\cdot\vec{s}\neq 0$,故 $\vec{n}$ 不垂直于 $\vec{s}$。∴选项 A、C 不成立,又$\frac{1}{-1}\neq\frac{1}{1}$,坐标不成比例,$\vec{n}$ 不平行于 $\vec{s}$,选项 B 也不成立。

答案:D

1-1-5 (2008)设 $\vec{\alpha}=\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$,$\vec{\beta}=\vec{i}-3\vec{j}-2\vec{k}$,则与 $\vec{\alpha}$、$\vec{\beta}$ 都垂直的单位向量为:

A. $\pm(\vec{i}+\vec{j}-\vec{k})$　　B. $\pm\frac{1}{\sqrt{3}}(\vec{i}-\vec{j}+\vec{k})$

C. $\pm\frac{1}{\sqrt{3}}(-\vec{i}+\vec{j}+\vec{k})$　　D. $\pm\frac{1}{\sqrt{3}}(\vec{i}+\vec{j}-\vec{k})$

提示：求出与 $\vec{\alpha}$、$\vec{\beta}$ 垂直的向量。

$$\vec{\alpha}\times\vec{\beta}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & -3 & -2\end{vmatrix}=5\vec{i}+5\vec{j}-5\vec{k}$$

利用式子 $\vec{a}^{\circ}=\dfrac{\vec{a}}{|a|}$ 求单位向量：

$$\pm\vec{a}=\pm\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\pm\frac{1}{5\sqrt{3}}(5\vec{i}+5\vec{j}-5\vec{k})$$

$$=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}(\vec{i}+\vec{j}-\vec{k})$$

答案：D

1-1-6 (2008)已知平面 π 过点 $M_1(1,1,0)$，$M_2(0,0,1)$，$M_3(0,1,1)$，则与平面 π 垂直且过点(1,1,1)的直线的对称方程为：

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{0}=\dfrac{z-1}{1}$　　B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$，$y=1$

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$　　D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{0}=\dfrac{z-1}{-1}$

提示：求出过 M_1，M_2，M_3 三点平面的法线向量。

$\vec{S}_{M_1M_2}=\{-1,-1,1\}$，$\vec{S}_{M_1M_3}=\{-1,0,1\}$

平面法向量 $\vec{n}=\vec{S}_{M_1M_2}\times\vec{S}_{M_1M_3}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -1 & -1 & 1\\ -1 & 0 & 1\end{vmatrix}=-\vec{i}+0\vec{j}-\vec{k}$

直线的方向向量取 $\vec{S}=\vec{n}=-\vec{i}+0\vec{j}-\vec{k}$

已知点坐标(1,1,1)，故所求直线的点向式方程 $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-1}{0}=\dfrac{z-1}{-1}$

即 $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{0}=\dfrac{z-1}{1}$

答案：A

1-1-7 (2008)下列方程中代表锥面的是：

A. $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}-z^2=0$　　B. $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}-z^2=1$

C. $\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{2}-z^2=1$　　D. $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}+z^2=1$

提示：锥面标准方程 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{a^2}=z^2$，椭圆锥面标准方程 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=z^2$　$(a\neq b)$

答案：A

1-1-8 (2007)设直线的方程为 $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{1}$，则直线：

A. 过点(1,−1,0)，方向向量为 $2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$

B. 过点(1,−1,0)，方向向量为 $2\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$

C. 过点(−1,1,0)，方向向量为 $-2\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$

D. 过点(−1,1,0)，方向向量为 $2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$

提示：由直线方程$\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}=\frac{z-z_0}{p}$可知，直线过$(x_0,y_0,z_0)$点，方向向量$\vec{S}=\{m,n,p\}$。

所以直线过点$M(1,-1,0)$，方向向量$\vec{S}=\{-2,-1,1\}$

也可取$\vec{S}=\{2,1,-1\}$

答案：A

1-1-9 (2007)设平面π的方程为$2x-2y+3=0$，以下选项中错误的是：

A. 平面π的法向量为$i-j$

B. 平面π垂直于z轴

C. 平面π平行于z轴

D. 平面π与xOy面的交线为$\frac{x}{1}=\frac{y-\frac{3}{2}}{1}=\frac{z}{0}$

提示：平面π的法向量$\vec{n}=\{+2,-2,0\}$，z轴方向向量$\vec{S}_z=\{0,0,1\}$，$\vec{n}$、$\vec{S}_z$坐标不成比例，因而$\vec{S}_z \not\parallel \vec{n}$，所以平面$\pi$不垂直于$z$轴。

答案：B

1-1-10 (2007)下列方程中代表单叶双曲面的是：

A. $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}-z^2=1$　　B. $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}+z^2=1$

C. $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{3}-z^2=1$　　D. $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}+z^2=0$

提示：单叶双曲面的标准方程$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$

所以$\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}-z^2=1$为单叶双曲面。

答案：A

1-1-11 (2006)已知$\vec{\alpha}=\vec{i}+a\vec{j}-3\vec{k}$，$\vec{\beta}=a\vec{i}-3\vec{j}+6\vec{k}$，$\vec{\gamma}=-2\vec{i}+2\vec{j}+6\vec{k}$，若$\vec{\alpha}$，$\vec{\beta}$，$\vec{\gamma}$共面，则$a$等于：

A. 1或2　　B. -1或2

C. -1或-2　　D. 1或-2

提示：方法1：因为$\vec{\alpha}$，$\vec{\beta}$，$\vec{\gamma}$共面，则$\vec{\alpha}\times\vec{\beta}$垂直于$\vec{\gamma}$，即$(\vec{\alpha}\times\vec{\beta})\cdot\vec{\gamma}=0$

$$\vec{\alpha}\times\vec{\beta}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & a & -3\\ a & -3 & 6\end{vmatrix}=(6a-9)\vec{i}+(-3a-b)\vec{j}+(-a^2-3)\vec{k}$$

$$(\vec{\alpha}\times\vec{\beta})\cdot\vec{\gamma}=\{6a-9,-3a-b,-a^2-3\}\cdot\{-2,2,6\}$$
$$=6(a+1)(a+2)=0,$$

所以$a=-1$或-2。

方法2：直接利用$\vec{\alpha}$，$\vec{\beta}$，$\vec{\gamma}$共面，混合积$[\vec{\alpha},\vec{\beta},\vec{\gamma}]=0$，即$\begin{vmatrix}1 & a & -3\\ a & -3 & 6\\ -2 & 2 & 6\end{vmatrix}=0$，求$a$值。

答案：C

1-1-12 (2006)设平面 π 的方程为 $3x-4y-5z-2=0$,以下选项中错误的是:

A. 平面 π 过点$(-1,0,-1)$　　B. 平面 π 的法向量为$-3\vec{i}+4\vec{j}+5\vec{k}$

C. 平面 π 在 z 轴的截距是$-\dfrac{2}{5}$　D. 平面 π 与平面$-2x-y-2z+2=0$ 垂直

提示:法向量 $\vec{n}_1=\{3,-4,-5\}$,$\vec{n}_2=\{-2,-1,-3\}$

$\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=\{3,-4,-5\}\cdot\{-2,-1,-2\}=8\neq0$

所以 $\vec{n}_1$,$\vec{n}_2$ 不垂直,选项 D 错误。

答案:D

1-1-13 (2006)球面 $x^2+y^2+z^2=9$ 与平面 $x+z=1$ 的交线在 xOy 坐标面上投影的方程是:

A. $x^2+y^2+(1-x)^2=9$　　B. $\begin{cases}x^2+y^2+(1-x)^2=9\\z=0\end{cases}$

C. $(1-z)^2+y^2+z^2=9$　　D. $\begin{cases}(1-z)^2+y^2+z^2=9\\x=0\end{cases}$

提示:通过方程组$\begin{cases}x^2+y^2+z^2=9\\x+z=1\end{cases}$,消去 z,得 $x^2+y^2+(1-x)^2=9$ 为空间曲线在 xOy 平面上的投影柱面。

空间曲线在 xOy 平面上的投影曲线为$\begin{cases}x^2+y^2+(1-x)^2=9\\z=0\end{cases}$

答案:B

1-1-14 (2005)设 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 均为向量,下列等式中正确的是:

A. $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2$　B. $\vec{a}(\vec{a}\cdot\vec{b})=|\vec{a}|^2b$

C. $(\vec{a}\cdot\vec{b})^2=|a|^2|\vec{b}|^2$　D. $(\vec{a}+\vec{b})\times(\vec{a}-\vec{b})=\vec{a}\times\vec{a}-\vec{b}\times\vec{b}$

提示:利用向量数量积的运算性质及两向量数量积的定义计算:

$$\begin{aligned}(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})&=\vec{a}\cdot\vec{a}+\vec{b}\cdot\vec{a}-\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{b}\cdot\vec{b}\\&=|\vec{a}|^2-|b|^2\end{aligned}$$

答案:A

1-1-15 (2005)过点 $M(3,-2,1)$且与直线 L:$\begin{cases}x-y-z+1=0\\2x+y-3z+4=0\end{cases}$平行的直线方程是:

A. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-1}{-1}$　　B. $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$

C. $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$　　D. $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{3}$

提示:利用两向量的向量积求出直线 L 的方向向量。

$\vec{S}=\vec{n}_1\times\vec{n}_2=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\1&-1&-1\\2&1&-3\end{vmatrix}=4\vec{i}+\vec{j}+3\vec{k}$,再利用点向式写出直线 L 的方程

$M(3,-2,1)$,$\vec{S}=\{4,1,3\}$

L 的方程$\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{3}$

答案:D

1-1-16 (2005)过 z 轴和点 $M(1,2,-1)$ 的平面方程是:

A. $x+2y-z-6=0$ B. $2x-y=0$

C. $y+2z=0$ D. $x+z=0$

提示:z 轴的方向向量 $\vec{S}=\{0,0,1\}$,$\overrightarrow{OM}=\{1,2,-1\}$

平面法向量 $\vec{n}=\vec{S}\times\overrightarrow{OM}=-2\vec{i}+\vec{j}+0\vec{k}$

平面方程 $-2(x-1)+1(y-2)=0$

化简得 $2x-y=0$

答案:B

1-1-17 (2005)将椭圆 $\begin{cases}\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{z^2}{4}=1\\ y=0\end{cases}$,绕 x 轴旋转一周所生成的旋转曲面的方程是:

A. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{9}+\dfrac{z^2}{4}=1$ B. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{z^2}{4}=1$

C. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}+\dfrac{z^2}{4}=1$ D. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}+\dfrac{z^2}{9}=1$

提示:利用平面曲线方程和旋转曲面方程的关系直接写出。

如已知平面曲线 $F(x,y)=0$,绕 x 轴旋转得到的旋转曲面方程为 $F(x,\pm\sqrt{y^2+z^2})=0$,绕 y 轴旋转,旋转曲面方程为 $F(\pm\sqrt{x^2+z^2},y)=0$。

答案:C

1-1-18 下面算式中哪一个是正确的?

A. $\vec{i}+\vec{j}=\vec{k}$ B. $\vec{i}\cdot\vec{j}=\vec{k}$ C. $\vec{i}\cdot\vec{i}=\vec{j}\cdot\vec{j}$ D. $\vec{i}\times\vec{j}=\vec{j}\cdot\vec{k}$

提示:本题检查向量代数的基本概念,用到两向量的加法、两向量的数量积、向量积的定义。

选项 A:$\vec{i}+\vec{j}=\vec{k}$ 错误在于两向量相加,利用平行四边形法则得到平行四边形的对角线向量,而不等于 $\vec{k}$。

选项 B:$\vec{i}\cdot\vec{j}=\vec{k}$ 错误在于两向量的数量积得一数量,$\vec{i}\cdot\vec{j}=|\vec{i}||\vec{j}|\cdot\cos\dfrac{\pi}{2}=0$。

选项 D:$\vec{i}\times\vec{j}=\vec{j}\cdot\vec{k}$ 错误在于等号左边由向量积定义求出,为一向量;右边由数量积定义求出,为一数量。因而两边不等。

选项 C 正确。$\vec{i}\cdot\vec{i}=|\vec{i}||\vec{i}|\cos 0=1$,$\vec{j}\cdot\vec{j}=|\vec{j}||\vec{j}|\cos 0=1$,左边等于右边。

答案:C

1-1-19 已知 $|\vec{a}|=1$,$|\vec{b}|=\sqrt{2}$,且 $(\widehat{\vec{a},\vec{b}})=\dfrac{\pi}{4}$,则 $|\vec{a}+\vec{b}|$ 等于:

A. 1 B. $1+\sqrt{2}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$

提示:计算 $|\vec{a}+\vec{b}|^2=(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b})=\vec{a}\cdot\vec{a}+\vec{b}\cdot\vec{a}+\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{b}=5$。

答案:D

1-1-20 设向量 $\vec{a}\neq0$,$\vec{b}\neq0$,则以下结论中哪一个正确?

A. $\vec{a}\times\vec{b}=0$ 是 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 垂直的充要条件

B. $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ 是 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 平行的充要条件

C. $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的对应分量成比例是 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 平行的充要条件

D. 若 $\vec{a}=\lambda\vec{b}$，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

提示：利用下面结论确定：①$\vec{a}\,/\!/\,\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}=\lambda\vec{b}\Leftrightarrow\frac{a_x}{b_x}=\frac{a_y}{b_y}=\frac{a_z}{b_z}\Leftrightarrow\vec{a}\times\vec{b}=\vec{0}$；

②$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0$。

答案：C

1-1-21 已知两点 $M(5,3,2)$、$N(1,-4,6)$，则与$\overrightarrow{MN}$同向的单位向量可表示为：

A. $\{-4,-7,4\}$　B. $\left\{-\frac{4}{9},-\frac{7}{9},\frac{4}{9}\right\}$　C. $\left\{\frac{4}{9},\frac{7}{9},-\frac{4}{9}\right\}$　D. $\{4,7,-4\}$

提示：利用公式 $\vec{a}_0=\frac{\vec{a}}{|a|}$ 计算。

答案：B

1-1-22 平面 $3x-3y-6=0$ 的位置是：

A. 平行于 xOy 平面　B. 平行于 z 轴，但不通过 z 轴

C. 垂直于 z 轴　D. 通过 z 轴

提示：平面法向量 $\vec{n}=\{3,-3,0\}$，可看出 $\vec{n}$ 在 z 轴投影为 0，即 $\vec{n}$ 和 z 垂直，判定平面与 z 轴平行或重合，又由于 $D=-6\neq0$。所以平面平行于 z 轴但不通过 z 轴。

答案：B

1-1-23 直线 l：$\frac{x+3}{2}=\frac{y+4}{1}=\frac{z}{3}$与平面 π：$4x-2y-2z=3$ 的位置关系为：

A. 相互平行　B. L 在 π 上　C. 垂直相交　D. 相交但不垂直

提示：$\vec{s}=\{2,1,3\}$，$\vec{n}=\{4,-2,-2\}$，$\vec{s}\cdot\vec{n}=0$，表示直线和平面平行或直线在平面上，再进一步说明直线 L 和平面 π 相互平行。取直线上任一点不满足平面方程，从而得到结论 A。

答案：A

1-1-24 已知两直线 l_1：$\frac{x}{2}=\frac{y+2}{-2}=\frac{1-x}{-1}$和 l_2：$\frac{x-1}{4}=\frac{y-3}{M}=\frac{z+1}{-2}$相互垂直，则 M 的值为：

A. 3　B. 5　C. -2　D. -4

提示：由已知条件 S_{l_1}、S_{l_2} 垂直，得 $S_{l_1}\cdot S_{l_2}=0$，求 M 值。

答案：B

1-1-25 已知两直线 l_1：$\frac{x-4}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z+2}{5}$和 l_2：$\frac{x+1}{-3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-3}{4}$，则它们的关系是：

A. 两条相交的直线　B. 两条异面直线

C. 两条平行但不重合的直线　D. 两条重合的直线

提示：l_1、l_2 坐标不成比例，所以 C、D 不成立；再利用混合积不等于 0，判定为两条异面直线，解法如下：$\vec{S}_1=\{2,3,5\}$，$\vec{S}_2=\{-3,2,4\}$，取点 $M(4,-1,-2)$、$N(-1,1,3)$，$\overrightarrow{MN}=\{-5,2,5\}$，计算$[\vec{S}_1,\vec{S}_2,\overrightarrow{MN}]\neq0$。

答案：B

1-1-26 旋转曲面 $x^2-y^2-z^2=1$ 是下列哪个曲线绕何轴旋转所得？

A. xOy 平面上的双曲线绕 x 轴旋转所得

B. xOz 平面上的双曲线绕 z 轴旋转所得

C. xOy 平面上的椭圆绕 x 轴旋转所得

D. xOz 平面上的椭圆绕 x 轴旋转所得

提示:利用平面曲线绕坐标轴旋转生成的旋转曲面方程的特点来确定。例如在 yOz 平面上的曲线 $f(y,z)=0$,绕 y 轴旋转所得曲面方程为 $f(y,\pm\sqrt{x^2+z^2})=0$,绕 z 轴旋转所得曲面方程为 $f(\pm\sqrt{x^2+y^2},z)=0$。

答案:A

1-1-27 方程 $\begin{cases}x^2-4y^2+z^2=25\\x=-3\end{cases}$ 表示下述哪种曲面?

A. 单叶双曲面　　B. 双曲柱面

C. 双曲柱面在平面 $x=0$ 上投影　　D. $x=-3$ 平面上双曲线

提示:两曲面联立表示空间一曲线,进一步可断定为在 $x=-3$ 平面上的双曲线。

答案:D

1-1-28 母线平行于 x 轴且通过曲线 $\begin{cases}2x^2+y^2+z^2=16\\x^2-y^2+z^2=0\end{cases}$ 的柱面方程是下列哪个方程?

A. 椭圆柱面 $3x^2+2z^2=16$　　B. 椭圆柱面 $x^2+2y^2=16$

C. 双曲柱面 $3y^2-z^2=16$　　D. 抛物柱面 $3y^2-z=16$

提示:方程组消 x 得到的方程为空间曲线在 yOz 平面上投影柱面。

答案:C

1-1-29 已知 $\vec{\alpha}=\vec{i}+a\vec{j}-3\vec{k}$,$\vec{\beta}=a\vec{i}-3\vec{j}+6\vec{k}$,$\vec{\gamma}=-2\vec{i}+2\vec{j}+6\vec{k}$,若 $\vec{\alpha}$、$\vec{\beta}$、$\vec{\gamma}$ 共面,则 a 等于:

A. 1 或 2　　B. -1 或 2　　C. -1 或 -2　　D. 1 或 -2

提示:$\vec{\alpha}$、$\vec{\beta}$、$\vec{\gamma}$ 共面,混合积 $[\vec{\alpha},\vec{\beta},\vec{\gamma}]=0$,计算三阶行列式,令其等于 0,求 a,得 $a=-2$,$a=-1$。

答案:C

1-1-30 球面 $x^2+y^2+z^2=9$ 与平面 $x+z=1$ 的交线在 xOy 坐标面上投影的方程是:

A. $x^2+y^2+(1-x)^2=9$　　B. $\begin{cases}x^2+y^2+(1-x)^2=9\\z=0\end{cases}$

C. $(1-z)^2+y^2+z^2=9$　　D. $\begin{cases}(1-z)^2+y^2+z^2=9\\x=0\end{cases}$

提示:方程组 $\begin{cases}x^2+y^2+z^2=9\\x+z=1\end{cases}$ 消 z,得 $x^2+y^2+(1-x)^2=9$。

联合方程 $\begin{cases}x^2+y^2+(1-x)^2=9\\z=0\end{cases}$,得到交线在 xOy 坐标面的投影方程。

答案:B

1-1-31 设直线的方程为 $\frac{x-1}{-2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{1}$,则直线:

A. 过点$(1,-1,0)$,方向向量为 $2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$

B. 过点$(1,-1,0)$,方向向量为 $2\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$

C. 过点$(-1,1,0)$,方向向量为 $-2\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$

D. 过点$(-1,1,0)$,方向向量为 $2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$

提示:通过直线的对称式方程可知,直线通过点(1,−1,0),直线的方向向量 $\vec{S}=\{-2,-1,1\}$或$\vec{S}=\{2,1,-1\}$。

答案:A

1-1-32 下列方程中代表单叶双曲面的是:

A. $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}-z^2=1$　　B. $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}+z^2=1$

C. $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{3}-z^2=1$　　D. $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}+z^2=0$

提示:由单叶双曲面的标准型可知,A 正确。

答案:A

(二)一元函数微分学

1-2-1 (2011)当 $x\to0$ 时,3^x-1 是 x 的:

A. 高阶无穷小　　B. 低阶无穷小

C. 等价无穷小　　D. 同阶但非等价无穷小

提示:可通过求$\lim\limits_{x\to0}\frac{3^x-1}{x}$的极限判断。

答案:D

1-2-2 (2011)函数 $f(x)=\frac{x-x^2}{\sin\pi x}$的可去间断点的个数为:

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 无穷多个

提示:使分母为 0 的点为间断点,可知 $\sin\pi x=0$,$x=0,\pm1,\pm2,\cdots$为间断点,再利用可去间断点定义,找出可去间断点。计算当 $x=0$ 时,$\lim\limits_{x\to0}\frac{x-x^2}{\sin\pi x}=\lim\limits_{x\to0}\frac{x-x^2}{\pi x}=\lim\limits_{x\to0}\frac{1-x}{\pi}=\frac{1}{\pi}$,极限存在,可知 $x=0$ 为函数的一个可去间断点。

同样可计算当 $x=1$ 时,极限为$\frac{1}{\pi}$,因而 $x=1$ 也是一个可去间断点。其余点求极限均不满足可去间断点定义。

答案:B

1-2-3 (2011)如果 $f(x)$在 x_0 可导,$g(x)$在 x_0 不可导,则 $f(x)g(x)$在 x_0:

A. 可能可导也可能不可导　　B. 不可导

C. 可导　　D. 连续

提示:举例说明。

如 $f(x)=x$ 在$x=0$ 可导,$g(x)|x|=\begin{cases}x & x\geqslant0\\-x & x<0\end{cases}$在 $x=0$ 不可导,$f(x)g(x)=x|x|=\begin{cases}x^2 & x\geqslant0\\-x^2 & x<0\end{cases}$,通过计算 $f'_+(0)=f'_-(0)=0$,知 $f(x)g(x)$在 $x=0$ 可导。

如 $f(x)=2$ 在 $x=0$ 可导,$g(x)=|x|$在 $x=0$ 不可导,$f(x)g(x)=2|x|=\begin{cases}2x & x\geqslant0\\-2x & x<0\end{cases}$,通过计算函数 $f(x)g(x)$的右导为 2,左导为−2,可知 $f(x)g(x)$在 $x=0$ 不可导。

答案:A

1-2-4 (2011)当 $x>0$ 时,下列不等式中正确的是:

A. $e^x<1+x$ B. $\ln(1+x)>x$ C. $e^x<ex$ D. $x>\sin x$

提示:利用逐项排除法判定。当 $x>0$,幂函数比对数函数趋向无穷大的速度快,指数函数又比幂函数趋向无穷大的速度快,故 A、B、C 均不成立,从而可知 D 成立。

还可利用函数的单调性证明。设 $f(x)=x-\sin x, x\subset(0,+\infty)$,得 $f'(x)=1-\cos x\geqslant 0$,所以 $f(x)$ 单增,当 $x=0$ 时,$f(0)=0$,从而当 $x>0$ 时,$f(x)>0$,即 $x-\sin x>0$。

答案:D

1-2-5 (2009)设函数 $f(x)=\begin{cases}1+x & x\geqslant 0\\ 1-x^2 & x<0\end{cases}$,在 $(-\infty,+\infty)$ 内:

A. 单调减少 B. 单调增加

C. 有界 D. 偶函数

提示:方法一可通过画出的图形判定,方法二求导数 $f'(x)=\begin{cases}1 & x\geqslant 0\\ -2x & x<0\end{cases}$ 大于 0。

答案:B

1-2-6 (2009)若函数 $f(x)$ 在点 x_0 间断,$g(x)$ 在点 x_0 连续,则 $f(x)g(x)$ 在点 x_0:

A. 间断 B. 连续

C. 第一类间断 D. 可能间断可能连续

提示:通过举例来说明。

连续的例题:设 $x_0=0$,$f(x)=\begin{cases}1 & x\geqslant 0\\ 0 & x<0\end{cases}$,在 $x_0=0$ 间断,$g(x)=0$,在 $x_0=0$ 连续,而 $f(x)\cdot g(x)=0$,在 $x_0=0$ 连续。

间断的例题:设 $x_0=0$,$f(x)=\begin{cases}1 & x\geqslant 0\\ 0 & x<0\end{cases}$,在 $x_0=0$ 间断,$g(x)=1$,在 $x_0=0$ 连续,而 $f(x)\cdot g(x)=\begin{cases}1 & x\geqslant 0\\ 0 & x<0\end{cases}$,在 $x_0=0$ 间断。

答案:D

1-2-7 (2009)函数 $y=\cos^2\frac{1}{x}$ 在 x 处的导数是:

A. $\frac{1}{x^2}\sin\frac{2}{x}$ B. $-\sin\frac{2}{x}$

C. $-\frac{2}{x^2}\cos\frac{1}{x}$ D. $-\frac{1}{x^2}\sin\frac{2}{x}$

提示:利用复合函数求导公式计算,本题由 $y=u^2, u=\cos v, v=\frac{1}{x}$ 复合而成。

答案:A

1-2-8 (2009)设 $y=f(x)$ 是 (a,b) 内的可导函数,x 和 $x+\Delta x$ 是 (a,b) 内的任意两点,则:

A. $\Delta y=f'(x)\Delta x$

B. 在 $x, x+\Delta x$ 之间恰好有一点 ξ,使 $\Delta y=f'(\xi)\Delta x$

C. 在 $x, x+\Delta x$ 之间至少有一点 ξ,使 $\Delta y=f'(\xi)\Delta x$

D. 在 $x, x+\Delta x$ 之间任意一点 ξ,使 $\Delta y=f'(\xi)\Delta x$